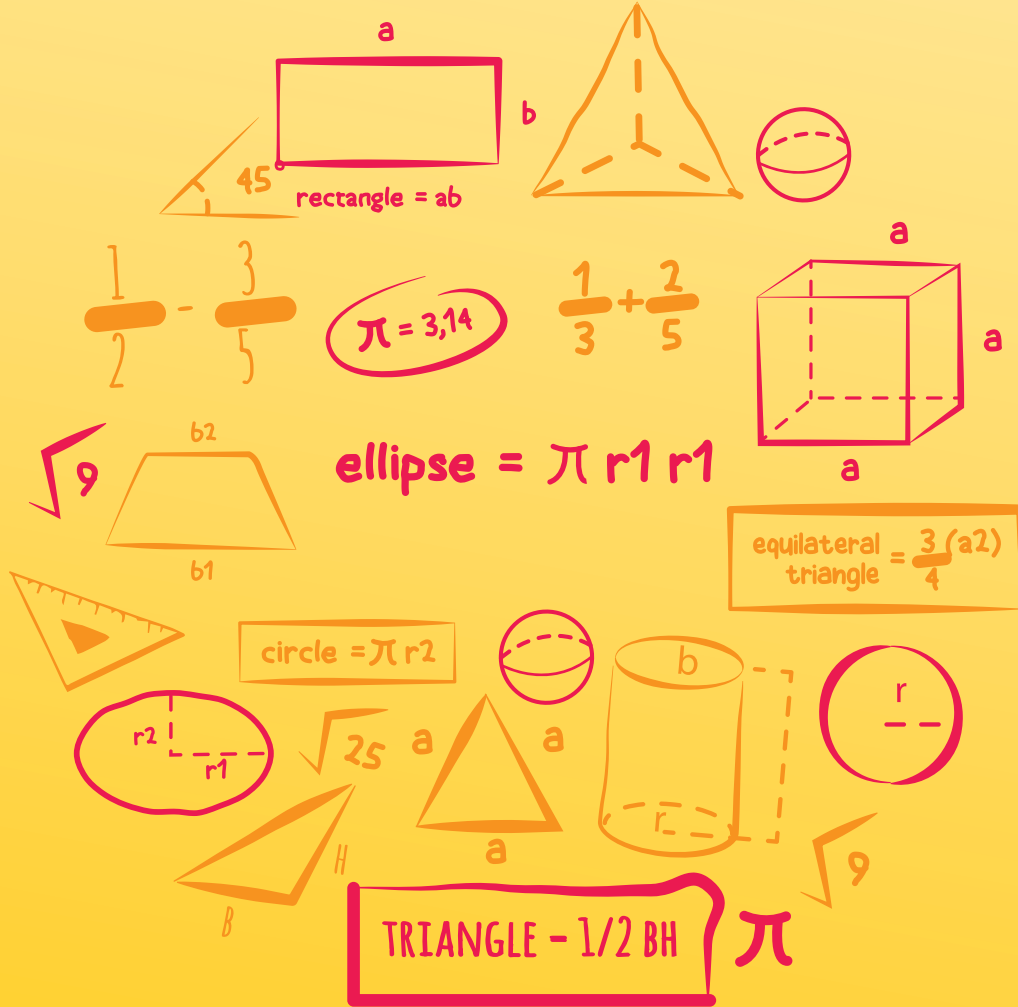




शिक्षक संदर्शिका : गणित

(उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

(कक्षा 8)



राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद
उत्तर प्रदेश, लखनऊ
वर्ष 2022-23



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु) (कक्षा-8)



राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद
उत्तर प्रदेश, लखनऊ
वर्ष 2022-23



मुख्य संरक्षक :

श्री विजय किरन आनन्द, महानिदेशक, स्कूल शिक्षा / राज्य परियोजना निदेशक, समग्र शिक्षा, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

संरक्षक :

डॉ० अंजना गोयल, निदेशक, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

निर्देशन :

डॉ० पवन कुमार, संयुक्त निदेशक (एस०एस०ए०), राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

श्रीमती दीपा तिवारी, सहायक शिक्षा निदेशक, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

समन्वयन एवं सम्पादन :

डॉ० मनीषा शुक्ला, प्रवक्ता (शोध), राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

विशेष सहयोग :

डॉ० शुभ्रांशु उपाध्याय, सलाहकार, यूनीसेफ, लखनऊ ।

डॉ० महेन्द्र कुमार द्विवेदी, सलाहकार, यूनीसेफ, लखनऊ ।

लेखक मण्डल :

श्री दिव्य दर्शन मिश्र, प्रवक्ता (गणित), जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान, लखनऊ ।

श्री रवि प्रताप सिंह, प्रवक्ता (गणित), जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान, मथुरा ।

श्री राकेश कुमार यादव, प्रवक्ता (गणित), जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान, गाजीपुर ।

डॉ० विवेक कुमार पाण्डेय, प्रवक्ता (गणित), जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान, अयोध्या ।

श्री संजय शर्मा, प्रवक्ता (भौतिक विज्ञान), जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान, लखनऊ ।

श्री हरिहर पाठक, सहायक अध्यापक, पूर्व माध्यमिक विद्यालय टी०पी० नगरा, कादीपुर, सुल्तानपुर ।

श्री दिनेश कुमार वर्मा, सहायक अध्यापक, उच्च प्राथमिक विद्यालय कोपवा, सिद्धौर, बाराबंकी (राज्य पुरस्कार विजेता) ।



श्रीमती सूर्या त्रिपाठी, सहायक अध्यापिका, उच्च प्राथमिक विद्यालय मिर्जानगर, बेहटई, देवा, बाराबंकी ।

श्रीमती दीपशिखा राय, प्रधानाध्यापिका, प्राथमिक विद्यालय बरेठी, देवा, बाराबंकी ।

श्रीमती मधुरिमा श्रीवास्तव, सहायक अध्यापिका, उच्च प्राथमिक विद्यालय शीतलपुरवा, बक्शी का तालाब, लखनऊ ।

श्रीमती अंजलि झा, सहायक अध्यापिका, प्राथमिक विद्यालय अकवाबाद-2, बीघापुर, उन्नाव ।

श्री आशुतोष दुबे, सहायक अध्यापक, उच्च प्राथमिक विद्यालय कम्पोजिट तालग्राम, कन्नौज ।

श्री रवि शंकर पाण्डेय, सहायक अध्यापक, कम्पोजिट विद्यालय पत्थरताली, भरावन, हरदोई ।

श्री राजकुमार, सहायक अध्यापक, पूर्व माध्यमिक विद्यालय बिरमा, मलासा, कानपुरदेहात ।

श्री धीरेन्द्र सिंह देशवार, प्रधानाध्यापक, कम्पोजिट विद्यालय सलेमपुर, सहपऊ, हाथरस ।

सुश्री भावना सक्सेना, सहायक अध्यापिका, संविलियन विद्यालय मामूरां, बिसरख, गौतमबुद्धनगर ।

सुश्री कल्पना शर्मा, सहायक अध्यापिका, प्राथमिक विद्यालय चौरौली, जेवर, गौतमबुद्धनगर ।

श्री अश्वनी कुमार अवस्थी, सहायक अध्यापक, उच्च प्राथमिक विद्यालय भरतपुर, शाहजहाँपुर ।

श्री मंजेश कुमार, सहायक अध्यापक उच्च प्राथमिक विद्यालय रानेपुर, झींझक, कानपुरदेहात ।

सुश्री भावना शर्मा, सहायक अध्यापिका, प्राथमिक विद्यालय कमालपुर, हापुड़ ।

श्री प्रशांत बाजपेई, प्रधानाध्यापक, प्राथमिक विद्यालय देवाराकला-2, सि0 सरोसी, उन्नाव ।

कम्प्यूटर ले-आउट एवं डिजाइनिंग :

श्रीमती अपर्णा चक्रवर्ती, आशुलिपिक, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

श्रीमती मोनिका गुप्ता, कम्प्यूटर ऑपरेटर, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

सुश्री अमरजीत कौर, कम्प्यूटर ऑपरेटर, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।





निदेशक की कलम से.....



बच्चे किसी भी राष्ट्र या समाज की सर्वोत्तम सम्पत्ति होते हैं एवं उनमें किया गया निवेश ही किसी राष्ट्र की पूंजी होती है। किसी भी राष्ट्र की प्रगति, कल्पना एवं उसका भविष्य, उसके बच्चों की प्रगति से ही होता है। शिक्षा ही वह प्रकाश स्तम्भ है, जो बच्चों के साथ-साथ राष्ट्र के भी प्रगति पथ को प्रशस्त करता है। यह प्रगति पथ तभी प्रशस्त हो सकता है, जब उन्हें गुणवत्तापूर्ण शिक्षा प्रदान की जाए।

अतः शिक्षक को प्रत्येक बच्चे की प्रगति का निरंतर आकलन करते हुए उसकी कमियों में सुधार कर अपेक्षित अधिगम स्तर की प्राप्ति के लिए सतत प्रयास करना चाहिए। विद्यालयी शिक्षा में यदि हम विभिन्न विषयों में बच्चों की रुचि एवं सम्प्राप्ति को देखते हैं, तो गणित विषय में स्थिति अपेक्षाकृत न्यून होती है। इसका कारण सामान्यतः बच्चों में मूलभूत गणितीय जानकारी एवं अवधारणाओं की समझ न होना है जिससे गणित विषय में बच्चों का प्रदर्शन सम्प्राप्ति स्तर के अनुरूप नहीं होता है तथा गणित विषय के प्रति रुझान क्रमशः कम हो जाता है।

उक्त परिप्रेक्ष्य में कक्षा 6, 7 एवं 8 की गणित की विषयवस्तु के आधारभूत सम्बोधों तथा अवधारणाओं को बच्चों के पूर्वज्ञान और पिछली कक्षाओं के सम्बोधों से जोड़ते हुए रुचिकर ढंग से सीखने-सिखाने हेतु शिक्षकों के लिए **“शिक्षक संदर्शिका : गणित”** (उपचारात्मक शिक्षण हेतु) का विकास किया गया है। इसमें प्रारम्भिक गणित से लेकर कक्षा 6, 7 एवं 8 के सम्बोधों को सम्मिलित किया गया है। कठिन सम्बोधों को रुचिकर तरीके से सिखाने हेतु नवाचारी शिक्षण विधियों/पाठयोजनाओं/गतिविधियों का समावेश किया गया है। इसमें दी गयी शिक्षण विधियों से शिक्षक बच्चों की समझ और अनुप्रयोग के स्तर को बढ़ाते हुए उनकी गणित विषय में रुचि उत्पन्न करने में सफल हो सकेंगे।

गणितीय संक्रियाओं को सम्पुष्ट करने तथा अधिकाधिक अभ्यास करने का अवसर देने के उद्देश्य से बच्चों के लिए **“मेरी प्यारी गणित”** अभ्यास पुस्तिका का विकास कराया गया है। इसमें दिये गये अभ्यास कार्यों के माध्यम से बच्चे गणितीय सम्बोधों को आसानी से समझ सकेंगे तथा गणित का व्यावहारिक जीवन में प्रयोग करने में सक्षम हो सकेंगे। यह प्रयास किया गया है कि **“मेरी प्यारी गणित”** में सम्मिलित कार्यपत्रक बच्चों में स्वाध्याय एवं स्वयं करके सीखने की प्रवृत्ति को बढ़ायेंगे। इससे उनके अधिगम सम्प्राप्ति स्तर में वृद्धि होगी।



इस हस्तपुस्तिका एवं कार्यपुस्तिका के विकास से जुड़े विभिन्न जनपदों के जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान के प्रवक्ताओं, बाह्य विशेषज्ञों एवं शिक्षकों को मैं बधाई देती हूँ, जिन्होंने अपने सतत एवं अथक परिश्रम से इस हस्तपुस्तिका एवं कार्यपुस्तिका के विकास में सहयोग प्रदान किया है। साथ ही इस हस्तपुस्तिका एवं कार्यपुस्तिका के निर्देशन हेतु मैं डॉ. पवन कुमार, संयुक्त निदेशक (एस.एस.ए.), श्रीमती दीपा तिवारी, सहायक शिक्षा निदेशक तथा समन्वय एवं सम्पादन हेतु डॉ. मनीषा शुक्ला, प्रवक्ता (शोध), राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उ.प्र., लखनऊ के प्रति आभार व्यक्त करती हूँ। इस हस्तपुस्तिका एवं कार्यपुस्तिका में विभिन्न स्रोतों से सामग्री ली गयी है, उन सभी के प्रति भी मैं आभार व्यक्त करती हूँ। इस हस्तपुस्तिका एवं कार्यपुस्तिका को और अधिक उपयोगी बनाने के सम्बन्ध में आपके सुझाव सादर आमंत्रित हैं।

(डॉ. अंजना गोयल)

निदेशक

राज्य शैक्षिक अनुसंधान और
प्रशिक्षण परिषद, उ.प्र., लखनऊ



भूमिका

वर्तमान परिदृश्य की चुनौतियों को देखते हुए सीखने-सिखाने की प्रक्रिया में भी निरन्तर सुधार की आवश्यकता है। कोरोना काल में विद्यालय दीर्घ काल तक बन्द रहें यद्यपि विभिन्न ऑनलाइन माध्यमों से अधिगम सम्प्राप्ति हेतु प्रयास किये गये, परन्तु इन प्रयासों के बाद भी अधिगम के क्षेत्र में चिंताजनक ह्रास हुआ है। अन्य विषयों की अपेक्षा गणित, जो कि अभ्यास का विषय है, में अधिगम की क्षति अपेक्षाकृत अधिक है।

बच्चों के अधिगम स्तर को पुष्ट करने के लिए अलग-अलग स्तरों से विभिन्न प्रयास किये जा रहे हैं। सबसे आवश्यक है कक्षानुसार अपेक्षित अधिगम सम्प्राप्ति से न्यून सम्प्राप्ति वाले बच्चों को वर्तमान कक्षा स्तर की दक्षताओं तक लाना। इस उद्देश्य की पूर्ति हेतु उच्च प्राथमिक स्तर की गणित विषय में उपचारात्मक शिक्षण के लिए शिक्षक संदर्शिका तथा विद्यार्थियों हेतु कार्यपुस्तिका का विकास किया गया है।

शिक्षक संदर्शिका के विकास से पूर्व उन अधिगम दक्षताओं की मैपिंग की गयी जहाँ सामान्यतया प्राथमिक कक्षाओं में बच्चों की समझ अपेक्षानुसार कम होती है, जैसे-संख्या पहचान, संख्या पद्धति, संक्रियायें, भिन्न, दशमलव, लघुतम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक, ज्यामिति, क्षेत्रमिति आदि। इन सभी उप विषयों के विभिन्न प्रकरणों पर कार्यपत्रकों के सापेक्ष शिक्षण योजना, नवाचारी विधियों, नये प्रयोगों एवं गतिविधियों को शिक्षक संदर्शिका में सम्मिलित किया गया है। शिक्षक संदर्शिका तथा कार्यपुस्तिका को 50 दिन के सघन अभ्यास से जोड़ा गया है। इनके माध्यम से शिक्षक निर्धारित अवधि में योजनाबद्ध तरीके से गणितीय अवधारणाओं की समझ विकसित कर विद्यार्थियों को वर्तमान कक्षा के स्तर तक सहजता से ला सकेंगे। इस शिक्षक संदर्शिका में दी गयी शिक्षण विधियों, पाठयोजनाओं एवं गतिविधियों के साथ साथ शिक्षक अन्य नवाचारी गतिविधियों का भी प्रयोग कर सकते हैं, लक्ष्य है विद्यार्थियों में गणितीय अवधारणाओं की समझ विकसित करने के साथ-साथ गणित के प्रति रुचि उत्पन्न करना। गतिविधियों में प्रयुक्त सामग्री का चयन परिवेशीय उपलब्धता के अनुसार किया जा सकता है। शिक्षक संदर्शिका में गणित किट के प्रयोग को भी सम्मिलित किया गया है। कक्षा शिक्षण के दौरान शिक्षकों द्वारा गणित किट का प्रयोग किया जाना गणित शिक्षण को अधिक प्रभावी और रुचिकर बनायेगा।

विद्यार्थियों में गणितीय अवधारणाओं को सम्पुष्ट करने, समझ विकसित करने, गणित को दैनिक जीवन से जोड़ने तथा अधिकाधिक अभ्यास करने का अवसर देने के उद्देश्य से “मेरी प्यारी गणित” कार्यपुस्तिका तैयार की गयी है। कक्षा 6, 7 एवं 8 के स्तर पर बच्चे को प्रारम्भिक कक्षाओं में सीखी गयी गणितीय संक्रियाओं का विस्तृत प्रयोग करना होता है। गणितीय संक्रियाओं का आधारभूत ज्ञान न होने पर अथवा अवधारणायें स्पष्ट न होने पर, उन्हें कठिनाईयों का सामना करना पड़ता है। अतः इन कार्यपुस्तिकाओं में पूर्व कक्षाओं को अवधारणाओं से सम्बन्धित अभ्यास कार्यों को जोड़ा गया है। कार्यपुस्तिकाओं में सम्मिलित कार्यपत्रकों तथा विभिन्न गतिविधियों के माध्यम से बच्चे गणित को सरल ढंग से सीख सकेंगे।



उपचारात्मक शिक्षण हेतु महत्वपूर्ण बातें

शिक्षण में उत्साह और आनन्द का माहौल बहुत महत्वपूर्ण है। उत्साहहीन व ऊबाऊ शिक्षण विद्यार्थियों को भी उत्साहहीन बना देता है। अतः शिक्षक को शिक्षण की संपूर्ण प्रक्रिया को सकारात्मक उत्साह के साथ करना चाहिए तथा शिक्षण गतिविधियों को भी रुचिपूर्ण तरीके से करवाना चाहिए। शिक्षण के दौरान निम्नलिखित बातों को ध्यान में रखें—

- ✓ यह ध्यान रखें कि शिक्षण कक्ष सुरुचिपूर्ण व व्यवस्थित हो। कक्ष की पर्याप्त साफ—सफाई हो। कुर्सियाँ / दरियाँ आदि ठीक से रखी / बिछाई गयी हों। दीवारों पर सम्बन्धित पोस्टर लगे हों।
- ✓ कक्ष में पर्याप्त रोशनी की व्यवस्था होनी चाहिए।
- ✓ कक्ष का आकार प्रतिभागियों की संख्या के अनुरूप हो। बैठने की व्यवस्था इस प्रकार से की गयी हो कि सभी विद्यार्थी एक दूसरे को देख सकें, जो कि सफल निर्बाध संवाद के लिए अति महत्वपूर्ण है।
- ✓ श्यामपट्ट पर लिखा कमरे के हर कोने से स्पष्ट दिखाई दे सके। श्यामपट्ट की सतह ठीक हो। प्रतिदिन उसे ठीक से साफ किया जाए।
- ✓ शिक्षण के दौरान काम आने वाली सामग्री पर्याप्त मात्रा में उपलब्ध हो जैसे चॉक, डस्टर, पठन सामग्री की पर्याप्त प्रतियाँ, चार्ट पेपर, स्केच पैन, गणित किट आदि।
- ✓ प्रत्येक कालांश हेतु निर्धारित समय—सीमा का ध्यान रखा जाए। शिक्षक कालांश प्रारम्भ करने हेतु निर्धारित समय से थोड़ा पहले ही कक्षा में पहुँच जाये, जिससे कालांश ससमय प्रारम्भ किया जा सके।
- ✓ शिक्षक विद्यार्थियों से सदैव शालीन व्यवहार करें, सभी विद्यार्थियों को बोलने का अवसर दें तथा उनकी बातों को धैर्यपूर्वक सुने।
- ✓ समूह कार्य कराते समय इस बात का ध्यान रखा जाए कि इसमें सभी विद्यार्थी सम्मिलित हों और सभी को समान अवसर प्राप्त हों।
- ✓ समय—समय पर वातावरण को सहज बनाने के लिए मनोरंजक गतिविधियों का संचालन भी किया जा सकता है।



लर्निंग आउटकम - कक्षा 8

दिन	विषय	निकटतम LO कोड	लर्निंग आउटकम
1	संख्या पहचान		बच्चे सम और विषम संख्या पहचान लेते हैं।
2			बच्चे अभाज्य संख्या को समझ कर लिख लेते हैं।
3	संख्या पद्धति	M603	बच्चे संख्याओं की BODMAS के आसान प्रश्नों को हल कर लेते हैं।
4		M603	बच्चे संख्याओं की BODMAS के कठिन प्रश्नों को हल कर लेते हैं।
5		M602	बच्चे प्राकृतिक संख्याओं, पूर्ण संख्याओं व पूर्णांक अवधारणा से परिचित हैं।
6		M702	बच्चे परिमेय संख्या ज्ञात कर उसका निरपेक्ष मान ज्ञात कर लेते हैं।
7	संक्रियाएँ	M403	बच्चे तीन अंकीय एवं चार अंकीय संख्याओं का हासिल वाला जोड़ कर लेते हैं।
8		M403	बच्चे तीन अंकीय एवं चार अंकीय संख्याओं का उधार वाला घटाव कर लेते हैं।
9		M404	बच्चे दो अंकीय संख्या का तीन अंकीय संख्या से गुणा कर लेते हैं।
10		M405	बच्चे एक अंकीय व दो अंकीय संख्याओं से दो या दो से अधिक अंकों की संख्या में भाग कर लेते हैं।
11	महत्तम समापवर्तक एवं लघुत्तम समापवर्त्य	M407	बच्चे दी गयी संख्याओं के अपवर्तक ज्ञात कर सकते हैं।
12		M407	बच्चे दी गयी संख्याओं के अपवर्त्य ज्ञात कर सकते हैं।
13		M611	बच्चे महत्तम समापवर्तक की अवधारणा को समझकर दी गयी संख्याओं का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कर सकेंगे।
14		M610	बच्चे लघुत्तम समापवर्त्य की अवधारणा को समझ कर दी गयी संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कर सकेंगे।
15			बच्चे ल.स. और म.स. में सम्बन्ध समझ सकेंगे।
16			बच्चे 2, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 12 और 15 की विभाज्यता की जाँच कर लेते हैं।
17	भिन्न	M408	बच्चे भिन्न की अवधारणा को समझकर उसका चित्रात्मक निरूपण कर लेते हैं।
18		M408	बच्चे सामान और असमान हर वाली भिन्न की तुलना कर उन्हें आरोही और अवरोही क्रम में लिख लेते हैं।



19		M408	बच्चे उचित और विषम भिन्न को समझ कर उसका चित्रात्मक निरूपण कर लेते हैं।
20		M408	बच्चे सामान और असमान हर वाले भिन्न को जोड़ लेते हैं।
21		M408	बच्चे सामान और असमान हर वाले भिन्न को घटा लेते हैं।
22			बच्चे भिन्न को संख्या रेखा पर व्यक्त कर लेते हैं।
23		M408	बच्चे भिन्न का दशमलव निरूपण कर लेते हैं।
24	दशमलव	M409	बच्चे दसवें, सौवें और हजारवें भाग का उपयोग कर दशमलव को पढ़ और लिख लेते हैं।
25		M409	बच्चे दशमलव संख्याओं की तुलना कर लेते हैं।
26			बच्चे दैनिक जीवन में (भार, धारिता, मुद्रा, लम्बाई, ताप) दशमलव का उपयोग देख व तुलना कर लेते हैं।
27		M507	बच्चे दशमलव संख्याओं का जोड़ कर लेते हैं।
28		M507	बच्चे दशमलव संख्याओं का घटाव कर लेते हैं।
29		M507	बच्चे दशमलव संख्याओं का गुणा कर लेते हैं।
30		M507	बच्चे दशमलव संख्याओं का भाग कर लेते हैं।
31	ज्यामिति	M512	बच्चे कोण की अवधारणा समझते हैं तथा चंदे की सहायता से कोण की रचना कर लेते हैं।
32		M513	बच्चे प्रकार की सहायता से अज्ञात कोण की रखना कर लेते हैं।
33		M618	बच्चे वृत्त और वृत्त के विभिन्न अंगों को पहचान लेते हैं।
34		M719	बच्चे वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब उसे समद्विभाजित करता है की समझ रखता है।
35		M511	बच्चे परिवेश से त्रिआयामी (3D) वस्तुओं जैसे घन, घनाभ, प्रिज्म, पिरामिड, के फलक, कोर एवं शीर्ष ज्ञात कर लेते हैं।
36	क्षेत्रमिति	M412	बच्चे दी गयी आकृतियों का परिमाण ज्ञात कर लेते हैं।
37		M413	बच्चे आयातकार मार्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कर लेते हैं।
38		M718	बच्चे त्रिभुज क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कर लेते हैं।
39		M719	बच्चे समान्तरचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कर लेते हैं।
40		M720	बच्चे समचतुर्भुज का क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कर लेते हैं।
41		M620	बच्चे घन और घनाभ का आयतन ज्ञात कर लेते हैं।
42		M721	बच्चे ठोस आकृतियों का संपूर्ण पृष्ठ ज्ञात कर लेते हैं।
43	बीजीय व्यंजक		बच्चे संख्याओं को दर्शाने के लिए अक्षरों को प्रयोग कर लेते हैं तथा चर – अचर में अंतर कर लेते हैं।
44			बच्चे सजातीय व विजातीय पदों की पहचान कर लेते हैं।



45		M605	बच्चे बीजीय व्यंजकों की डिग्री ज्ञात कर सकेंगे तथा एक पदीय, द्विपद अवंत्रिपद व्यंजकों को पहचान लेते हैं।
46		M605	बच्चे समान पदों वाले व्यंजकों का जोड़ एवं घटना कर लेते हैं।
47		M605	बच्चे बीजीय व्यंजकों का मान ज्ञात कर लेते हैं।
48			बच्चे BODMAS की सहायता से बीजीय व्यंजकों को हल कर लेते हैं
49		M717	बच्चे बहुपदीय व्यंजकों का गुणन खंडन कर लेते हैं।
50		M804	बच्चे सर्वसमिका को हल कर लेते हैं।
51	घातांक	M703	बच्चे संख्या के गुणन रूप को घातांक के रूप में लिख सकते हैं।





अनुक्रमणिका

सप्ताह	प्रकरण	दिवस	कार्यपत्रकों की संख्या	पृ.सं.
प्रथम	➤ सम-विषम संख्याएँ	1	3	1
	➤ अभाज्य संख्याएँ	2	2	3
	➤ प्राकृतिक, पूर्ण एवं पूर्णांक संख्याएँ	3	2	5
	➤ BODMAS	4	2	8
	➤ परिमेय संख्याएँ	5	3	10
द्वितीय	➤ जोड़	6	2	13
	➤ घटाव	7	3	15
	➤ गुणा	8	4	18
	➤ भाग	9	4	21
	➤ अपवर्तक (गुणनखण्ड) (Factor)	10	3	23
तृतीय	➤ अपवर्त्य (Multiple)	11	2	28
	➤ महत्तम समापवर्तक (HCF)	12	3	31
	➤ लघुतम समापवर्त्य (LCM)	13	3	33
	➤ LCM एवं HCF में सम्बन्ध	14	3	36
	➤ विभाज्यता की जाँच	15	1A, 1B, 2	38
चतुर्थ	➤ भिन्न की अवधारणा	16	1	41
	➤ भिन्नों की तुलना	17	1	46
	➤ साधारण और विषम भिन्न	18	1	51
	➤ भिन्नों का जोड़	19	1	55
	➤ भिन्न का व्युत्क्रम	20	1	59
पंचम	➤ संख्या रेखा पर भिन्न	21	1	61
	➤ भिन्नों का गुणा एवं भाग	22	1	64
	➤ दशमलव की अवधारणा	23	4	70
	➤ दशमलव संख्याओं की तुलना	24	4	75
	➤ मापन में दशमलव का प्रयोग	25	1	78



षष्ठम	➤ दशमलव संख्याओं का जोड़	26	4	82
	➤ दशमलव संख्याओं का घटाव	27	3	85
	➤ दशमलव संख्याओं का गुणा	28	3	89
	➤ दशमलव संख्याओं का भाग	29	4	92
	➤ चाँदे की सहायता से कोण बनाना	30	3	97
सप्तम	➤ परकार की सहायता से कोण बनाना	31	3	103
	➤ वृत्त की अवधारणा	32	2	110
	➤ वृत्त के केन्द्र से जीवा पर लम्ब डालना	33	2	112
	➤ घन, घनाभ, पिरामिड एवं प्रिज्म के अंग	34	2	114
	➤ चर-अचर में अन्तर	35	4	119
अष्टम	➤ सजातीय एवं विजातीय पद	36	2	122
	➤ डिग्री तथा उनके पद	37	2	125
	➤ बीजीय व्यंजक का जोड़ एवं घटाव	38	3	129
	➤ बीजीय व्यंजकों के मान	39	2	131
	➤ BODMAS से बीजीय व्यंजक का हल	40	3	133
नवम्	➤ सर्वसमिका	41	2	135
	➤ गुणनखण्ड	42	1	138
	➤ परिमाप एवं क्षेत्रफल	43	1	141
	➤ आयताकार मार्ग का क्षेत्रफल	44	2	144
	➤ त्रिभुजाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल	45	3	146
दशम	➤ समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल	46	3	148
	➤ समचतुर्भुज का क्षेत्रफल	47	2	150
	➤ आयतन/धारिता की अवधारणा	48	1	152
	➤ घन और घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ	49	2	155
	➤ घातांक की अवधारणा	50	1	158
	कुल	50	116	

नोट— हर सप्ताह के छठे दिवस पर शिक्षकों द्वारा कक्षा में सप्ताह के पूर्व पांच दिवसों में पढ़ाये गये कार्य की पुर्नवृत्ति/आंकलन कराया जायेगा।



संख्या पहचान

दिवस - प्रथम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - सम और विषम संख्या की पहचान

लर्निंग आउटकम - बच्चे सम और विषम संख्या पहचान लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - कार्यपत्रक, चॉक, डस्टर, श्यामपट्ट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में - शिक्षक बच्चों से बात करेंगे उनसे आस-पास की वस्तुओं के बारे में पूछेंगे।

शिक्षक - आपके शरीर में कौन-कौन से अंग जोड़े में हैं?

छात्र - हाथ, पैर, आँख, कान आदि।

शिक्षक - आप सबके कितने मित्र हैं?

एक छात्र - मेरा एक मित्र है।

दूसरा छात्र - मेरे तीन मित्र हैं।

तीसरा छात्र - मेरे चार मित्र हैं।

(सभी बच्चे अलग-अलग जवाब देते हैं। शिक्षक क्रमशः चार्ट बनाते हुए)

पहला बच्चा	दूसरा बच्चा	तीसरा बच्चा	चौथा बच्चा	पांचवा बच्चा
1	3	4	2	5
विषम	विषम	सम	सम	विषम

शिक्षक - जिनके मित्रों की संख्या जोड़े में होगी, उसे सम कहते हैं और जिनके जोड़े नहीं बन पाते हैं, वो विषम होते हैं।

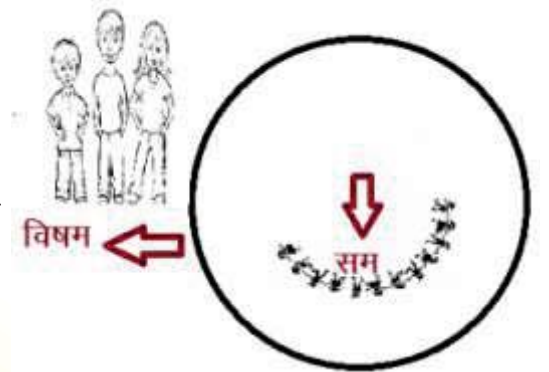
(शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 हल करने को कहेंगे तथा जरूरत पड़ने पर उनकी मदद करेंगे।)

गतिविधि - (शिक्षक बच्चों से एक गतिविधि कराते हैं)

शिक्षक - बच्चों आओ! एक खेल खेलते हैं। (शिक्षक कक्षा में या बाहर एक बड़ा सा गोला बनायेंगे।) बच्चों को निर्देश देंगे कि गोले के बाहर आपको खड़ा होना है। जब मैं कोई संख्या बोलू तो आप सम संख्या होने पर गोले में कूद जायेंगे और जब विषम संख्या बोलूँ तो गोले से बाहर आ जायेंगे।

छात्र - जी, ठीक है।

शिक्षक - 4





छात्र – (कूदते हुए गोले में) प्रवेश करेंगे।

शिक्षक – 7

छात्र – कूदते हुए गोले से बाहर आ जायेंगे।

शिक्षक – 6

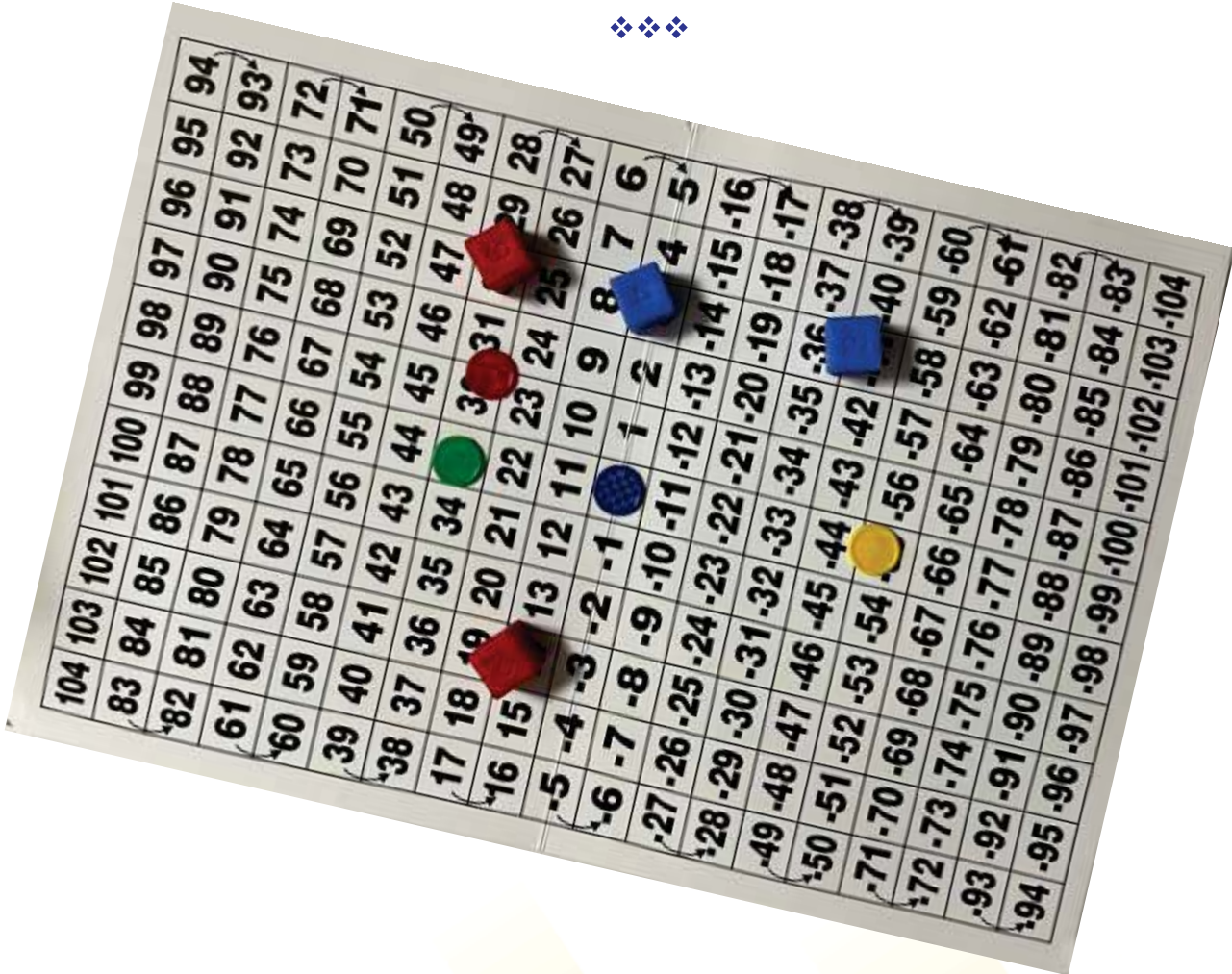
छात्र – (कूदते हुए गोले में प्रवेश करेंगे)

शिक्षक – 9

छात्र – गोले से बाहर आ जाते हैं।

(इस प्रकार शिक्षक गतिविधि कराते हैं और बच्चों से गणित किट के संख्या कार्ड से सम-विषम संख्याये छांटने को कहते हैं। इसके बाद शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-2 हल करायेंगे।)

गृहकार्य – शिक्षक बच्चों की कार्यपत्रक-3 घर से हल करके लाने को कहेंगे।





संख्या पहचान

दिवस - द्वितीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - अभाज्य संख्या

लर्निंग आउटकम - बच्चे अभाज्य संख्या को समझ कर लिख लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - फ्लैश कार्ड।

शिक्षण प्रक्रिया -

शिक्षक - बच्चों! दो अंक की सबसे छोटी संख्या बताइये?

छात्र - 10 (संभावित उत्तर)

शिक्षक - बहुत अच्छा! 10 किन-किन संख्याओं से विभाजित होता है?

छात्र - 1, 2, 5, 10 से (संभावित उत्तर)

शिक्षक - बहुत अच्छा! अब बताइए सप्ताह में कुल कितने दिन होते हैं?

छात्र - 7 दिन (संभावित उत्तर)

शिक्षक - बहुत अच्छा! 7 किन-किन संख्याओं से विभाजित होता है?

छात्र - 1 और 7 से।

शिक्षक - बहुत अच्छा! स्वयं से विभाजित होने वाली 10 से छोटी दो संख्याएँ बताइये?

छात्र - 3 और 5 (संभावित उत्तर)

शिक्षक - 3, 5, 7 ऐसी संख्याएँ हैं जो केवल 1 या स्वयं से विभाजित होती है, ऐसी संख्याएँ क्या कहलाती हैं?

छात्र - अभाज्य संख्या / अनुत्तरित।

शिक्षक - बच्चों! 3, 5, 7 जैसी संख्याएँ जो स्वयं से विभाजित हो रही है, अभाज्य संख्या कहलाती हैं। आज हम लोग अभाज्य संख्याओं के बारे में विस्तार से चर्चा करेंगे।

शिक्षण के दौरान - शिक्षक एक जैसा कार्ड दिखाते हुए बच्चों से चर्चा करते हैं कि 13 एक ऐसी संख्या है जो केवल 1 तथा स्वयं से विभाजित होती है। ऐसी संख्याएँ अभाज्य संख्या कहलाती हैं। जैसे- 2, 3, 5, 7, 11, 13 .

.....

(शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 हल करने के लिए देते हैं तथा आवश्यकता होने पर उनकी सहायता करेंगे।)

शिक्षक - बच्चों! 10 से छोटी अभाज्य संख्या बताइये?

छात्र - 2, 3, 5, 7 (संभावित उत्तर)



शिक्षक — बहुत अच्छा! अब इसमें (2, 3, 5, 7) सबसे छोटी अभाज्य संख्या बताइये?

छात्र — 2

शिक्षक — बहुत अच्छा! सबसे छोटी अभाज्य संख्या 2 है। इसके साथ-साथ 2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या है। 2 के अतिरिक्त सभी अभाज्य संख्यायें विषम होती हैं। आइये हम लोग कार्यपत्रक-5 हल करते हैं। बच्चों से श्यामपट्ट पर निम्न तालिका को हल करवाये।

संख्या	सम संख्या है (✓) या नहीं (✗)	विषम संख्या है (✓)	अभाज्य संख्या नहीं है (✗)
2			
11			
15			
27			
33			
47			

समेकन — शिक्षण के अन्त में शिक्षक छात्रों से निम्नवार्ता करते हैं—

1. 1 तथा स्वयं से विभाजित होने वाली संख्या अभाज्य संख्या होती है। शिक्षक बच्चों से 30 से 40 के बीच की सभी अभाज्य संख्या कॉपी पर लिखने को कहेंगे।
2. सबसे छोटी अभाज्य संख्या 2 है।
3. 2 के अतिरिक्त सभी अभाज्य संख्यायें विषम होती हैं।

गृहकार्य — कार्यपत्रक-2 को घर से करके लाइये।





संख्या पद्धति

दिवस - प्रथम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - प्राकृतिक, पूर्ण एवं पूर्णांक संख्याएँ

लर्निंग आउटकम - बच्चे प्राकृतिक संख्याओं, पूर्ण संख्याओं व पूर्णाकों को पढ़ व लिख लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - टॉफियाँ, कंकड़ या कांच की गोलियां जो भी आसानी से उपलब्ध हो।

शिक्षण के प्रारम्भ में -

शिक्षक - बच्चों! आओ एक खेल खेलते हैं। शिक्षक कुछ बच्चों को आगे बुलाकर कांच की गोलियां गिनने को कहते हैं। बच्चे गिनकर बताते हैं। 20 गोलियां है। अब फर्श पर एक सीधी रेखा में शिक्षक 1 से 20 तक संख्याएँ लिखते हैं व हर संख्या के स्थान पर 1-1 कांच की गोली बच्चों से रखवाते हैं।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

शिक्षक बच्चों से पूछते हैं - बच्चों जिन संख्याओं का वस्तुओं को गिनने में प्रयोग किया जाता है, उन्हें क्या कहते हैं?

बच्चे असहजता का अनुभव करते हुए गिनती, संख्या आदि उत्तर देते हैं। (समस्यात्मक)

शिक्षक - बच्चों जिन संख्याओं का वस्तुओं को गिनने में प्रयोग किया जाता है, उन्हें प्राकृतिक संख्याएं कहते हैं। आज हम प्राकृतिक व अन्य संख्या रूपों को विस्तार से पढ़ेंगे।

शिक्षण के दौरान -

इस प्रकार जिन संख्याओं का उपयोग वस्तुओं को गिनने में किया जाता है उन्हें प्राकृतिक संख्याएं कहते हैं। प्राकृतिक संख्याएं 1 से प्रारम्भ होकर अनन्त हो सकती है।

1, 2, 5, 16, 38, 69, 124, 268, 281 आदि प्राकृतिक संख्याओं के उदाहरण हैं।

अच्छा बच्चों सोचकर बताइये कि यदि आपकी जेब में 4 टॉफी हैं और चारों आपने खा ली तो अब आपकी जेब में कितनी टॉफी बचीं।

बच्चे उत्तर देते हैं - एक भी टॉफी नहीं बची या शून्य टॉफी बचीं।

वेरी गुड बच्चों।

बच्चों जब शून्य को प्राकृतिक संख्याओं के साथ जोड़ दिया जाता है, तो उन्हें पूर्ण संख्याएं कहते हैं।

शिक्षक चार्ट व फ्लैश कार्ड की सहायता से बच्चों को प्राकृतिक संख्या और पूर्ण संख्याओं की अवधारणाओं में अंतर स्पष्ट करते हैं कि जो संख्याएं वस्तुओं को गिनने में प्रयोग होती हैं वे प्राकृतिक संख्याएं कहलाती है और



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

जब शून्य को भी प्राकृतिक संख्याओं के साथ शामिल कर लिया जाता है तो इन्हें पूर्ण संख्याएं कहते हैं।

गतिविधि – शिक्षक कक्षा के किन्हीं 02 बच्चों को कक्षा में सबके सामने आकर खड़ा होने को कहता है। माना उन बच्चों के नाम दीपक एवं हाफिज़ हैं। अब मान लीजिए दीपक के पास 07 रुपये हैं और हाफिज़ उसे 10 रुपये देता है। अब दीपक के पास कितने रुपये होंगे?

छात्र – $10 + 07 = 17$ रुपये

शिक्षक – दीपक 17 रुपये हाफिज़ को देता है। अब दीपक के पास कितने रुपये शेष हैं?

बच्चे उत्तर देते हैं – शून्य

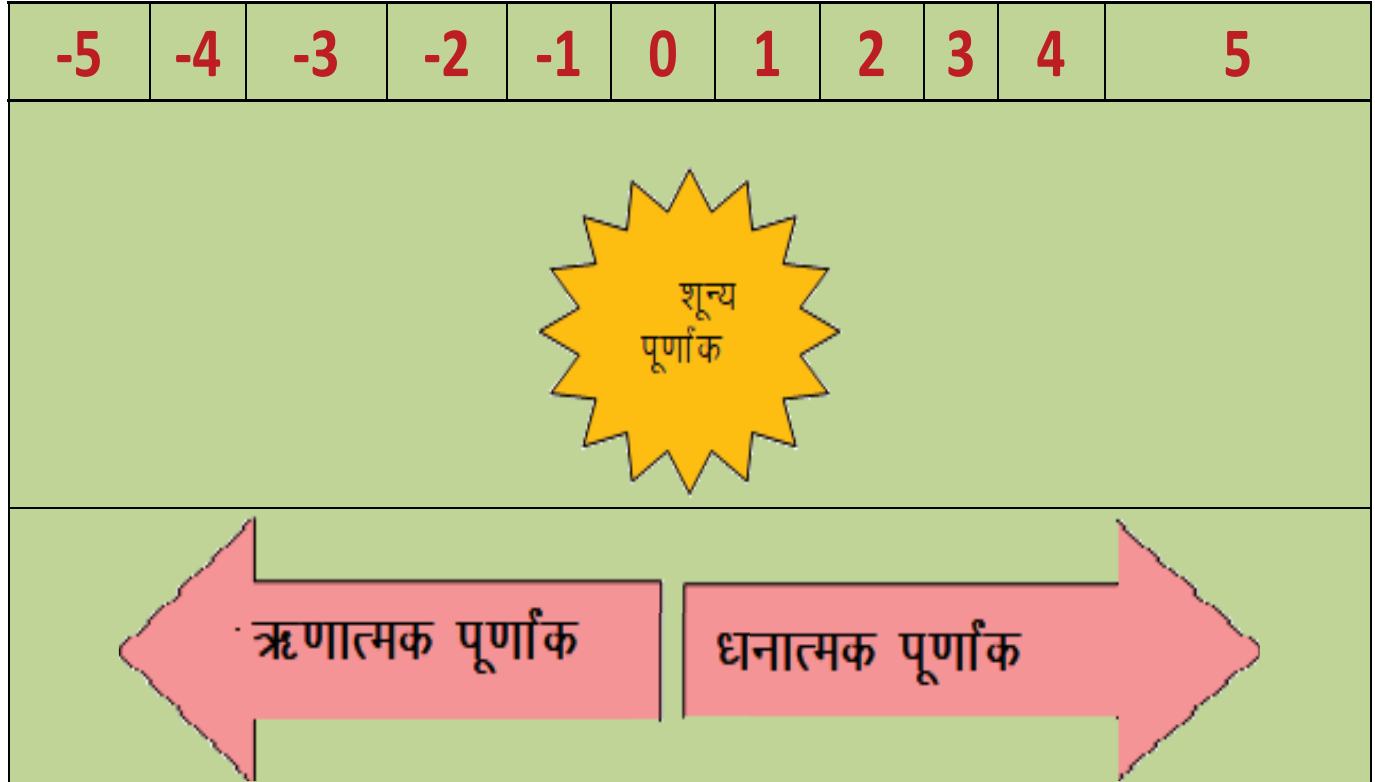
यहाँ शिक्षक बच्चों को स्पष्ट करते हैं कि दीपक के पास 10 रुपये का उधार है जो उसने हाफिज़ से लिया है। अर्थात् दीपक के पास जो भी रुपये आयेंगे उसमें दस रुपये बढ़ जायेंगे।

दीपक (-10)

हाफिज़ (-17)

इस प्रकार संख्याएं धनात्मक भी होती हैं और ऋणात्मक भी।

चलिए इनका अध्ययन करते हैं।





इस प्रकार पूर्णांक 3 प्रकार के होते हैं।

1. ऋण पूर्णांक
2. धन पूर्णांक
3. शून्य पूर्णांक

शिक्षक बच्चों को कक्षा में कार्यपत्रक-1 हल करने को कहेंगे एवं कार्यपत्रक को हल करने में बच्चों की सहायता करेंगे।

समेकन – शिक्षक श्यामपट्ट पर 3,5,0,16,-24 संख्याएं लिखकर बच्चों से प्राकृतिक, पूर्ण संख्याओं व पूर्णाकों की अवधारणा स्पष्ट करते हैं।

गृहकार्य – कार्यपत्रक-2 को घर से करके लाने को कहेंगे।





संख्या पद्धति

दिवस - द्वितीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - BODMAS

लर्निंग आउटकम - बच्चे संख्याओं के आसान प्रश्नों को BODMAS की सहायता से हल कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - फ्लैश कार्ड, कार्यपत्रक, श्यामपट्ट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में

शिक्षक - बच्चों! आपने पिछली कक्षाओं में जोड़, घटाना, गुणा व भाग सीख लिया है। इसी पर हम लोग कुछ नयी मजेदार बातें करेंगे। जरा सोच कर बताइये कि-

2 + 3 = कितना आयेगा? (फ्लैश कार्ड दिखाते हुए) बच्चे उत्तर देते हैं- 5	2+3= ?
और 5 + 4-2 = कितना आयेगा? (फ्लैश कार्ड) बच्चे उत्तर देते हैं- 7 वेरी गुड बच्चों अब बताइये 3+4-2x2 में पहले जोड़ करेंगे या घटाना या गुणा? (फ्लैश कार्ड) (समस्यात्मक)	5+4=9 9-2=7

शिक्षण के दौरान-

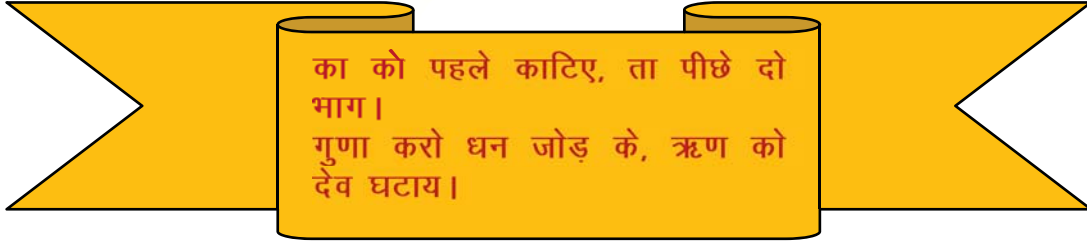
शिक्षक - बच्चों आज की कक्षा में हम यही सीखेंगे कि कौन सी संक्रिया किस क्रम में की जाती है?

बच्चों जब बहुत संक्रियाएं एक साथ होती हैं तो एक नियम के द्वारा उनको क्रम से हल करते हैं वह नियम BODMAS का नियम कहलाता है। चलिए इसको विस्तार से पढ़ते हैं। (समझाने के लिए शिक्षक ब्लैक बोर्ड और टी0एल0एम0 की सहायता लेते हैं)

B- Bracket	
Line Bracket _ रेखा कोष्ठक	_____
Small Bracket _ छोटा कोष्ठक	()
Curly Bracket _ मंझला कोष्ठक	{ }
Big Bracket _ बड़ा कोष्ठक	[]
O-off का	
D-Division भाग	÷
M-Multiplication गुणा	x
A-Addition जोड़	+
S-Subtraction घटाना	-



फिर शिक्षक बच्चों को एक दो लाइन का सूत्र बतायेंगे, जो BODMAS की संक्रिया पर है।



बच्चों सबसे पहले कोष्ठकों को छोटे से बड़े के क्रम में हल करते हैं। सबसे पहले रेखा, फिर छोटा कोष्ठक, फिर मंजला कोष्ठक और फिर बड़ा कोष्ठक हल किया जाता है। यहां 'का' का अर्थ गुणा होता है। फिर 'का' को गुणा में बदलकर हल करते हैं फिर भाग, गुणा, जोड़ व घटाना की संक्रिया की जाती है। चलिए अब इन प्रश्नों की मदद से इसको समझने की कोशिश करते हैं।

प्रश्न-1

$$8-5-3+1$$

= 9-5-3 (यहां शिक्षक बच्चों को स्पष्ट करते हैं कि जिन संख्याओं के पहले कोई चिह्न नहीं होता वहां धन चिह्न लिया जाता है एवं धनात्मक संख्या, धनात्मक संख्या से ही जोड़ी जाती है।)

$$=9-8$$

$$=1 \text{ (उत्तर)}$$

प्रश्न - 2

$$6 \times 12 \div 3 - 5 + 9$$

$$=6 \times 4 - 5 + 9$$

$$=24 - 5 + 9$$

$$=33 - 5$$

$$=28 \text{ (उत्तर)}$$

चलिए बच्चों एक प्रश्न और करते हैं शिक्षक बच्चों को श्यामपट्ट पर बुलाकर क्रमशः एक-एक चरण करने को कहते हैं व उनकी सहायता करते हैं। साथ ही शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 हल करने को देंगे तथा यथा आवश्यकता बच्चों की सहायता करेंगे।

समेकन — शिक्षक बच्चों से मौखिक प्रश्न पूछकर व श्यामपट्ट की सहायता से बच्चों को अभ्यास कराते हैं व आवश्यक प्रश्न पूछते हैं।

गृहकार्य — शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-2 देते हैं और घर से हल करके लाने को कहते हैं।





संख्या पद्धति

दिवस - तृतीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - परिमेय संख्या

लर्निंग आउटकम—

1. बच्चे परिमेय संख्या पहचान कर उसका निरपेक्ष मान ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - फ्लैश कार्ड, कार्यपत्रक आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में - (शिक्षक बच्चों को कहानी के माध्यम से प्रश्न पूछते हैं।)

शिक्षक - बच्चों! माधव नामक एक किसान है। इसके दो बच्चे सुरेश तथा दिनेश है। माधव अपनी जमीन को अपने बच्चों में बराबर-बराबर बाँट देता है। बताइए सुरेश को कितना हिस्सा मिलेगा?

छात्र - आधा (संभावित उत्तर)

शिक्षक - बच्चों! आधा को गणित की भाषा में कैसे लिखते हैं?

छात्र - $\frac{1}{2}$ (संभावित उत्तर)

शिक्षक - $\frac{1}{2}$ किस प्रकार की संख्या है?

छात्र - परिमेय संख्या / विचारात्मक / अनुत्तरित

शिक्षक - बच्चों! $\frac{1}{2}$ को परिमेय संख्या भी कहते हैं। आज हम लोग परिमेय संख्या के बारे में विस्तार से पढ़ेंगे।

शिक्षण के दौरान - शिक्षक एक फ्लैश कार्ड $\left(\frac{4}{5}\right)$ को दिखाकर बच्चों से अंश व हर पर चर्चा करते हैं।

शिक्षक- बच्चों! फ्लैश कार्ड पर लिखी गई संख्या को 4 बटा 5 पढ़ते हैं। इसमें 4 को अंश तथा 5 को हर कहते हैं। इसी प्रकार यदि अंश -3 तथा हर 8 हो तो संख्या $\frac{-3}{8}$ बनेगी। इसे -3 बटा 8 पढ़ेंगे।

(शिक्षक बच्चों से कार्यपत्रक-1 हल करने को कहेंगे तथा कार्यपत्रक हल करने में बच्चों की सहायता करेंगे।)

शिक्षक - बच्चों! ऐसी संख्याएँ जिन्हें $\frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$ के रूप में लिखा जा सके, उन्हें परिमेय संख्या कहते हैं।

जैसे- $\frac{2}{5}, \frac{-1}{3}, \frac{6}{-11}, \frac{-8}{-15}, \dots\dots\dots$

शिक्षक - (छात्रों से प्रश्न करते हुए) बच्चों! आप वह परिमेय संख्या बताइए जिसका अंश 0 तथा हर 2 है।

छात्र - $\frac{0}{2}$ (संभावित उत्तर)

शिक्षक - बहुत अच्छे बच्चों! $\frac{0}{2}$ का मान 0 होता है अर्थात् 0 भी एक परिमेय संख्या है। (छात्रों से पुनः प्रश्न



करते हुए) अच्छा बच्चों! वह परिमेय संख्या बताइए जिसका अंश 2 तथा हर 0 है।

छात्र – $\frac{2}{0}$ (संभावित उत्तर)

शिक्षक – बच्चों! $\frac{2}{0}$ लिखना गलत है क्योंकि किसी भी संख्या में शून्य से भाग परिभाषित नहीं है अर्थात् किसी परिमेय संख्या का हर शून्य नहीं हो सकता है।

परिमेय संख्या की परिभाषा—परिमेय संख्या को एक ऐसी संख्या के रूप में परिभाषित किया जाता है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिख जा सकें, जहाँ p और q पूर्णांक है तथा $q \neq 0$ ।

शिक्षक – बच्चों! क्या 3 परिमेय संख्या है?

छात्र – हाँ (संभावित उत्तर)

शिक्षक – बहुत अच्छा बच्चों! 3 एक परिमेय संख्या है क्योंकि इसे $\frac{3}{1}$ के रूप में लिखा जा सकता है अर्थात् सभी पूर्णांक परिमेय संख्या भी होते हैं।

शिक्षक – बच्चों! क्या $\frac{-3}{10}$ भिन्न भी है?

छात्र – नहीं (संभावित उत्तर)

शिक्षक – बहुत अच्छा बच्चों ! $\frac{-3}{10}$ भिन्न नहीं है क्योंकि इस परिमेय संख्या का अंश (-3) एक ऋणात्मक पूर्णांक है। किसी भिन्न का अंश व हर दोनों धनात्मक पूर्णांक होते हैं। जैसे— $\frac{3}{5}, \frac{1}{4}, \frac{4}{7}, \dots$

(शिक्षक बच्चों से कार्यपत्रक-2 हल करने को कहेंगे तथा कार्यपत्रक हल करने में बच्चों की सहायता करेंगे।)

शिक्षक – बच्चों! क्या आप निरपेक्ष मान जानते हैं ?

छात्र – नहीं (संभावित उत्तर)

शिक्षक – बच्चों! किसी परिमेय संख्या का निरपेक्ष मान उस संख्या का केवल संख्यात्मक मान होता है।

निरपेक्ष मान (+) या (-) चिह्न से निरपेक्ष होता है। जैसे—

$$4 \text{ का निरपेक्ष मान} = |4| = 4$$

$$(-3) \text{ का निरपेक्ष मान} = |-3| = -(-3) = 3$$

$$\frac{-2}{7} \text{ का निरपेक्ष मान} = \left| \frac{-2}{7} \right| = -\left(-\frac{2}{7} \right) = \frac{2}{7}$$

शिक्षक – समझ गये बच्चों। आइये इससे सम्बन्धित एक वर्कशीट करेंगे।

(शिक्षक बच्चों से कार्यपत्रक-3 हल करने को कहेंगे।)



समेकन –

- ऐसी संख्याएँ जिन्हें हम $\frac{p}{q}$ के रूप में लिख सकें, परिमेय संख्या कहलाती है, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ ।
- शिक्षक श्यामपट्ट पर तीन ऐसी परिमेय संख्या लिखेंगे जो भिन्न भी होगी। इससे शिक्षक भिन्न व परिमेय संख्या में अन्तर को स्पष्ट करेंगे।
- शिक्षक श्यामपट्ट पर बच्चों से $-1, 0, \frac{6}{7}$ का निरपेक्ष मान लिखवायेंगे।

गृहकार्य – शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-4 हल करने को देंगे।





संक्रियायें

दिवस - प्रथम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - संख्याओं का जोड़

लर्निंग आउटकम -

1. बच्चे वार्तिक प्रश्नों में तीन अंकीय एवं चार अंकीय संख्याओं का हासिल वाला जोड़ कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - कार्यपत्रक, गणित किट।

शिक्षण के प्रारंभ में - (शिक्षक छात्रों से बातचीत करते हुए)

शिक्षक - बच्चों कल मेरे चाचा जी मेरे घर पर आये थे। वो बता रहे थे कि स्टेशन से मेरे घर तक आने के लिए उन्हें दो बार सवारी करनी पड़ी। पहले वो ऑटो से कुछ दूर आये। ऑटो वाले ने उनसे रु. 17 लिया। फिर उन्हें रिक्शा करके मेरे घर तक आना पड़ा। रिक्शा वाले ने उनसे रु. 10 लिया।

बच्चों! बताइए चाचा जी के कुल कितने रूपये खर्च हुए?

छात्र - 27 (संभावित उत्तर)

शिक्षक - अच्छा बच्चों! आपने यह कैसे पता लगाया?

छात्र - जोड़कर (संभावित उत्तर)

शिक्षक - पता है बच्चों चाचा जी बड़ी लम्बी यात्रा करके आये थे। उनके पास एक ट्रेन की टिकट और एक बस की टिकट थी। मैंने चाचा जी से दोनों टिकट माँगकर देखें। एक टिकट पर रु. 485 लिखा था और दूसरे पर रु. 367 लिखा था।

बच्चों! बताइए अगर दोनों टिकट का मूल्य मिलाकर जोड़ा जाये तो कुल कितने रूपये खर्च हुए?

छात्र - (विचारात्मक)

शिक्षण के दौरान -

शिक्षक - आइए बच्चों! इन दोनों टिकट पर लिखे हुए मूल्य को मिलाकर जोड़ते हैं।

(शिक्षक श्यामपट्ट पर चरणबद्ध तरीके से हासिल वाला जोड़ करके बतायेंगे।)

$$\begin{array}{r} 4 \quad 8 \quad 5 \\ + \quad 3 \quad 6 \quad 7 \\ \hline 2 \end{array}$$

- सबसे पहले इकाई के स्तम्भ के अंकों को जोड़ते हैं।
(5+7=12)



$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 4 \quad 8 \quad 5 \\ + \quad 3 \quad 6 \quad 7 \\ \hline \quad 5 \quad 2 \end{array}$$

- यहाँ 12 में, 2 इकाई, इकाई के स्तम्भ में लिखेंगे और 1 दहाई को दहाई के स्तम्भ में हासिल के रूप में जोड़ते हैं।
(1+8+6=15)

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \\ 4 \quad 8 \quad 5 \\ + \quad 3 \quad 6 \quad 7 \\ \hline 8 \quad 5 \quad 2 \end{array}$$

- अब 15 में से 5 दहाई के स्तम्भ में लिखेंगे और 1 सैकड़ा के स्तम्भ में हासिल के रूप में जोड़ेंगे।
(1+4+3=8)

शिक्षक – अच्छा बच्चों! अगर मैं आपसे पूछूँ कि किसी शहर में 934 पुरुष, 846 महिलाएँ और 485 बच्चे हैं तो शहर की कुल जनसंख्या कितनी है?

छात्र – जोड़कर (संभावित उत्तर)

शिक्षक – मतलब बच्चों! जिन प्रश्नों में कुल मिलाकर / कुल कितना ऐसे पूछा जाये, वहाँ जोड़ की संक्रिया का प्रयोग करते हैं। ऐसे प्रश्नों को हल करने के लिए पहले प्रश्न में जो पूछा गया है, वो लिखते हैं।

(शिक्षक बच्चों से पूछते हुए श्यामपट्ट पर लिखते हैं।)

दिनांक xx/xx/xx कक्षा-8

जोड़

प्रश्न- किसी शहर में 934 पुरुष, 846 महिलाएँ और 485 बच्चे हैं तो शहर की कुल जनसंख्या कितनी है?

शहर में पुरुषों की संख्या	=	934
शहर में महिलाओं की संख्या	=	846
शहर में बच्चों की संख्या	=	485
शहर की कुल जनसंख्या	=	

$$\begin{array}{r} 9 \quad 3 \quad 4 \\ 8 \quad 4 \quad 6 \\ + \quad 4 \quad 8 \quad 5 \\ \hline 2 \quad 2 \quad 6 \quad 5 \end{array}$$

अतः शहर की कुल जनसंख्या 2265 है।

(शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 हल करने के लिए देंगे।)

समेकन – शिक्षक बच्चों को हासिल वाले जोड़ को पुनः स्पष्ट रूप से समझायेंगे एवं वार्तिक प्रश्नों में जोड़ की संक्रिया को पहचानने में सहायता करेंगे।

गृहकार्य – शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-2 गृहकार्य के लिए देंगे।





संक्रियायें

दिवस - द्वितीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - संख्याओं का घटाव

लर्निंग आउटकम -

1. बच्चे उधार वाले घटाव पर आधारित वार्तिक प्रश्नों को पहचान कर हल कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - कंकड़, कार्यपत्रक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में - (शिक्षक कक्षा में कुछ कंकड़ (25) लेकर जायेंगे और बच्चों से बातचीत के माध्यम से पूछेंगे।)

शिक्षक - बच्चों! मेरे पास कुल कितने कंकड़ हैं?

छात्र - (बच्चे कंकड़ गिनकर उत्तर देते हैं) 25

शिक्षक - बच्चों! अगर मैं इनमें से 10 कंकड़ अलग कर दूँ तो कितने कंकड़ बचेंगे?

छात्र - 15 (संभावित उत्तर)

शिक्षक - अच्छा बच्चों! यह आपने कैसे पता लगाया?

छात्र - 25 में से 10 घटाकर

शिक्षक - बहुत बढ़िया बच्चों! अब बताइए अगर सोहन के पिता के पास 725 ईंटें हैं। उन्होंने अपने घर के बाहर एक चबूतरा बनाया, जिसमें 337 ईंटे लग गयीं तो सोहन के पिता के पास कितनी ईंटें बचेंगी?

छात्र - (विचारात्मक)

शिक्षण के दौरान - (शिक्षक प्रश्न को श्यामपट्ट पर हल करते हुए स्पष्ट करेंगे।) आइए बच्चों! हम इसे घटा कर सीखते हैं। सबसे पहले हम सैकड़ा (सै0), दहाई (द0) और इकाई (इ0) के तीन स्तम्भ बनायेंगे। अब बड़ी संख्या को ऊपर और छोटी संख्या को नीचे लिखेंगे।

$$\begin{array}{r} \text{सै0} \quad \text{द0} \quad \text{इ0} \\ 7 \quad 2 \quad 8 \\ - 3 \quad 3 \quad 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

(अब शिक्षक बच्चों से बातचीत करते हुए चरणबद्ध तरीके से घटाव (उधार) वाले प्रश्न हल करना सिखायेंगे।)

शिक्षक - अब बताइए बच्चों! सबसे पहले कौन सी संख्या घटायेंगे।

छात्र - इकाई वाले अंकों से शुरू करेंगे।



शिक्षक – बच्चों! क्या 5 में से 7 को घटा सकते हैं?

छात्र – नहीं (संभावित उत्तर)

(अब 5 अपने बगल में दहाई वाले स्थान से उधार माँगेगा। यहाँ दहाई के स्थान पर 2 दहाई है। अब यह एक दहाई इकाई वाले स्तम्भ को देगा तो इकाई के स्थान पर एक दहाई और 5 इकाई मिलाकर 15 हो जायेगा और दहाई के स्थान पर 1 दहाई बचेगा।)

$\begin{array}{r} 7 \quad 2 \quad 5 \\ - \quad 3 \quad 3 \quad 7 \\ \hline \quad \quad 8 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> अब इकाई वाले स्तम्भ में $15-7=8$
$\begin{array}{r} 7 \quad 2 \quad 5 \\ - \quad 3 \quad 3 \quad 7 \\ \hline \quad 8 \quad 8 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> अब दहाई वाले स्तम्भ में 1 दहाई बचा। अब दहाई वाले स्तम्भ का 1 अपने बगल में सैकड़े वाले से 1 सैकड़ा उधार माँगेगा। यहाँ सैकड़े के स्थान पर 7 है। जब यह 1 सैकड़ा दहाई को उधार देगा तो यहाँ दहाई वाले स्तम्भ में 11 दहाई हो जायेगा। अब दहाई वाले स्तम्भ में $11-3=8$ लिखेंगे।
$\begin{array}{r} 6 \quad 11 \quad 15 \\ 7 \quad 2 \quad 5 \\ - \quad 3 \quad 3 \quad 7 \\ \hline 3 \quad 8 \quad 8 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> अब सैकड़े के स्थान पर 6 बचा। अब सैकड़े के स्थान पर घटाव की प्रक्रिया करेंगे $6-3=3$

(अब शिक्षक कार्यपत्रक-1 बच्चों को हल करने के लिए देंगे।)

अब शिक्षक बच्चों से बातचीत करते हुए घटाव के प्रश्न करेंगे।

शिक्षक – बच्चों! मेरे घर के पास एक फलमण्डी है। वहाँ एक फल वाले से 242 पेट्टी संतरे की ले आये। उसमें से 54 पेट्टी संतरे उसने पहले दिन ही बेच दिये। बताइए पहले दिन उसके पास कितनी पेट्टी संतरे बचे?

बताइए बच्चों कैसे पता लगायेंगे?

छात्र – घटाकर।

शिक्षक – बच्चों! जिन प्रश्नों में कितना बचा, कितना शेष, कितना अन्तर, कमी मालूम करना, तुलना, पूरक जोड़ जैसे प्रश्न पूछा जाये, वहाँ घटाव की संक्रिया होगी। प्रश्न को पढ़कर हमें स्वयं पता लगाना होता है कि इसमें गणित की कौन सी संक्रिया की जायेगी। वार्तिक प्रश्नों को हल करने के लिए सबसे पहले जो प्रश्न में दिया है वो लिखते हैं।



(अब शिक्षक श्यामपट्ट पर वार्तिक प्रश्न को चरणबद्ध तरीके से हल करना सिखायेंगे।)

दिनांक xx/xx/xx

कक्षा—8

घटाव

प्रश्न— फलमण्डी में एक फल वाले ने 242 पेटी संतरे की ले आये। उसमें से 54 पेटी संतरे उसने पहले दिन ही बेच दिये। बताइए पहले दिन उसके पास कितनी पेटी संतरे बचे?

संतरे की कुल पेटीयाँ = 242

पहले दिन बेची गयी संतरे की पेटीयाँ = 54

बची हुई संतरे की पेटीयाँ =

$$\begin{array}{r} 242 \\ - 54 \\ \hline 188 \end{array}$$

अतः संतरे की 188 पेटी बची हैं।

(अब शिक्षक कार्यपत्रक—2 बच्चों को हल करने के लिए देंगे।)

समेकन — शिक्षक एक बार पुनः बच्चों को घटाव में उधार की प्रक्रिया को स्पष्ट रूप से दोहरायेंगे।

गृहकार्य — बच्चों को कार्यपत्रक— 3 गृहकार्य के लिए देंगे।





संक्रियायें

दिवस - तृतीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - संख्याओं का गुणा

लर्निंग आउटकम

1. बच्चे दो अंकीय संख्या का तीन अंकीय संख्या से गुणा कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री : पेंसिल, फूल, पत्ती, कंकड, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में - बच्चों फूल तो आप सभी को बहुत पंसद होंगे। रवि को भी फूल बहुत पंसद है और वह अपनी बगिया में पौधों की बहुत देखभाल करता है। रवि की बगिया में फूलों के 3 पौधे हैं और प्रत्येक पौधे में 6-6 फूल खिले हैं तो बताइये कि रवि की बगिया में कितने फूल खिले हैं?

बच्चे बताते हैं - 18 (सम्भावित उत्तर)

अगले दिन तीनों पौधों में प्रत्येक में 12-12 फूल खिले तो बताइये कि बगिया में कुल कितने फूल खिले होंगे?

बच्चे 12 को 3 से गुणा करके बताते हैं - 36 फूल

अगले दिन रवि ने देखा कि फूलों की संख्या और बढ़ गयी है; प्रत्येक पौधे पर 18-18 फूल खिले हैं। बच्चों बताओं अब बगिया में फूलों की कुल संख्या कितनी हैं?

बच्चे बताने में समय लेते हैं।

शिक्षक - आज हम दो अंकों की संख्या में एक अंक की संख्या से गुणा (हासिल के साथ) व तीन अंको की संख्या का दो अंकों की संख्या से गुणा करना सीखेंगे।

शिक्षण के दौरान - शिक्षक बच्चों को पहले दो अंकों की संख्या में एक अंक की संख्या से गुणा (हासिल के साथ) करना सिखायेंगे। जैसे- 18×3 को पहले स्तम्भ में लिखकर 3 से पहले संख्या 18 के इकाई के अंक 8 में गुणा करेंगे। गुणनफल $8 \times 3 = 24$ प्राप्त होगा। संख्या 24 के इकाई का अंक 4 रेखा के नीचे इकाई अंक के नीचे लिखेंगे तथा दहाई का अंक 2 हासिल के रूप में संख्या 18 के दहाई अंक 1 के ऊपर लिख लेंगे। अब 3 की गुणा 1 से करने पर 3 प्राप्त होगा। 3 में 2 हासिल जोड़कर 5 को रेखा के नीचे दहाई के नीचे लिखेंगे। इस प्रकार 18 का 3 से गुणा करने पर गुणनफल 54 होगा।

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 3 \\ \hline 54 \end{array}$$

शिक्षक बच्चों को 0 व 1 से गुणा की अवधारणा से भी परिचित करायेंगे। जैसे- 1×15 अर्थात् 15 एक बार। गुणनफल 15 ही आयेगा या 15×1 अर्थात् 15 बार अर्थात् (एक को 15 बार जोड़ेंगे तो 15 प्राप्त होगा) गुणनफल = 15



किसी भी संख्या को एक से गुणा करने पर गुणनफल वही संख्या होती है। शिक्षक बच्चों से कार्यपत्रक-1 एवं 2 हल करने को कहेंगे एवं यथा आवश्यकता बच्चों की सहायता करेंगे।

शून्य से गुणा – 0×15 अर्थात 15 शून्य व अर्थात 15 हमने एक बार भी नहीं लिया तो गुणनफल शून्य ही आयेगा। इसी प्रकार 15×0 का तात्पर्य शून्य 15 बार (अगर 0 को 15 बार जोड़े तो 0 ही प्राप्त होगा।)

अतः यदि किसी संख्या को शून्य से गुणा की जाती है, तो गुणनफल शून्य ही आता है। इस प्रकार के अन्य उदाहरण प्रश्नों द्वारा शिक्षक बच्चों को समझायेंगे तथा आकलन एवं अभ्यास के लिए बच्चों को कार्यपत्रक-3 देंगे। अब शिक्षक दो अंकों की संख्या से 3 अंकीय संख्या को गुणा करना सिखायेंगे। **जैसे—**

$$\begin{array}{r} 232 \\ \times 12 \\ \hline 464 \\ + 2320 \\ \hline \boxed{2784} \end{array}$$

पूर्व की भांति संख्या 232 में संख्या 12 के इकाई के अंक 2 से गुणा करेंगे। संख्या 12 के दहाई के अंक 1 से गुणा करने के लिए पहले वाले गुणनफल के नीचे इकाई के अंक के नीचे शून्य या क्रॉस का निशान लगा देंगे (क्योंकि 0 का मतलब 10 अर्थात दूसरी बार में हम 1 से नहीं 10 से गुणा कर रहे हैं।) और गुणा करके दहाई के अंक को लिखना शुरू करेंगे। दोनों गुणनफल के नीचे रेखा खींच कर दोनों जोड़ देंगे। वही अभीष्ट गुणनफल होगा। शिक्षक इस प्रकार के कुछ प्रश्न समझाकर बच्चों को कार्यपत्रक-4 करने को देंगे। जब बच्चे कार्यपत्रक कर रहे हो तब शिक्षक उनका अवलोकन, आकलन और सहायता करेंगे।

गुणनफल ज्ञात करें—

a

$$\begin{array}{r} 243 \\ \times 22 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

b

$$\begin{array}{r} 621 \\ \times 32 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

c

$$\begin{array}{r} 543 \\ \times 21 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

d

$$\begin{array}{r} 302 \\ \times 43 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$



समेकन – कक्षा शिक्षण के दौरान बताये गए प्रश्नों द्वारा शिक्षक अवधारणा का समेकन करेंगे। कुछ नये प्रश्नों को बच्चों को श्यामपट्ट पर हल करने को देंगे।

गृहकार्य –

शिक्षक तीन अंकीय संख्या का दो अंकीय संख्या से गुणा करने सम्बन्धी प्रश्न गृहकार्य में देंगे।





संक्रियायें

दिवस - चतुर्थ

समय - 40 मिनट

प्रकरण - संख्याओं का भाग

लर्निंग आउटकम

बच्चे एक अंकीय व दो अंकीय संख्याओं से दो या दो से अधिक अंकों की संख्या में भाग कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - कंकड़, डंडियाँ, तीलियाँ, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में - बच्चों आप सभी अपने घरों में तथा आस-पास पौधे तो अवश्य लगाते होंगे। बताइये आप सभी ने कहाँ-कहाँ लगाये?

बच्चे बताते हैं - सम्भावित उत्तर (घर में, स्कूल में, गाँव में, सड़क के किनारे)

अच्छा बच्चों यदि सोनम के पिताजी 20 पौधे लाये और उन्हें चार बच्चों में बराबर-बराबर बांट कर कहा कि इन्हें क्यारी में लगा दो तो चारों को कितने-कितने पौधे मिले?

बच्चे इसे हल करने की कोशिश करते हैं। शिक्षक उनकी मदद करके अपेक्षित उत्तर तक पहुंचने में उनकी सहायता करते हैं।

शिक्षण के दौरान-

बच्चों हम लोग 20 पौधों को 4 बराबर भाग में बांटने का प्रयास करते हैं। शिक्षक 20 कंकड़ बच्चों को देकर 4 बराबर-बराबर भागों में बांटने के लिए कहते हैं।

$$\begin{array}{r} 4)20(5 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

$\begin{array}{r} 2) 24 (12 \\ \underline{-2} \\ \times 4 \\ \underline{-4} \\ \underline{xx} \end{array}$	$\begin{array}{r} 4) 51 (12 \\ \underline{-4} \\ 11 \\ \underline{-8} \\ \underline{03} \text{ शेषफल} \end{array}$	$\begin{array}{r} 6) 64 (10 \\ \underline{-6} \\ \times 4 \\ \underline{-0} \\ \underline{4} \text{ शेषफल} \end{array}$
3) 37 (5) 57 (7) 71 (



4 का पहाड़ा हम लोग इस प्रकार पढ़ते हैं कि या तो 20 या उससे कम आ जाए।

$4 \times 5 = 20$ इस प्रकार चारों बच्चों ने 5-5 पौधे क्यारी में लगा दिए और कोई पौधा शेष नहीं बचा।

शिक्षक बच्चों से – बच्चों इस प्रश्न में भाज्य, भाजक, भागफल व शेषफल क्या है?

बच्चे बताते हैं – यहाँ भाज्य = 20, भाजक = 4, भागफल = 5 व शेषफल शून्य है।

शिक्षक – बच्चों चलिए अब हम लोग कुछ अभ्यास कार्य करते हैं। अध्यापक कक्षा-कक्ष में घूमघूम कर बच्चों को अभ्यास प्रश्न करने में सहायता करते हैं।

शिक्षक बच्चों से पूछते हैं – बच्चों सोचकर बताइये कि यदि कुल 369 तीलियाँ हो तो तीन-तीन तीलियों के कितने समूह बनाये जा सकते हैं? (विचारात्मक)

शिक्षक कार्यपत्रक-1 एवं 2 व श्यामपट्ट का उपयोग कर के बच्चों को इस सवाल को हल करने में सहायता करते हैं।

समेकन – बच्चों 324 को 5 से भागकर के भागफल व शेषफल ज्ञात करिए।

गतिविधि – शिक्षक बच्चों को क्रमवार श्यामपट्ट पर बुलाकर सवाल हल करने को कहते हैं जहाँ आवश्यकता होती है शिक्षक बच्चों को सवाल समझने व हल करने में सहायता करते हैं। इस प्रकार बच्चे अपेक्षित उत्तर तक आसानी से पहुँचने में समर्थ होते हैं।

हल—

$ \begin{array}{r} 5)324(64 \\ \underline{-30} \\ 024 \\ \underline{20} \\ \underline{\times 4} \end{array} $	
---	--

इस प्रकार भागफल-64 व शेषफल-04

गृहकार्य – बच्चों उक्त विषय के कार्यपत्रक-3 एवं 4 को गृहकार्य में करके लाइये।





लघुतम समापवर्त्य (Least Common Multiple) एवं महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor)

दिवस - प्रथम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - अपवर्तक (गुणनखण्ड)

लर्निंग आउटकम - बच्चे दी गयी संख्याओं के अपवर्तक ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - पेन, चॉक, डस्टर, कार्यपत्रक, गणित किट।

शिक्षण प्रक्रिया के प्रारम्भ में (शिक्षक बच्चों के साथ संवाद करते हैं)

शिक्षक - रवि के घर में कुल पाँच सदस्य हैं। रवि के घर में आवश्यक सामग्री (जैसे-आटा, चावल, दाल व सब्जी इत्यादि) खत्म हो गयी है। रवि की माँ ने रवि को ₹500 देकर बाजार से आवश्यक सामान लाने के लिए कहा। रवि सामान लेने बाजार जाता है और आवश्यक सामान को खरीदता है। सामान खरीदने के बाद रवि के पास ₹ 24 शेष बच जाते हैं। रवि बचे हुए रु. 24 से 12 समोसे भी खरीद लेता है। सामान खरीद कर घर आ जाता है।

निम्नलिखित परिस्थितियों को ध्यान में रखते हुए 12 समोसों को बराबर भागों में बाँटिये।

केस 1 - रवि के मामा भी रवि के घर आए हुए हैं। रवि की माँ सभी को समान मात्रा में समोसे बाँट देती है। बच्चों बताइए कि रवि को कितने समोसे मिले?

(शिक्षक बच्चों को सोचने के लिए 1-2 मिनट (एक से दो मिनट) का समय देते हैं।)

छात्र - (सम्भावित उत्तर) दो-दो समोसे मिलेंगे।

केस 2 - रवि के पिता खाना खा चुके थे इसलिए उन्होंने समोसे खाने से मना कर दिया। शेष सदस्यों में रवि की माँ ने समान मात्रा में समोसे बाँट दिये। बच्चों बताइए कि रवि को कितने समोसे मिले (जबकि मामा अपने घर जा चुके थे)?

(शिक्षक, बच्चों को सोचने के लिए 1-2 मिनट का समय देते हैं।)

छात्र - (सम्भावित उत्तर) तीन-तीन समोसे मिलेंगे।

केस 3 - रवि के पिता काम के लिए खेत पर जा चुके हैं तथा रवि की माँ खाना बनाने में व्यस्त हैं। रवि की माँ ने रवि के सभी भाई-बहनों में समोसे समान मात्रा में बाँटकर खाने के लिए कहा। बच्चों रवि को कितने समोसे मिले?

(शिक्षक, बच्चों को सोचने के लिए कुछ समय देते हैं।)

छात्र - (सम्भावित उत्तर) चार-चार समोसे मिलेंगे।



केस 4 — अच्छा! बच्चों बताइए कि यदि रवि अपनी एकलौती बहन के साथ सभी समोसों को समान मात्रा में बाँट लेता है, तब रवि को कितने समोसे मिलेंगे?

(शिक्षक, बच्चों को सोचने के लिए कुछ समय देते हैं।)

छात्र — (सम्भावित उत्तर) छः—छः समोसे मिलेंगे।

शिक्षण के दौरान — (शिक्षक गतिविधि के माध्यम से उक्त चारों केस पर चर्चा करते हैं।)

केस 1 के लिए

शिक्षक कक्षा के पाँच छात्रों को कक्षा के एक कोने में खड़ा करते हैं। फिर कक्षा के शेष बच्चों से यह पूछते हैं कि यहाँ कितने छात्र खड़े हैं? (कोने में खड़े हुए छात्रों की ओर संकेत करते हुए)

छात्र — पाँच (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक — एक छात्र को और बुलाकर पाँचों छात्रों के साथ खड़ा करेंगे और बच्चों से पूछेंगे कि अब कितने छात्र हो गये?

छात्र — छः (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक कक्षा में उपलब्ध सामग्री जैसे—पेन, पेन्सिल, चॉक इत्यादि में से एक सी 12 वस्तुएँ (माना पेन) लेते हैं। इसे 6 छात्रों (जो कि खड़े हैं) में बराबर—बराबर पेन बाँट देते हैं। फिर छात्रों से पूछेंगे कि प्रत्येक को कितने पेन मिले हैं?

छात्र — 2 पेन (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक — यह आप लोगों ने कैसे ज्ञात किया?

छात्र — सम्भावित उत्तर (भाग द्वारा)

शिक्षक — (श्यामपट्ट पर करके दिखाते हैं)

$$\begin{array}{r} 6)12(2 \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$$

भागफल— 2

अर्थात् $6 \times 2 = 12$

केस 2 के लिए

शिक्षक कक्षा के कोने में खड़े 6 छात्रों में से एक—एक करके (छात्रों के साथ चर्चा करते हुए) दो छात्रों को कक्षा में अपने स्थान पर बैठने के लिए कहेंगे। फिर छात्रों से पूछेंगे कि अब कितने छात्र खड़े हैं?

छात्र — चार (सम्भावित उत्तर)।



शिक्षक – 12 पेन (उपलब्ध सामग्री) को इन 4 छात्रों में छात्र की सहायता से बाँट देते हैं। फिर बच्चों से पूछेंगे कि बताइए इन छात्रों को कितने-कितने पेन मिले हैं?

छात्र – 3 पेन (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक – (श्यामपट्ट पर करके दिखायेंगे)

$$\begin{array}{r} 4)12(3 \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$$

भागफल– 3

अर्थात् $4 \times 3 = 12$

केस 3 के लिए

शिक्षक कक्ष के कोने में खड़े 4 छात्रों में से एक और छात्र को कक्ष में अपने स्थान पर बैठने के लिए कहेंगे। फिर छात्रों से पूछते हैं कि अब कितने छात्र खड़े हैं?

छात्र – तीन (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक – 12 पेन (उपलब्ध सामग्री) को इन 3 छात्रों में छात्र की सहायता से बाँट देते हैं। फिर बच्चों से पूछते हैं कि बताइए इन छात्रों को कितने-कितने पेन मिले हैं?

छात्र – (सम्भावित उत्तर) 4 पेन

शिक्षक – (श्यामपट्ट पर करके दिखायेंगे)

$$\begin{array}{r} 3)12(4 \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$$

भागफल– 4

अर्थात् $3 \times 4 = 12$

केस 4 के लिए

शिक्षक कक्ष के कोने में खड़े 3 छात्रों में से एक और छात्र को कक्ष में अपने स्थान पर बैठने के लिए कहेंगे। फिर छात्रों से पूछते हैं कि अब कितने छात्र खड़े हैं?

छात्र – दो

शिक्षक – 12 पेन (उपलब्ध सामग्री) को इन 2 छात्रों में छात्र की सहायता से बाँट देते हैं। फिर बच्चों से पूछते हैं कि बताइए इन छात्रों को कितने-कितने पेन मिले हैं?



छात्र — (सम्भावित उत्तर) 6 पेन

शिक्षक — (श्यामपट्ट पर करके दिखायेंगे)

$$\begin{array}{r} 2)12(6 \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$$

भागफल— 6

अर्थात् $2 \times 6 = 12$

(शिक्षक गतिविधि को आगे बढ़ाते हुए)

शिक्षक कक्ष के कोने में खड़े 2 छात्रों में से एक और छात्र को कक्ष में अपने स्थान पर बैठने के लिए कहेंगे। फिर छात्रों से पूछते हैं कि अब कितने छात्र खड़े हैं?

छात्र — एक (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक — 12 पेन (उपलब्ध सामग्री) को इस 1 छात्र को देंगे और छात्रों से पूछते हैं कि बताइए इस छात्र को कितने पेन मिलेंगे?

छात्र — 12 पेन (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक — अर्थात्

$$\begin{array}{r} 1) 12 (12 \\ \underline{- 12} \\ 02 \\ \underline{2} \end{array}$$

भागफल = 12

अर्थात् $1 \times 12 = 12$

शिक्षक समेकित करते हुए बच्चों से पूछते हैं कि 12 किन-किन संख्याओं से विभाजित हो जाता है?

छात्र — सम्भावित उत्तर 1, 2, 3, 4, 6 और 12 से

शिक्षक छात्रों को स्पष्ट करेंगे कि प्रत्येक संख्या का विभाजक एक और वह संख्या स्वयं होती है और संख्या 12, 2, 3 एवं 6 से भी पूर्णतः विभाजित हो जा रहा है। इसलिए 12 के विभाजक = 1, 2, 3, 4, 6 और 12 है। अर्थात् 12 के विभाजकों की कुल संख्या 6 है। इन्हीं विभाजकों को संख्या 12 का **अपवर्तक** कहते हैं।

प्रयास कीजिए—

10 और 22 के अपवर्तक ज्ञात कीजिए।

(शिक्षक शिक्षण कार्य के दौरान छात्रों से अपवर्तक ज्ञात करने के लिए कहेंगे तथा अवलोकन करेंगे।)

शिक्षक कार्यपत्रक—1 एवं 2 को छात्रों से हल करने को कहेंगे और अवलोकन करेंगे।



समेकन – हमने पाया कि–

- 1 प्रत्येक संख्या का अपवर्तक है।
- प्रत्येक संख्या स्वयं का अपवर्तक होती है।
- किसी संख्या का प्रत्येक अपवर्तक उस संख्या का एक पूर्ण विभाजक है।
- किसी संख्या के अपवर्तकों की संख्या सीमित है।
- किसी संख्या का प्रत्येक अपवर्तक उस संख्या से छोटा या उसके बराबर होता है।

आकलन –

प्रश्न 1– खाली जगह भरिए–

- a. $4 \times 5 = 20$ में 4 और 5, 20 के हैं।
b. $4 \times 6 = 24$ में और, 24 के अपवर्तक हैं।
c. $6 \times 7 = 42$ में और, 42 के अपवर्तक हैं।

प्रश्न 2– सही उत्तर पर (✓) चिह्न लगाइए–

- a. 71 का अपवर्तक 8 है। हाँ / नहीं
b. 81 का अपवर्तक 9 है। हाँ / नहीं

गृहकार्य – कार्यपत्रक 3





लघुतम समापवर्त्य (LCM) एवं महत्तम समापवर्तक (HCF)

दिवस - द्वितीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - अपवर्त्य (Multiple)

लर्निंग आउटकम - बच्चे दी गयी संख्याओं के अपवर्त्य ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - गणित किट, कार्यपत्रक।

शिक्षण प्रक्रिया के प्रारम्भ में - (शिक्षक प्रथम दिन की पुनरावृत्ति करते हुए)

शिक्षक - बच्चों! आज हम एक खेल खेलते हैं। कोई दो छात्र मेरे पास आ जायें।

(रमेश और गीता शिक्षक के पास आ जाते हैं। शिक्षक गणित किट से 50 कार्ड निकालते हैं और उन्हें मेज पर चित्रानुसार सजाते हैं।)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

अब खेल शुरू करते हैं-

- गीता पहले खेलती है। वह मेज से एक कार्ड उठाती है और देखती है कि उस पर 14 लिखा है। उसे अपने पास रख लेती है।
- अब रमेश वे सभी कार्ड उठाता है जिन पर गीता के कार्ड पर लिखी संख्या 14 के अपवर्तक लिखे हैं और उन्हें अपने पास में रख लेता है।
- शिक्षक यह खेल तब तक जारी रखते हैं जब तक कि सभी कार्ड समाप्त न हो जायें।
- रमेश और गीता अपने कार्डों पर लिखी संख्याओं को जोड़ते हैं। जिसका योग अधिक होता है उसे विजेता माना जाता है।
- जब शिक्षक $14=2 \times 7$ लिखते हैं तो छात्र कहते हैं कि 2 और 7 संख्या 14 के अपवर्तक हैं।



- अब शिक्षक छात्रों से प्रश्न करते हैं कि 14, संख्या 2 और 7 का क्या है? छात्र सोच में पड़ जाते हैं।

शिक्षण के दौरान – शिक्षक गणित किट से ब्लॉक को मेज पर रखकर निम्नलिखित आकृति के अनुसार छात्रों को सजाने के लिए कहेंगे—

7	7					
7	7	14				
7	7	7	21			
7	7	7	7	28		
7	7	7	7	7	35	
7	7	7	7	7	7	42

शिक्षक छात्रों को स्पष्ट करेंगे कि एक ब्लॉक का मान 7 है। छात्रों अब हम इस चित्र से एक गणितीय अवधारणा को समझने का प्रयास करते हैं।

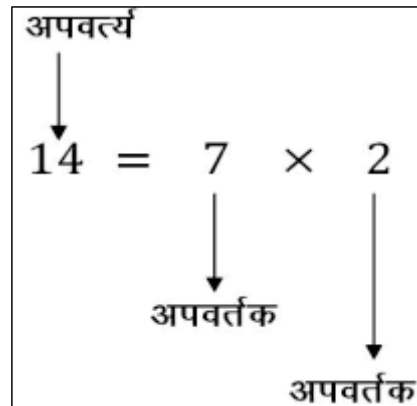
ऊपरी पट्टी की लम्बाई $= 7 = 1 \times 7$ मात्रक है।

इसके नीचे वाली पट्टी की लम्बाई $= 7 + 7 = 14$ मात्रक $= 7 \times 2$ मात्रक

शिक्षक छात्रों को स्पष्ट करेंगे कि ऊपर हम पढ़ चुके हैं कि $14 = 7 \times 2$ में 7 और 2 संख्या 14 के अपवर्तक है।

यदि हम संख्या 7 और 2 का 14 से सम्बन्ध ज्ञात करते हैं तो संख्या 14, संख्या 7 और 2 का अपवर्त्य (गुणज) कहलाता है।

अर्थात्,



उपरोक्त गतिविधि को आगे बढ़ाते हुए शिक्षक संख्या के ऐसे सभी अपवर्त्य निकलवायेंगे जो कि 100 से कम हो।



शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक-1 को हल करायेंगे तथा अवलोकन करेंगे।

समेकन – हमने पाया कि–

- दो या दो से अधिक संख्याओं का गुणनफल, उन संख्याओं का अपवर्त्य होता है।
- प्रत्येक संख्या 1 की अपवर्त्य है जैसे– $7=1\times 7, 4=1\times 4$
- प्रत्येक संख्या स्वयं की अपवर्त्य है जैसे– $7=7\times 1, 6=6\times 1$
- प्रत्येक संख्या का अपवर्त्य दी हुई संख्या से बड़ा या उस संख्या के बराबर होता है।
- किसी संख्या के अपवर्त्य उस संख्या में 1, 2, 3, 4, 5 आदि प्राकृतिक संख्याओं से गुणा करने पर प्राप्त होते हैं।

आकलन–

प्रश्न 1– सही (✓) का निशान लगाइए–

- क्या 6 का अपवर्त्य 24 है? हाँ/नहीं
- क्या 87, 3 का अपवर्त्य है? हाँ/नहीं

प्रश्न 2– रिक्त स्थान भरिए–

1. $4 \times 7 = 28$, तो और का अपवर्त्य 28 है।

2. $45 \times 3 = 135$, तो 45 और 3 का अपवर्त्य है।

गृहकार्य – कार्यपत्रक-2





लघुतम समापवर्त्य (LCM) एवं महत्तम समापवर्तक (HCF)

दिवस - तृतीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - महत्तम समापवर्तक (म0स0)

लर्निंग आउटकम - बच्चे महत्तम समापवर्तक की अवधारणा को समझकर दी गयी संख्याओं का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - लाल एवं सफेद चॉक के दो डिब्बे।

शिक्षण के प्रारम्भ में - (शिक्षक कार्यपत्रक-1 को भरवायेंगे।)

इसके बाद जब सभी छात्र कार्यपत्रक भर लेंगे। फिर शिक्षक छात्रों से चर्चा करेंगे कि उक्त संख्याओं के अपवर्तक में कोई अपवर्तक समान है।

छात्र - हाँ (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक - इन समान अपवर्तकों को क्या कहते हैं?

छात्र - विचार करेंगे।

शिक्षण के दौरान -

शिक्षक - बच्चों! आज क्रियाकलाप के माध्यम से उक्त गणितीय अवधारणा को सीखने का प्रयास करेंगे। आज हम इन चॉक के डिब्बे से एक-एक चॉक निकालकर मेज पर सजायेंगे। चॉक, दो रंग लाल एवं सफेद में है, जिसमें 36 लाल चॉक है और 60 सफेद चॉक है। चॉक को सजाते समय निम्न नियमों का पालन करेंगे-

- चॉक एक सीधी लाइन में रखेंगे।
- एक लाइन में लाल रंग की चॉक और दूसरी लाइन में सफेद रंग की चॉक रखनी है।
- हर लाइन में लाल और सफेद चॉकों की संख्या बराबर-बराबर हो एवं कोई चॉक शेष न बचे।

शिक्षक - सोचिए! हर लाइन में चॉक की अधिकतम संख्या कितनी होनी चाहिए?

(सभी बच्चे सोचने लगे।)

छात्र - (मौन)

शिक्षक - हर लाइन में अधिकतम 12 चॉक होंगे।

छात्र - कैसे?

शिक्षक - महत्तम समापवर्तक से चॉक की अधिकतम संख्या का पता चला। आइए हम 36 और 60 का महत्तम समापवर्तक निकालते हैं। पूर्व में हम किसी संख्या के सभी सम्भव अपवर्तक निकालना सीख चुके हैं। यहाँ हम



36 और 60 के सभी सम्भव अपवर्तक निकालते हैं—

36 के अपवर्तक — 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

60 के अपवर्तक — 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

इसमें 36 और 60 के समान अपवर्तक— 1, 2, 3, 4, 6, 12 है। इन समान अपवर्तक को ही हम समापवर्तक कहते हैं।

शिक्षक कम से कम पाँच उदाहरणों को हल करवायेंगे। तत्पश्चात् कार्यपत्रक-2 को हल करवायेंगे और अवलोकन करेंगे।

शिक्षक — इनमें सबसे बड़ा अपवर्तक क्या है?

छात्र — इनमें सबसे बड़ा अपवर्तक 12 है।

अतः 36 और 60 का महत्तम समापवर्तक 12 है। (शिक्षक छात्रों को बतायेंगे)

समेकन —

- यदि दो संख्याओं का समापवर्तक 1 हो तो उन संख्याओं को सह-अभाज्य कहते हैं।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्तक (म0स0) वह बड़ी से बड़ी संख्या है जो सभी संख्याओं का अपवर्तक हो।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का म0स0 उनमें से किसी भी संख्या से बड़ा नहीं हो सकता।

आकलन—

प्रश्न 1— निम्नलिखित संख्याओं के सम-अपवर्तक ज्ञात कीजिए।

- a. 9 और 15 b. 24 और 40 c. 30 और 50

प्रश्न 2— निम्नलिखित संख्याओं का म0स0 सभी अपवर्तक लिखकर ज्ञात कीजिए।

- a. 18 और 42 b. 52 और 78 c. 12 और 18 d. 6, 9 और 12

गृहकार्य — कार्यपत्रक-3





लघुतम समापवर्त्य (LCM) एवं महत्तम समापवर्तक (HCF)

दिवस - चतुर्थ

समय - 40 मिनट

प्रकरण - लघुतम समापवर्त्य

लर्निंग आउटकम - बच्चे लघुतम समापवर्त्य की अवधारणा को समझकर दी गयी संख्याओं का ल0स0 ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - पौधे (विद्यालय में उपलब्ध अन्य सामग्री का भी उपयोग किया जा सकता है)

शिक्षण प्रक्रिया (प्रारम्भ में) - (शिक्षक श्यामपट्ट पर निम्नलिखित तालिका बनायेंगे)

शिक्षक - यहाँ दी गयी तालिका को ध्यान से देखिए-

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

बच्चों! अब हम इसमें 3, 4 एवं 6 के अपवर्त्य पर क्रमशः गोला (○), आयत (□) एवं त्रिभुज(△) को बनायेंगे।

(सभी छात्र क्रियाकलाप को अपनी कॉपी पर करेंगे तथा शिक्षक अवलोकन करेंगे।)

शिक्षक - क्या 3, 4 एवं 6 के कोई अपवर्त्य समान है?

छात्र - हाँ (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक - बच्चों! जो अपवर्त्य आपस में समान है उनको क्या कहते हैं?

छात्र - (सोचने लगेंगे)

शिक्षक - बच्चों! इस अवधारणा को हम समापवर्त्य कहते हैं और हम इससे सम्बन्धित अवधारणाओं को समझेंगे-



शिक्षण के दौरान—

रवि और विवेक दो मित्र हैं। दोनों एक ही विद्यालय में पढ़ते हैं। पर्यावरण दिवस (5 जून) को रवि ने कहा कि मैं अपने विद्यालय में गुलाब के पौधे लगाना चाहता हूँ। विवेक ने कहा मैं भी अपने विद्यालय में चमेली का पौधा लगाना चाहता हूँ। दोनों ने विद्यालय के पास की नर्सरी से अच्छे पौधे खरीदने का निर्णय किया। दोनों नर्सरी जाते हैं। उनको पता चलता है कि गुलाब के एक पौधे की कीमत ₹15 है। चमेली के एक पौधे की कीमत 10 है। दोनों ने यह भी तय किया कि पौधे के लिए—

- बराबर रूपये खर्च करेंगे।
- कम से कम रूपये लेकर जायेंगे।
- पौधे खरीदने के बाद रूपये भी नहीं बचने चाहिए।

दोनों सोचते रहे लेकिन तय नहीं कर पाये कि कितने रूपये लेकर जायें। दोनों ने अपनी समस्या शिक्षक को बतायी। शिक्षक ने कुछ सोचकर बताया, “तुम दोनों कम से कम ₹ 30 लेकर जाओ।” दोनों को आश्चर्य हुआ। उन्होंने तुरन्त पूछा, “सर, आपने कैसे बता दिया?” शिक्षक बोले 15 और 10 का लघुतम समापवर्त्य निकालकर बता दिया। दोनों ने पूछा, “सर, यह लघुतम समापवर्त्य क्या है और कैसे निकालते हैं?”

शिक्षक ने बताया—

15 के अपवर्त्य— 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120,

10 के अपवर्त्य— 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120,

बराबर रूपये खर्च के लिए समापवर्त्य होते हैं—

15 और 10 के समापवर्त्य — 30, 60, 90, 120,

कम से कम रूपयों के लिए सबसे छोटा समापवर्त्य अर्थात् लघुतम समापवर्त्य लेते हैं। यहाँ यह 30 है। अतः 15 और 10 का लघुतम समापवर्त्य = 30 होगा।

आइए हम और संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य ज्ञात करते हैं।

उदाहरण—

- i. 2, 3 और 4 का लघुतम समापवर्त्य निकालिए।
- ii. 15 और 25 का लघुतम समापवर्त्य निकालिए।
- iii. 12, 18 और 30 का लघुतम समापवर्त्य निकालिए।
- iv. 12, 18 और 24 का लघुतम समापवर्त्य निकालिए।

शिक्षक कार्यपत्रक—1 बच्चों से भरवायेंगे तथा अवलोकन करेंगे।



समेकन –

- दो या दो से अधिक संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य वह छोटी से छोटी संख्या होती है, जो उन सभी संख्याओं से पूरा-पूरा विभाजित हो जाती है।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य उनमें से किसी भी संख्या से छोटा नहीं हो सकता।

आकलन –

1. 16 और 24 का ल0स0 ज्ञात कीजिए।
2. 12, 30, 24 का ल0स0 ज्ञात कीजिए।
3. 180, 184, 144 का ल0स0 ज्ञात कीजिए।
4. 6 घंटियाँ एक साथ बजना प्रारंभ हुई यदि वे क्रमशः 2, 4, 6, 8, 10, 12 सेकेण्ड के अन्तराल में बजती हैं तो 30 मिनट में कितनी बार इकट्ठी बजेंगी?
5. किसी दिवस पर लखनऊ से कानपुर की बसें 40 मिनट के अन्तराल से और कानपुर से लखनऊ की बसें 45 मिनट के अन्तराल में चलती है। यदि विपरीत दिशा से आने वाली दो बसें किसी पुल से 10:05 बजे प्रातः गुजरती है तो उसके बाद उसी पुल से दो विपरीत दिशा की बसें किस समय से गुजरेंगी?

गृहकार्य— कार्यपत्रक 2 एवं 3





लघुतम समापवर्त्य (LCM) एवं महत्तम समापवर्तक (HCF)

दिवस - पंचम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - ल0स0 एवं म0स0 में सम्बन्ध

लर्निंग आउटकम - बच्चे ल0स0 और म0स0 में सम्बन्ध ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - गणित किट

शिक्षण के प्रारम्भ में-

शिक्षक - बच्चों! पिछली कक्षाओं में हमने कौन-कौन सी अवधारणाओं को सीखा है?

छात्र - ल0स0 एवं म0स0 (संभावित उत्तर)

शिक्षक - बच्चों! आओ अब हम एक कार्यपत्रक को भरते हैं।

छात्र - कार्यपत्रक-1 को भरेंगे। (शिक्षक कक्षा में घूम-घूम कर अवलोकन करेंगे।)

शिक्षण प्रक्रिया के दौरान-

शिक्षक - बच्चों! कार्यपत्रक-1 को ध्यान से देखिए और बताइए आपने अब तक क्या-क्या ज्ञात किया है?

छात्र - समापवर्तक, समापवर्त्य, ल0स0 एवं म0स0।

शिक्षक - अच्छा बच्चों! बताइए कि क्या इन संख्याओं और उनके म0स0 तथा ल0स0 में कोई सम्बन्ध है?

छात्र - (सोचने लगेंगे)

शिक्षक - बच्चों! आइए हम इनके बीच में सम्बन्ध ज्ञात करने का प्रयास करते हैं।

शिक्षक - बच्चों! कार्यपत्रक-1 में प्राप्त म0स0 और ल0स0 का आपस में गुणा कीजिए।

छात्र - $ल0स0 \times म0स0 = 36 \times 6 = 216$

(शिक्षक भी श्यामपट्ट पर करके दिखायेंगे।)

शिक्षक - बच्चों! अब दी गयी संख्याओं का आपस में गुणा कीजिए।

छात्र - पहली संख्या \times दूसरी संख्या $= 12 \times 18 = 216$

(शिक्षक भी श्यामपट्ट पर करके दिखायेंगे।)

शिक्षक - बच्चों! ल0स0 और म0स0 का गुणनफल कितना आया?

छात्र - 216 (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक - बच्चों! दोनों संख्याओं का गुणनफल कितना आया?



छात्र – 216 (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक – बच्चों! ल0स0 और म0स0 का गुणनफल तथा दोनों संख्याओं का गुणनफल समान आया या भिन्न-भिन्न आया?

छात्र – समान (216=216) आया।

(शिक्षक उपरोक्त सम्बन्ध को कक्षा में कम से कम तीन या चार और उदाहरणों को लेकर स्पष्ट करेंगे।)

शिक्षक – शिक्षक बच्चों को श्यामपट्ट पर समझाते हुए इस निष्कर्ष पर पहुँचेंगे कि—

$$\text{दो संख्याओं का गुणनफल} = \text{संख्याओं का ल0स0} \times \text{संख्याओं का म0स0}$$

उपर्युक्त सम्बन्ध को और स्पष्ट करने के लिए शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक-1 और 2 भरवायेंगे।

समेकन – दो संख्याओं का गुणनफल उनके ल0स0 और म0स0 के गुणनफल के बराबर होता है।

आकलन – $a \times b = \text{ल0स0} \times \text{म0स0}$

1. दी गयी सारिणी में संख्याओं का ल0स0 व म0स0 निकाल कर ऊपर दिये गये सूत्र (सम्बन्ध) की जाँच कीजिए।
2. दो संख्याएं 24 और 36 हैं यदि उनका म0स0 12 हो तो उनका ल0स0 ज्ञात कीजिए।
3. यदि दो संख्याओं का म0स0 13, ल0स0 1989 है। यदि उनमें से एक संख्या 117 हो तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए।
4. क्या दो संख्याओं का म0स0 14 और ल0स0 204 हो सकता है? तर्क दीजिए।

गृहकार्य – निम्नलिखित प्रश्नों में उपर्युक्त सम्बन्ध की जाँच कीजिए—

1. 14 और 42
2. 25 और 55
3. 18 और 24
4. 3 और 5





लघुतम समापवर्त्य (LCM) एवं महत्तम समापवर्तक (HCF)

दिवस - षष्ठम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - विभाज्यता की जाँच

लर्निंग आउटकम - बच्चे 2, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 12 और 15 से विभाज्यता की जाँच कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री -

शिक्षण के प्रारम्भ में - शिक्षक कक्षा को दो समूहों में बाँटेगा।

शिक्षक (प्रथम समूह से) - बच्चों! हम कैसे पता करेंगे कि संख्यायें 410 और 332 क्या 2 से विभाजित होती हैं?

प्रथम समूह के छात्र - भाग देकर।

शिक्षक - शाबाश!

शिक्षक (दूसरे समूह से) - बच्चों! अब तुम बताओ कैसे पता करेंगे कि संख्याएँ 420 और 117 क्या 3 से विभाजित होती हैं?

दूसरे समूह के छात्र - भाग देकर।

शिक्षक - बहुत अच्छे बच्चों! संख्याओं की विभाज्यता को हम और आसानी से बिना पूरी तरह से संख्याओं को विभाजित किये पता कर सकते हैं।

शिक्षण प्रक्रिया के दौरान - बच्चों! अब हम एक-एक कर किसी संख्या में 2, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 12 और 15 से विभाज्यता की जाँच करेंगे।

- **2 से विभाज्य संख्याएँ** - कोई भी संख्या जिसका इकाई का अंक शून्य हो या 2 से विभाजित (सम संख्या) होती है, वह संख्या 2 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाती है। जैसे- 8, 24, 168, 510, 6452,
- **3 से विभाज्य संख्याएँ** - यदि किसी संख्या के अंकों का योग 3 से विभाजित हो, तो वह संख्या 3 से विभाजित होती है। जैसे- 27, 69, 387, 729, 24129,

स्पष्टीकरण-

→ संख्या 729=7+2+9=18 अर्थात् $\frac{18}{3} = 6$

अतः संख्या 729, संख्या 3 से पूर्णतः विभाजित होगी।

→ संख्या 24129=2+4+1+2+9=18 अर्थात् $\frac{18}{3} = 6$

अतः संख्या 24129, संख्या 3 से पूर्णतः विभाज्य है।



- **4 से विभाज्य संख्याएँ** – बच्चों संख्याओं 124, 3428, 100, 1200 को देखिए। प्रथम दो संख्याओं में इकाई और दहाई से बनी संख्याएँ 24 और 28 है। ये संख्यायें 4 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाती हैं अर्थात् यह 4 से विभाज्य हैं।

स्पष्टीकरण –

→ संख्या 124 अंतिम दो अंक= 24, परन्तु $\frac{24}{4} = 6$

अतः संख्या 124, संख्या 4 से पूर्णतः विभाज्य है।

→ इसी प्रकार संख्या 3428 में अंतिम दो अंक= 28, परन्तु $\frac{28}{4} = 7$

अतः संख्या 3428, संख्या 4 से पूर्णतः विभाज्य है।

अतः यदि किसी संख्या के इकाई और दहाई के अंकों से बनी संख्या 4 से विभाजित होती है तो वह संख्या 4 से विभाज्य होगी, जिस संख्या के इकाई और दहाई के अंक शून्य हो, वह संख्या भी 4 से विभाजित होती है।

- **5 से विभाज्य संख्याएँ** – यदि किसी संख्या के इकाई के स्थान पर 0 या 5 हो तो वह संख्या 5 से विभाजित होती है। जैसे— 70, 85, 340, 7890, 5785,

(शिक्षक श्यामपट्ट पर कुछ उदाहरण लेकर दिखायेंगे।)

- **6 से विभाज्य संख्याएँ** – बच्चों संख्याओं 12, 36, 48, 300, को देखिए। ये संख्याएँ 2 तथा 3 दोनों से विभाज्य हैं।

(छात्र अपनी कॉपी पर विभाजित करेंगे तथा शिक्षक अवलोकन करेंगे।)

शिक्षक – बच्चों! 6 के अपवर्तक क्या है?

छात्र – 3 और 2

शिक्षक— $6=3 \times 2$

अतः ऐसी संख्याएँ जो 2 और 3 दोनों से विभाज्य हों, वे 6 से भी विभाजित होती हैं।

- **8 से विभाज्य संख्याएँ** – बच्चों संख्याओं 1000, 15000, 15128, को देखिए। संख्याओं 1000 और 15000 में इकाई, दहाई और सैकड़े के स्थानों पर शून्य है। संख्याएँ 1000 और 15000 दोनों ही 8 से विभाज्य हैं। (शिक्षक छात्रों से हल करवायेंगे तथा स्वयं श्यामपट्ट पर स्पष्टीकरण देंगे।)

15128 में इकाई, दहाई और सैकड़े के स्थानों वाले अंकों से बनी संख्या 128 है। संख्या 128, 8 से विभाज्य हैं, क्योंकि $128 \div 8 = 16$

अतः ऐसी संख्याएँ जिनके इकाई, दहाई और सैकड़े के अंकों से बनी संख्याएँ 8 से विभाज्य हो या इकाई, दहाई और सैकड़े तीनों स्थान पर शून्य हो, वे संख्याएँ भी 8 से पूरी-पूरी विभाजित होती हैं।



- **11 से विभाज्य संख्याएँ** – किसी संख्या के विषम स्थानों के अंकों का योग निकालिए तथा सम स्थानों के अंकों का योग निकालिए। यदि विषम स्थानों के अंकों का योग तथा सम स्थानों के अंकों के योग का अंतर 0, 11 अथवा 11 का अपवर्त्य (गुणज) हो तो वह संख्या 11 से विभाजित होगी।
उदाहरण— 8, 0, 5, 1, 3, 0, 4, 2, 5 विषम स्थानों पर स्थित अंकों का योग = $8+5+3+4+5=25$
सम स्थानों पर स्थित अंकों का योग = $0+1+0+2=3$
योग का अन्तर = $25-3=22 \div 2=11$
चूँकि 22, 11 से विभाजित है, अतः दी गयी संख्या 11 से विभाजित है।
- **12 से विभाज्य संख्याएँ** – बच्चों संख्याओं 12, 36, 60, को देखिए। इन संख्याओं को शिक्षक 3 और 4 से विभाजित करवायेंगे। तत्पश्चात् शिक्षक बतायेंगे कि $12=3 \times 4$ में लिख सकते हैं। अतः ऐसी संख्यायें जो 3 और 4 दोनों से विभाज्य होती हैं, वे 12 से भी विभाज्य होगी।
- **15 से विभाज्य संख्याएँ** – इसी प्रकार शिक्षक 15 से विभाज्यता की जाँच करवायेंगे। अतः ऐसी संख्याएँ जो 3 और 5 से विभाजित हैं, वे 15 से भी विभाज्य होती हैं।
(शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक-1 (A&B) भरवायेंगे तथा स्वयं कक्षा अवलोकन करेंगे।)

समेकन—

- **2 से विभाज्य संख्याएँ** – यदि दी गयी संख्या एक सम संख्या है।
- **3 से विभाज्य संख्याएँ** – यदि दी गयी संख्या के अंकों का योग 3 से विभाज्य हो।
- **4 से विभाज्य संख्याएँ** – यदि संख्या के अंतिम दो अंकों से बनी संख्या 4 से विभाज्य हो।
- **5 से विभाज्य संख्याएँ** – यदि संख्या में इकाई का अंक 0 या 5 हो।
- **8 से विभाज्य संख्याएँ** – यदि संख्या के अंतिम तीन अंकों से बनी संख्या 8 से विभाज्य हो।

आकलन—

1. नीचे दिये गये कथन सत्य हैं अथवा असत्य।

- a. संख्या 78 से विभाजित 3 से हो सकती है।
 - b. संख्या 345, 3, 5 व 15 से पूर्णतया विभाजित हो जाती है।
 - c. जिस संख्या में इकाई का अंक 5 हो वह संख्या 10 से विभाजित होगी।
 - d. 856592, 11 से विभाजित है।
 - e. संख्या 100080, क्रमशः 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11 से पूर्णतः विभाजित है।
2. विभाजिता के नियमों का प्रयोग करते हुए ज्ञात कीजिए कि 643212, 2, 3, 4, 6, 8, 11 से विभाजित है या नहीं।

गृहकार्य— कार्यपत्रक-2





भिन्न (Fraction)

दिवस - प्रथम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - भिन्न की अवधारणा

लर्निंग आउटकम-

1. भिन्न की अवधारणा को समझकर उसका चित्रात्मक निरूपण कर लेते हैं।
2. चित्रात्मक निरूपण को भिन्न में तथा भिन्न को चित्रात्मक निरूपण में प्रदर्शित कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - चौकोर और वृत्ताकार कागज, छोटी कैंचियाँ, स्केच पेन, गणित किट के ब्लॉक्स या कोई परिवेशीय सामग्री जैसे-कंकड़, पत्तियाँ, कंचे तथा गेंद।

शिक्षण के प्रारम्भ में - शिक्षक बच्चों को एक कागज का टुकड़ा देकर उसे दो बराबर भागों में मोड़ने के लिए कहते हैं। बच्चे कागज के टुकड़े को दो बराबर भागों में मोड़ते हैं। अब शिक्षक दो में से एक हिस्से को दिखाकर पूछते हैं कि यह कितना हिस्सा है?

छात्र - आधा।

शिक्षक - अगर हम आधे को संख्या की तरह लिखना चाहें तो कैसे लिखेंगे?

छात्र - (मौन)

शिक्षण के दौरान -

गतिविधि 1 - चौकोर या गोल कागज प्रत्येक बच्चे को दें और इसे बच्चों को चार बराबर भागों में बाँटने के लिए कहें। बच्चे कागज को चार बराबर भागों में बाँटने के लिए पटरी और पेंसिल की सहायता ले सकते हैं या बराबर से मोड़ भी सकते हैं। अब बच्चों से कहें कि उन्होंने कागज को जितने बराबर भागों में बाँटा है, उनमें से एक भाग को किसी भी रंग से रंग दे। बच्चों द्वारा काम समाप्त करने के बाद बच्चों से सामग्री वापस प्राप्त कर लें तथा उनमें से किसी बच्चे ने अगर कागज को चार बराबर भागों में बाँटा है तो उसे दिखाकर बच्चों से प्रश्न





पूछे ।

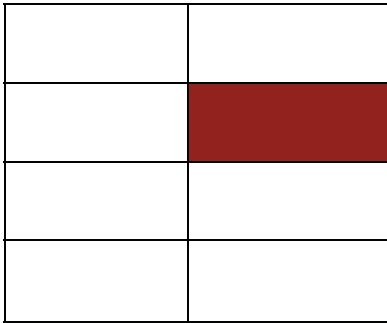
शिक्षक — बच्चों! इस चौकोर टुकड़े को कितने बराबर भागों में बाँटा गया है?

छात्र — चार बराबर भागों में बाँटा गया है ।

शिक्षक — बच्चों! इनमें कितने भाग को रंगा गया है?

छात्र — एक भाग को रंगा गया है ।

शिक्षक (छात्र का नाम लेते हुए) — विकास ने एक टुकड़े को चार भागों में विभाजित किया और उसमें से एक भाग को रंग दिया अर्थात् चार में से एक और इसे हम लिखते हैं— $\frac{1}{4}$



$$\frac{1}{4}$$

यहाँ 8 भागों में से केवल एक भाग रंगा गया है इसे हम कहते हैं—
एक बटा आठ — $\frac{1}{8}$

(एक कागज को आठ बराबर भागों में बाँटकर एक भाग को रंग कर दिखाएँ ।)

शिक्षक — अब हम इन रंगे गये हिस्सों को काटकर निकाल लेंगे ।

(अन्य बच्चों के काम को देखें । शिक्षक उनके द्वारा किये गये विभाजन और छायांकन को भिन्न रूप में लिखने में सहायता करेंगे । इसके बाद शिक्षक उपरोक्त चित्रों के छायांकित भाग को कैंची से काटकर बाहर निकालेंगे ।)

शिक्षक — बच्चों के सामने $\frac{1}{4}$ तथा $\frac{1}{8}$ को मूर्त रूप में प्रदर्शित करेंगे । बच्चे भी अपने द्वारा किये गये विभाजन में से छायांकित किये गये भाग कैंची से काटकर निकालेंगे तथा उसे अपनी कॉपी में चिपका कर उसके नीचे भिन्न

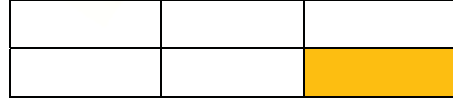


$$\text{यह है} = \frac{1}{4}$$

$$\text{यह है} = \frac{1}{8}$$



रूप में लिखेंगे।



गतिविधि 2 – शिक्षक एक कागज को 6 बराबर भागों में बाँटकर एक भाग को छायांकित करें।

शिक्षक – बच्चों! बताइए हमने ऊपर दिये चित्र को कितने बराबर भागों में बाँटा है?

छात्र – 6 बराबर भागों में।

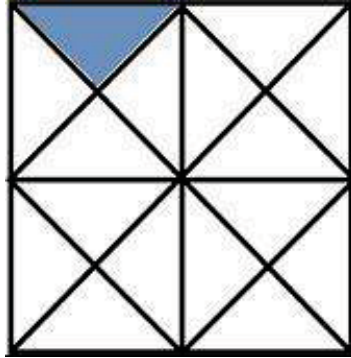
शिक्षक – हमने इन 6 बराबर भागों में से कितने भागों को रंगा है?

छात्र – एक भाग को रंगा है।

शिक्षक – हम कह सकते हैं कि यह 6 बराबर भाग में एक हिस्सा है। छः बराबर बाँटे गये भागों में से एक हिस्सा

भिन्न ऐसी संख्या निरूपण है जो किसी वस्तु के बराबर भाग करने पर उसके किन्हीं भागों को प्रदर्शित करता है।

तथा गणित की भाषा में इसको बोलते हैं— एक बटा छः। $\frac{1}{6}$ या ऐसे अन्य निरूपण को हम भिन्न कहते हैं।



(अब शिक्षक नीचे दिये गये चित्र को दिखाते हुए छात्रों से कुछ प्रश्न करेंगे)

शिक्षक – बच्चों! बताइए ऊपर दिये चित्र में रंगे हुए भाग से प्रदर्शित भिन्न को क्या बोलेंगे?

छात्र – एक बटा सोलह ($\frac{1}{16}$)

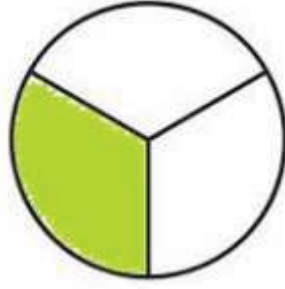
शिक्षक (श्यामपट्ट पर लिखकर)— भिन्न $\frac{3}{10}$ को कैसे बोलेंगे?

छात्र – तीन बटा दस

शिक्षक (श्यामपट्ट पर लिखकर)— भिन्न $\frac{7}{9}$ को कैसे बोलेंगे?

छात्र – सात बटा नौ

(शिक्षक छात्रों से कहेंगे कि वे अपनी इच्छानुसार से भिन्नों को लिखें तथा अपने साथी से उसको बोलने के लिए कहें। शिक्षक छात्रों के द्वारा किये जा रहे कार्य का अवलोकन करेंगे।)



गतिविधि 3 – शिक्षक श्यामपट्ट पर चित्र बनायेंगे—

शिक्षक (उक्त चित्र को दिखाते हुए) – बच्चों! इसे हमने कितने बराबर भागों में बाँटा है?

छात्र – तीन बराबर भागों में।

(शिक्षक फिर उनमें से एक भाग को कलर करेंगे तथा बच्चों से पूछेंगे।)

शिक्षक – हमने तीन बराबर भागों में से कितने भागों में रंग भरा है?

छात्र – एक भाग में रंग भरा है।

हम किसी वस्तु को जितने बराबर भागों में बाँटते हैं, वह भिन्न का हर कहलाता है। उन बराबर भागों में से जितने भागों को लेते हैं या रंग करते हैं वह भिन्न का अंश कहलाता है।

भिन्न $\frac{1}{3}$ में हर है = 3 और अंश है = 1

अर्थात् कि हमने इसे कुल तीन बराबर भागों में बाँटकर 1 भाग में रंग किया है।

(शिक्षक कुछ और ऐसे चित्र दिखाकर बच्चों से भिन्न बोलने को कहेंगे तथा उसमें अंश और हर की पहचान करने के लिए उन्हें प्रेरित करेंगे।)

शिक्षक छात्रों से अपनी अभ्यास पुस्तिका में चौकोर या वृत्ताकार आकृतियाँ बनाकर उनको बराबर भागों में बाँटने के लिए कहेंगे तथा उनमें किन्हीं भागों को छायांकित करने के लिए कहेंगे। छायांकन के बाद बच्चे चित्र को भिन्न के रूप में लिखकर उसमें अंश और हर बतायेंगे। इसके बाद शिक्षक जोड़ी में बच्चों से अभ्यास करवायें (ध्यान रहें कि जोड़ी में कार्य करवाते समय बच्चों का स्तर अलग-अलग होना चाहिए)।

पुनर्बलन – जब बच्चे चौकोर या गोल आकृतियों का विभाजन करके उनको छायांकित करें तो शिक्षक उनकी सहायता करें। (अब हम कार्यपत्रक-1 में दिये गये प्रश्नों को हल करेंगे।)

समेकन – बच्चों से प्रश्न पूछकर उनके स्तर का आकलन करते हुए पुनः भिन्न की अवधारणा, चित्रात्मक निरूपण तथा भिन्न को बोलने को स्पष्ट करें।

- i. कभी – कभी हमें एक ही वस्तु को बराबर भागों में बाँटने की जरूरत पड़ती है, जैसे 4 दोस्त



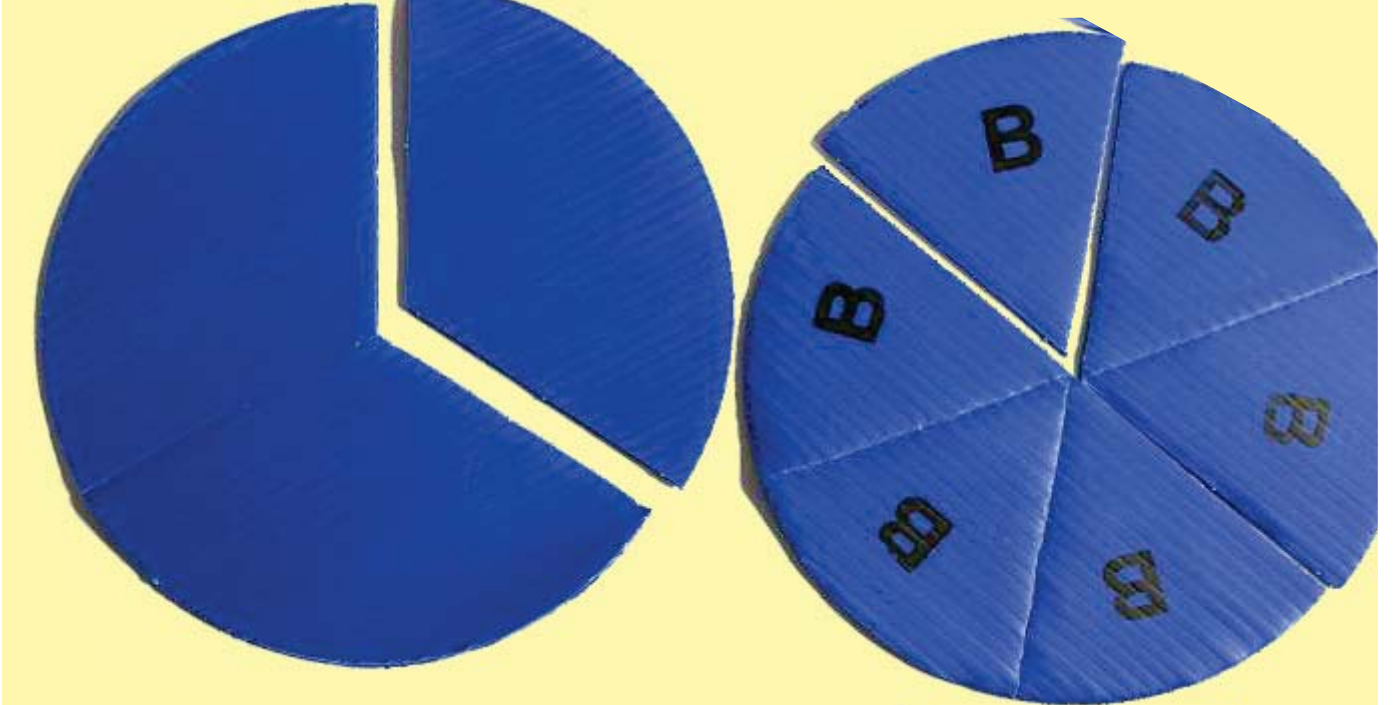
मिलकर 1 पिज्जा मँगाये और उसे बराबर-बराबर बाँटकर खायें

ii. 1 से छोटे भाग को प्रदर्शित करने के लिए भिन्न का प्रयोग करते हैं।

iii. $\frac{1}{7}$ का अर्थ है- एक वस्तु को सात बराबर भागों में बाँटना।

गृहकार्य – बच्चे घर से निम्नलिखित भिन्नों का चित्रात्मक निरूपण करके लायेंगे-

$$\frac{1}{12}, \frac{1}{9} \text{ तथा } \frac{1}{6}$$





भिन्न

दिवस - द्वितीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - भिन्नों की तुलना

लर्निंग आउटकम - समान और असमान हर वाली भिन्न की तुलना कर उन्हें आरोही और अवरोही क्रम में लिखते हैं।

आवश्यक सामग्री - चौकोर और वृत्ताकार कागज, छोटी कैंचियाँ, स्केच पेन, रंगीन चॉक।

शिक्षण के प्रारम्भ में - शिक्षक बच्चों को चौकोर और वृत्ताकार कागज देकर पटरी और परकार की सहायता से 3 तथा 4 बराबर भागों में बाँटने के लिए कहते हैं।

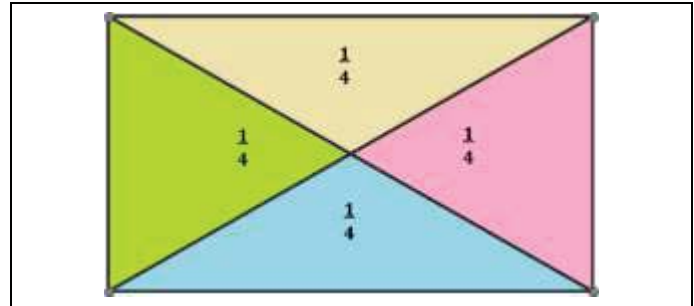
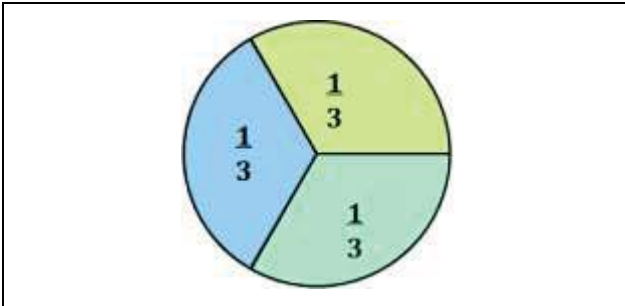
(शिक्षक बच्चों द्वारा कार्य करते समय उनका अवलोकन तथा आवश्यक सहायता करें)

शिक्षक (किसी एक छात्र को इंगित कर) - आपने कागज को कितने बराबर भागों में बाँटा है?

छात्र - 3 बराबर भागों में (संभावित उत्तर)

शिक्षक - अब आप इन तीनों भागों को अलग-अलग रंग से रंग दीजिए।

(शिक्षक खुद भी श्यामपट्ट पर यह क्रिया करेंगे।)



शिक्षक - यदि हम किसी वस्तु या कागज के टुकड़े को बराबर भागों में बाँटकर उतने ही भाग लेकर जोड़े तो भिन्न के अंश और हर समान होंगे या अलग-अलग?

छात्र - (मौन)

शिक्षण के दौरान -

गतिविधि 1 - आइए हम इसे जानने का प्रयास करते हैं। आपने कागज के जितने बराबर भाग किये उन सभी को कैंची से काटकर निकाल लें। कटा हुआ भाग जिस भिन्न को प्रदर्शित करता है उस पर लिखिए और कटे हुए टुकड़ों को दुबारा से पास-पास अभ्यास पुस्तिका पर चिपकाइए।

(शिक्षक बच्चों द्वारा कार्य करते समय उनका अवलोकन तथा आवश्यक सहायता करें)



शिक्षक – बच्चों! कटे हुए टुकड़ों को चिपकाने के बाद हमें क्या मिला?

छात्र – सर, यह तो वही बन गया यानी वही आकृति दोबारा प्राप्त हो गयी।

शिक्षक – इसका अर्थ है कि वस्तु को जितने टुकड़ों में बाँटा गया है, उन सभी को जोड़ने पर हमें पूरी या पूर्ण वस्तु प्राप्त हो जायेगी।

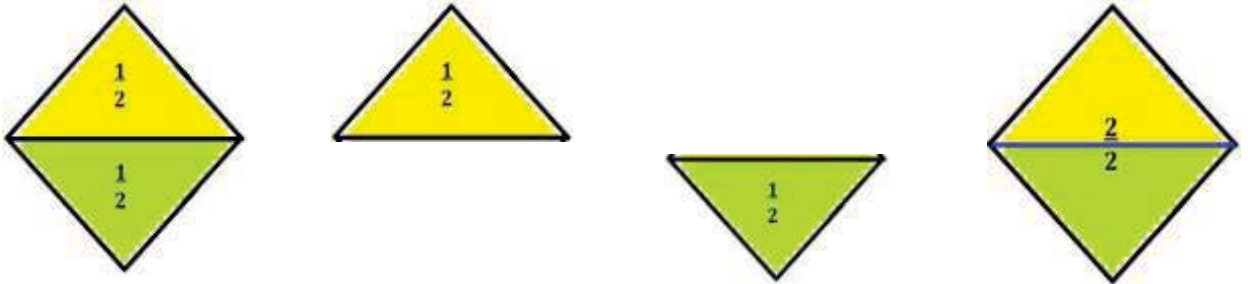
जैसे – हमने किसी एक वस्तु को सात बराबर भागों में बाँटा है तो उसके एक टुकड़े को $\frac{1}{7}$ कहेंगे तथा उन सातों टुकड़ों को जोड़ने पर $\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{7}{7}$ या 1 पूरा

ऐसे ही

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} \text{ या } 1 \text{ पूरा}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} \text{ या } 1 \text{ पूरा}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} \text{ या } 1 \text{ पूरा}$$



स्पष्ट है कि यदि हम किसी वस्तु को जितने भागों में बराबर-बराबर बाँटे और उतने ही भाग लेकर जोड़ देंगे तो वही वस्तु प्राप्त होगी।

गतिविधि 2— आइए! हम जानने का प्रयास करते हैं कि भिन्नों में बड़ी और छोटी भिन्न का पता कैसे लगायेंगे? आप जानते हैं कि 2 और 4 में कौन बड़ा होता है?

छात्र – चार

शिक्षक – लेकिन $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{4}$ में कौन बड़ा होगा?

आइए! हम इसे करके देखते हैं। ये दो बराबर कागज हैं। एक कागज को 02 बराबर भागों में तथा एक कागज को 04 बराबर भागों में बाँटते हैं। एक भाग को छायांकित करके कैंची से काटकर निकल लेंगे।



$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$	

(यह दोनों भाग बच्चों को दिखाकर पूछेंगे।)

शिक्षक – कौन सा भाग बड़ा है $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{4}$?

बच्चे – $\frac{1}{2}$

शिक्षक – अब हम इसे और अधिक भागों में बाँटते हैं? (एक कागज को 8 बराबर भागों में बाँटे।)

$\frac{1}{8}$	

शिक्षक – बिन्दुओं से छायांकित भाग किस भिन्न को प्रदर्शित करता है?

बच्चे – $\frac{1}{8}$

शिक्षक – इस भाग को कैंची से काटकर निकालिए।

आप देख रहे हैं कि $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{2}$ की तुलना में आकार छोटा है। इसका अर्थ है कि भिन्न में हर जितना अधिक होता है, भिन्न का मान उतना ही छोटा होता जाता है।

अर्थात्

$\frac{1}{8} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2}$

शिक्षक – अब ऊपर की तरह $\frac{3}{7}$ और $\frac{5}{7}$ में तुलना करके बताइए कि कौन सी भिन्न बड़ी होगी?

(नोट – ध्यान रहे कि जब हम भिन्नों की तुलना करते हैं तो वे समान वस्तुओं के विभाजन से उत्पादित होती हैं)

शिक्षक – तो अब हम $\frac{3}{5}$ और $\frac{3}{7}$ में तुलना करते हैं कि कौन सी भिन्न बड़ी होगी? इसके लिए एक गतिविधि करते हैं।



$$\frac{3}{5}$$



$$\frac{3}{7}$$

गतिविधि 2—

शिक्षक— हमने दो कागज के बराबर टुकड़ों को 5 और 7 बराबर भागों में बाँटा तथा 3 भागों का छायांकन किया। बायीं तरफ वाला चित्र $\frac{3}{5}$ को तथा दाहिनी तरफ वाला चित्र $\frac{3}{7}$ को प्रदर्शित करता है। हम पाते हैं कि किसी वस्तु के जितने अधिक भाग किये जायेंगे तो उसका आकार भाग छोटा होता जायेगा। छोटे आकार का टुकड़ा छोटी भिन्न को प्रदर्शित करता है। हमने दो बराबर कागज के 5 तथा 7 भाग किये हैं और तीन भागों को छायांकित किया है। चित्र के देखने से हम क्या पाते हैं कि $\frac{3}{5}$ और $\frac{3}{7}$ में कौन बड़ा होगा?

छात्र — $\frac{3}{5}$ (संभावित उत्तर)

शिक्षक — हम इसे ऐसे भी कह सकते हैं कि यदि हम दो या दो से अधिक बराबर वस्तुओं में जिसके जितने अधिक भाग करेंगे हर एक भाग का आकार छोटा होता जायेगा। $\frac{3}{5}$ को हम लिख सकते हैं —

$$3 \times \frac{1}{5} \quad \left(\frac{1}{5} \text{ के तीन टुकड़े}\right)$$

ऐसे ही हम $\frac{3}{7}$ को हम लिख सकते हैं —

$$3 \times \frac{1}{7} \quad \left(\frac{1}{7} \text{ के 3 टुकड़े}\right)$$

स्पष्ट है कि $\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$

तो $3 \times \frac{1}{5} > 3 \times \frac{1}{7}$ से

शिक्षक (श्यामपट्ट पर लिखते हुए)— $\frac{7}{9}$ और $\frac{7}{13}$ में कौन बड़ा होगा?

छात्र— सोचकर उत्तर देते हैं। (गतिविधि 2 की तरह बच्चों को उत्तर निकालने के लिए प्रोत्साहित करें।)

(नोट— आकलन में सभी बच्चों को शामिल करें। सही उत्तर प्राप्त न होने पर पुनः स्पष्ट करें।)

गतिविधि 3— शिक्षक छात्रों को अपनी अभ्यास पुस्तिका में चौकोर या वृत्ताकार आकृतियाँ बनाकर उनको बराबर भागों में बाँटने के लिए कहेंगे। बच्चे छायांकन करके भिन्न की तुलना करें। शिक्षक उनको अनेक प्रकार



की भिन्न निर्मित करने के लिए प्रोत्साहित करें।

पुनर्बलन – गतिविधियों पर कार्य करते समय बच्चों का सतत् अवलोकन करें, आवश्यकता होने पर उनकी सहायता करें।

(बच्चे कार्यपत्रक-1 को हल करने का प्रयास करें। अपने शिक्षक व साथियों की मदद ले सकते हैं।)

समेकन – बच्चों से प्रश्न पूछकर उनके स्तर का आकलन करते हुए जरूरत होने पर शिक्षण योजना को बदलें।

- i. भिन्न में हर का मान बढ़ने के अर्थ है— वस्तु को अधिक भागों में विभाजित करना।
- ii. अगर अंश समान है तो वह भिन्न बड़ी होगी जिसका हर छोटा होगा।
- iii. अगर हर समान है तो वह भिन्न बड़ी होगी जिसका अंश बड़ा होगा।

गृहकार्य— निम्नलिखित को आरोही क्रम में लिखिए—

1. $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$
2. $\frac{4}{9}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{4}{11}$





भिन्न (Fraction)

दिवस - तृतीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण— साधारण और विषम भिन्न

लर्निंग आउटकम— साधारण और विषम (Proper and Improper Fraction) भिन्न को समझकर उनका चित्रात्मक निरूपण कर लेते हैं।

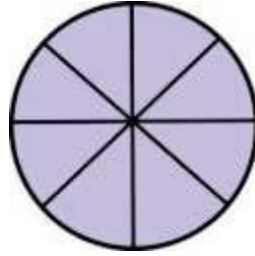
आवश्यक सामग्री— चौकोर और वृत्ताकार कागज़, छोटी कैंचियाँ, स्केच पेन, रंगीन चॉक।

शिक्षण के प्रारम्भ में— आइए! भिन्न $\frac{15}{8}$ पर विचार करते हैं। पिछले पाठों से निर्मित समझ से हम जानते हैं कि किसी वस्तु के जितने बराबर भाग किये जाते हैं, वह हर होता है। इस भिन्न का हर 8 है, इसका अर्थ है कि हमने किसी एक वस्तु को 8 बराबर भागों में विभाजित किया। अंश उन भागों को दर्शाता है जिन्हें विभाजित टुकड़ों में से हमने लिया है। भिन्न $\frac{15}{8}$ पर विचार करें। हम 8 विभाजितों में से 15 भाग कैसे ले सकते हैं?

शिक्षण के दौरान—

गतिविधि 1—

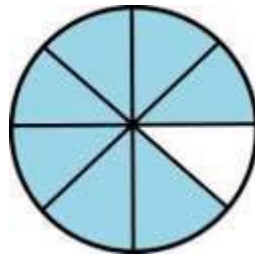
शिक्षक— यदि हम इसे हल करने का प्रयास करते हैं। इस वृत्ताकार कागज़ को 8 बराबर भागों में विभाजित करें। सभी भागों को छायांकित कर दें।



शिक्षक— इसे संख्यात्मक रूप में कैसे लिखेंगे?

छात्र— $\frac{8}{8}$

शिक्षक— अब दूसरे वृत्ताकार कागज़ को हम 8 बराबर भागों में बाँटकर उनमें से 7 भाग लें।

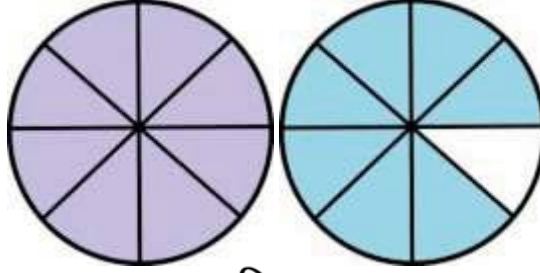




शिक्षक— इसे कैसे लिखेंगे?

छात्र— $\frac{7}{8}$

शिक्षक— अगर हम दोनों वस्तुओं को एक साथ रखें और सभी छायांकित भागों को अंश के रूप में लिखें तो अंश का मान क्या होगा?



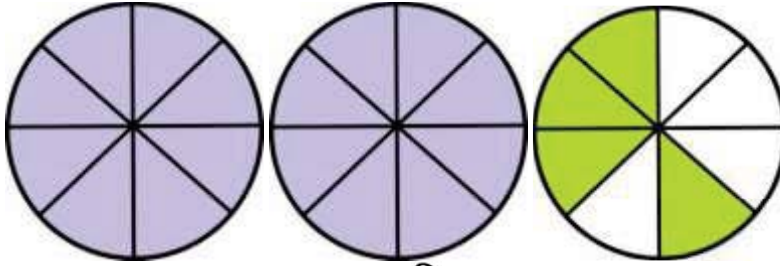
चित्र-1

छात्र— 15

शिक्षक— अगर हम दोनों से चित्रों में छायांकित 8+7 भागों को लें तो चित्रों से प्रदर्शित भिन्न को क्या लिख सकते हैं?

छात्र— $\frac{15}{8}$ (शिक्षक उत्तर देने के लिए बच्चों को प्रोत्साहित करें)

शिक्षक— यानी $\frac{15}{8}$ का अर्थ है— 1 पूरा और 8 विभाजित भागों में से 7 भाग। आइए, एक बार और देखते हैं—



चित्र-2

(शिक्षक बच्चों को उपरोक्त चित्रों का अवलोकन करने के लिए कहेंगे।)

छात्र— 2 पूरे और 8 बाँटे गये भागों में से 4 भाग।

शिक्षक— 2 पूरे को कितने भागों में विभाजित किया गया है?

छात्र— 8+8 यानी 16

शिक्षक— अगर हम तीनों चित्रों के सभी छायांकित भागों को अंश माने तो इसे भिन्न के रूप में क्या लिखेंगे?

छात्र— $\frac{20}{8}$

शिक्षक— $\frac{20}{8}$ का अर्थ है— 2 पूरे और 8 भागों में से 4 भाग। आइए हम 15 को 8 से भाग करते हैं—



$$\begin{array}{r} 8)15(1 \\ \underline{-8} \\ 7 \end{array}$$

देखें और चित्र-1 से तुलना करें। भागफल= 1, एक पूर्ण को प्रदर्शित करता है। शेषफल= 7 और भाजक= 8
क्रमशः अंश और हर को प्रदर्शित करते हैं। इसे हम लिख सकते हैं—

$$1 + \frac{7}{8} = \frac{15}{8}$$

ऐसे ही $\frac{20}{8}$ को हल करने पर,

$$\begin{array}{r} 8)20(2 \\ \underline{-16} \\ 4 \end{array}$$

देखें और चित्र-2 से तुलना करें। भागफल= 2, दो पूर्ण वस्तुओं को प्रदर्शित करता है। शेषफल= 4 और
भाजक= 8 तीसरे वस्तु के क्रमशः अंश और हर को प्रदर्शित करते हैं। इसे हम लिख सकते हैं—

$$2 + \frac{4}{8} = \frac{20}{8}$$

शिक्षक— ऐसी भिन्नों को जिनमें अंश का मान हर से ज्यादा होता है, उन्हें विषम भिन्न कहते हैं। भिन्न एक या
एक से अधिक पूर्ण वस्तु को तथा बाकी वस्तुओं में विभाजन अर्थात् हर तथा अंश को प्रदर्शित करता है। भाग
विधि से भिन्न को मिश्र भिन्न में बदल सकते हैं। भागफल यानी पूर्ण भाग को भिन्न से पहले विभाजक रेखा के
सामने लिख देते हैं। शेषफल को अंश तथा भाजक संख्या को हर के रूप में लिखते हैं। जैसे—

$$\frac{20}{8} = \begin{array}{r} 8)20(2 \\ \underline{-16} \\ 4 \end{array}$$

भागफल= 2

शेषफल= 4

भाजक= 8

अर्थात् $2 + \frac{4}{8}$, जिसे हम लिख सकते हैं—

$$2\frac{4}{8}$$

और इसे बोलते हैं— दो सही चार बटे आठ



ऊपर दी गयी भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलने के लिए—

- भिन्न की विभाजक रेखा के सामने लिखे पूर्ण भाग 2 को भिन्न के हर 8 से गुणा करें। $2 \times 8 = 16$
 - इसमें अंश को जोड़े $16 + 4 = 20$
 - अब लिखे $\frac{20}{8}$
- $$1\frac{5}{7}$$

इस निरूपण को ऊपर की क्रियाविधि से विषम भिन्न में बदलिए।

शिक्षक— नीचे दी गयी विषम भिन्नों को भाग विधि से मिश्र भिन्न में बदलिए और उनका चित्रात्मक निरूपण करिए।

$$\frac{9}{7} \text{ और } \frac{12}{5}$$

समेकन— बच्चों का सतत् अवलोकन करें और उन्हें आवश्यक होने पर अपने साथियों से सहायता लेने के लिए प्रेरित करें। (कार्यपत्रक-1)

गृहकार्य— निम्नलिखित विषम भिन्नों को उचित भिन्न में बदलिए—

- i. $\frac{14}{6}$
- ii. $\frac{13}{7}$
- iii. $\frac{20}{9}$
- iv. $\frac{15}{9}$





भिन्न (Fraction)

दिवस - चतुर्थ

समय - 40 मिनट

प्रकरण- भिन्नों का जोड़

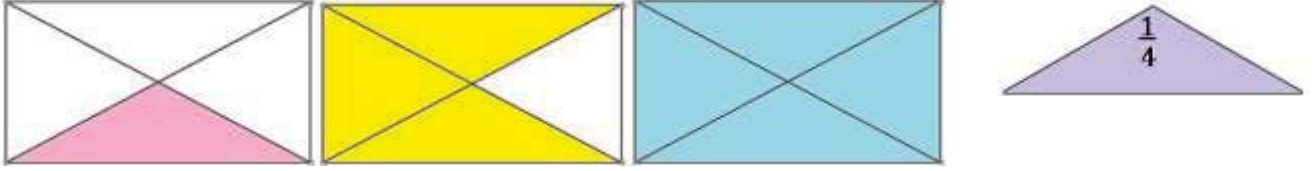
लर्निंग आउटकम— समान और असमान हर वाली भिन्न को जोड़ लेते हैं।

आवश्यक सामग्री— चौकोर और वृत्ताकार कागज, कैंचियाँ, स्केच पेन, रंगीन चॉक आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

शिक्षक— बच्चों! कल हमने साधारण और विषम भिन्नों के बारे में सीखा था। आज हम भिन्नों को जोड़ेंगे।

गतिविधि 2— चौकोर कागज के दो समान टुकड़े बच्चों को दें। दोनों टुकड़े को 4 बराबर भागों में बाँटने के लिए कहें। इसके बाद पहले टुकड़े के 4 में से 1 भाग को छायांकित करने और दूसरे टुकड़े के 4 में से 3 भाग को छायांकित करने कहें। अब पहले टुकड़े में से 1 छायांकित भाग को सावधानीपूर्वक कैंची से काटकर बाहर निकालने को कहें तथा इस कटे हुए भाग को दूसरे टुकड़े के अछायांकित भाग पर चिपकाने को कहें।



$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4}$$

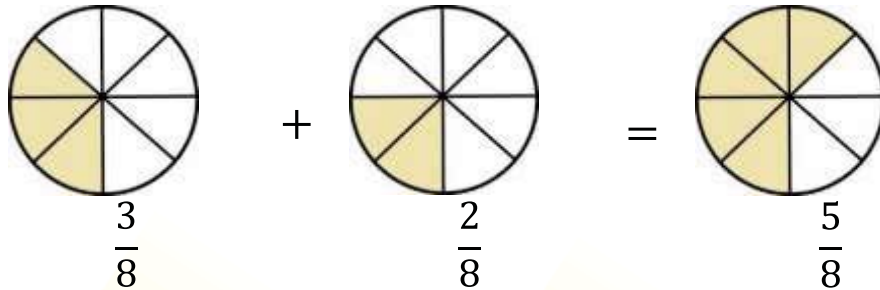
$$\frac{4}{4} = 1$$

$$\frac{1}{4}$$

शिक्षक— हमने क्या किया, चित्रों को भिन्न में बदलने की कोशिश करते हैं?

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} \text{ या पूरा } 1$$

अब हम अपनी अभ्यास पुस्तिका पर $\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$ को जोड़ने की कोशिश करते हैं।





शिक्षक— हमने देखा कि यदि दो भिन्नों के हर समान है तो उन्हें जोड़ने के लिए इनके अंश को जोड़ दिया जाये तो हमें उत्तर प्राप्त हो जाता है।

$$\frac{9}{16} + \frac{4}{16} = \frac{13}{16}$$

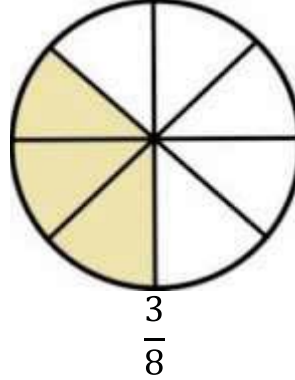
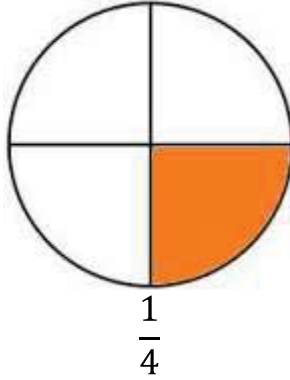
हम अपनी अभ्यास पुस्तिका में कुछ भिन्नों को जोड़ने का प्रयास करेंगे।

1. $\frac{5}{9} + \frac{3}{9}$

2. $\frac{6}{7} + \frac{1}{7}$

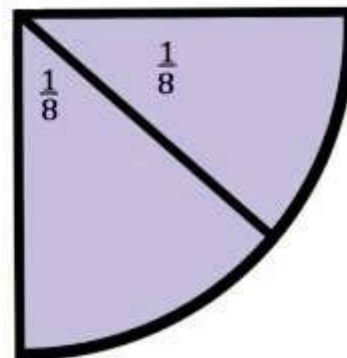
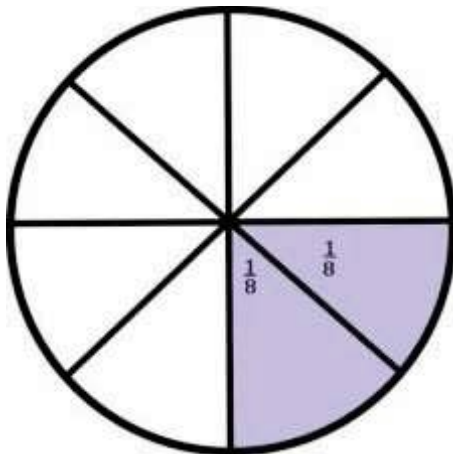
3. $\frac{5}{12} + \frac{3}{12}$

शिक्षक— अब हम असमान हर वाली भिन्न को जोड़ेंगे।



शिक्षक— इसे जोड़ने के लिए हम बायीं तरफ वाले चित्र के कितने भाग करें कि एक टुकड़े का मान $\frac{1}{8}$ हो?

छात्र— चार भाग है तो हम हरेक भाग को 2 बराबर भागों में विभाजित करें तो एक टुकड़े का मान $\frac{1}{8}$ हो जायेगा।





इसका अर्थ है कि असमान हर वाली भिन्नों को जोड़ने के लिए हमें प्रत्येक भिन्न के हर को बराबर करना पड़ेगा। हम ऐसा करने के लिए कई विधियाँ अपना सकते हैं।

1. किसी संख्या से भिन्नों के हर व अंश को गुणा करना। $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{8}$ में हर को बराबर करने के लिए हम $\frac{1}{4}$ को अंश व हर में 2 से गुणा करें।

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \times 2}{4 \times 2} + \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

2. $\frac{2}{3}$ में से $\frac{1}{5}$ को जोड़िए।

$\frac{2}{3}$ और $\frac{1}{5}$ को जोड़ने के लिए हर बराबर करने होंगे। $\frac{1}{5}$ को हर व अंश में 3 तथा $\frac{2}{3}$ को अंश व हर में 5 से गुणा करेंगे, इसे हम कैंची गुणा भी कहते हैं।

$$\Rightarrow \frac{2}{3} + \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \times 5}{3 \times 5} + \frac{1 \times 3}{5 \times 3}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$$

3. ल0स0 निकाल कर—

$\frac{1}{2}, \frac{1}{6}$ तथा $\frac{1}{9}$ को जोड़ने के लिए हमें 3 हर समान करने है। ऊपर वाली विधियाँ अब काम में नहीं आ सकती है।

ल0स0 दी गयी संख्याओं का सबसे छोटा कॉमन गुणज होता है। 2, 6 तथा 9 का ल0स0 18 है।

2 का गुणज= 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

6 का गुणज= 6, 12, 18, 24

9 का गुणज= 9, 18, 27

2, 6 तथा 9 के गुणज में 18 सबसे छोटा है जो तीनों में समान है।

→ प्रत्येक भिन्न के हर को ल0स0 से प्रतिस्थापित करें। ल0स0 हर से जितना गुना है, अंश को उतना ही गुना कर दें। हर बराबर होने के बाद अंशों को जोड़ दें।



$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} \\ \Rightarrow \frac{9}{18} + \frac{3}{18} + \frac{2}{18} \\ \Rightarrow \frac{14}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2, 6, 9 \\ \hline 3 & 1, 3, 9 \\ \hline 3 & 1, 1, 3 \\ \hline & 1, 1, 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ल०स०} &= 2 \times 3 \times 3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

(शिक्षक सरल संख्याओं का ल०स० निकालने का अभ्यास अलग से समय देकर करा सकते हैं।)

समेकन— पुनः साधारण भिन्न, विषम भिन्न की अवधारणा को स्पष्ट करें। प्रश्न पूछकर बच्चों का आकलन करते रहें। असमान हर वाली भिन्नों को जोड़ना स्पष्ट करें। निम्न प्रश्नों को श्यामपट्ट पर करवायेंगे।

1. जोड़ कीजिए—

- i. $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8}$
- ii. $\frac{19}{9} + \frac{8}{9}$
- iii. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
- iv. $\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$
- v. $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$
- vi. $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{4}{15}$

(शिक्षक बच्चों को हल करने के लिए कहेंगे तथा आवश्यकता होने पर उचित मदद करेंगे।)

ग्रहकार्य – कार्यपत्रक-1





भिन्न (Fraction)

दिवस - पंचम

समय - 40 मिनट

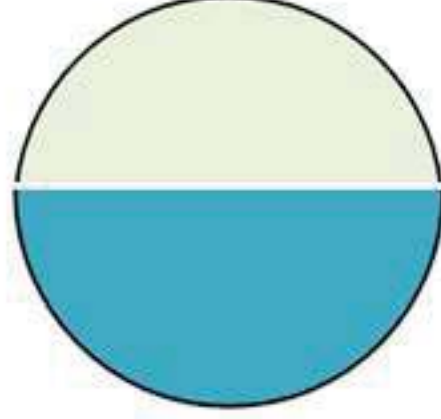
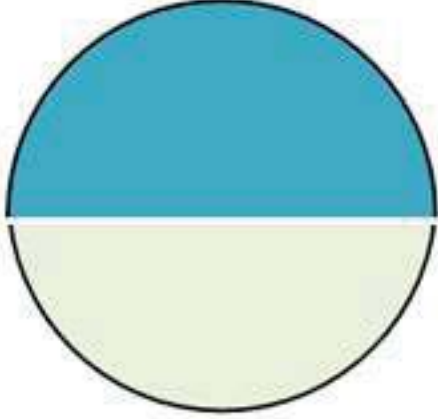
प्रकरण : भिन्न का व्युत्क्रम (Reciprocal of Fraction)

लर्निंग आउटकम –

1. बच्चे भिन्न के व्युत्क्रम को समझते हैं और किसी भिन्न का व्युत्क्रम व्यक्त करते हैं।

आवश्यक सामग्री : चौकोर और वृत्ताकार कागज़, छोटी कैंचियाँ, स्केच पेन, रंगीन चॉक, कार्ड, सीक एवं गणित किट।

प्रस्तावना : शिक्षक दो कार्ड पर बने चित्रों को दिखाते हैं।



शिक्षक : इन दोनों चित्रों में आप क्या अंतर देखते हैं ?

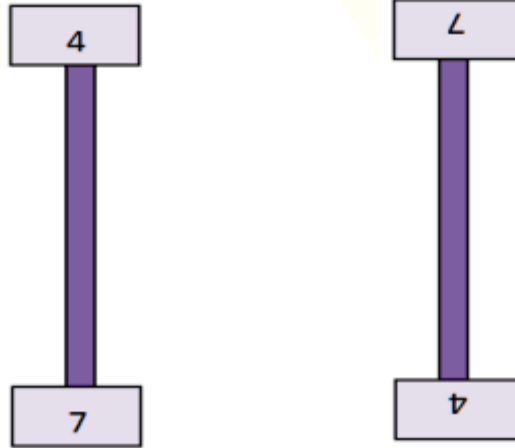
छात्र : ये तो उल्टे रंगे हैं।

शिक्षक : हमने बायीं तरफ वाले गोले में ऊपर का आधा वाला भाग लाल रंगा है और नीचे वाला भाग हरा जबकि दायीं तरफ वाले गोले में नीचे वाला आधा भाग लाल रंगा है और ऊपर वाला आधा भाग हरा रंगा है।

छात्र : अदल-बदल के रंगना हुआ।

शिक्षक : ऐसे ही हम किसी भिन्न को अदल-बदल करना चाहें तो कैसे करेंगे ?

शिक्षण के दौरान : आइये, हम एक गतिविधि करते हैं। एक सीधी सीक या डंडी के ऊपरी व निचले भाग पर 4 तथा 7 लिखे हुए कागज़ के टुकड़े चिपकाइए। अगर हम इस डंडी को 180° दक्षिणावर्त या घड़ी की सुइयों की दिशा में घुमाएँ तो हमें दायें चित्र की तरह दिखेगा। यदि दोनों चित्रों में डंडी के ऊपर लगे स्टीकर में लिखी संख्याओं को अंश व हर मान लें तो यह $\frac{4}{7}$ तथा $\frac{7}{4}$ को प्रदर्शित करती हैं। हम देखते हैं दोनों भिन्नो में अंश व हर के स्थान परस्पर बदल गए हैं। यह दोनों भिन्नो एक दूसरे की व्युत्क्रम (Reciprocal) कहलाती हैं।



शिक्षक : अब आप किसी भिन्न का व्युत्क्रम निकाल सकते हैं ?

छात्र : जी सर, जिस भिन्न का व्युत्क्रम निकालना है उसके अंश की जगह हर को तथा हर की जगह अंश को लिखकर नया भिन्न लिखेंगे।

शिक्षक : $2\frac{1}{7}$ तथा 5 का व्युत्क्रम निकालिए।

(छात्रों के प्रश्न हल करते समय शिक्षक उनका अवलोकन करते रहें, आवश्यक होने पर सहायता करें)

समेकन : किसी भी भिन्न के व्युत्क्रम को उसका गुणात्मक प्रतिलोम भी कहते हैं। किन्हीं दो व्युत्क्रम भिन्नों का गुणनफल हमेशा 1 होता है।

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{10}{10} = 1$$

(छात्र कार्यपत्रक-1 पर प्रश्नों को हल करके अभ्यास करेंगे)

गृह कार्य : निम्न भिन्नों का गुणात्मक प्रतिलोम ज्ञात कीजिए ?

$$\frac{1}{5}, \quad \frac{2}{3} \quad \text{तथा} \quad 2\frac{3}{7}$$





भिन्न (Fraction)

दिवस - षष्ठम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - संख्या रेखा पर भिन्न

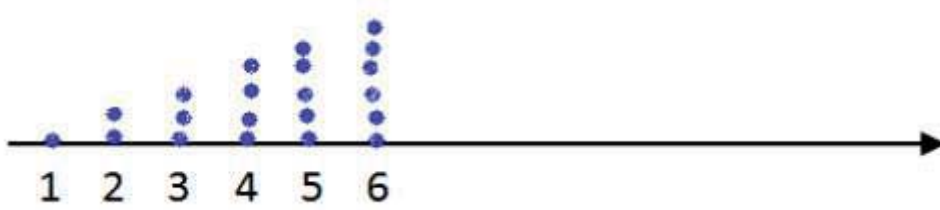
लर्निंग आउटकम

1. बच्चे भिन्न को संख्या रेखा पर व्यक्त करते हैं।

आवश्यक सामग्री : चौकोर और वृत्ताकार कागज़, छोटी कैंचियाँ, स्केच पेन, रंगीन चॉक एवं गणित किट।

शिक्षण के प्रारम्भ में -

बच्चों हम किसी पूर्ण संख्या को संख्या रेखा पर व्यक्त कर सकते हैं। हम जानते हैं कि संख्या रेखा संख्याओं की मात्रात्मक स्थिति को एक रेखा पर व्यक्त करती है।

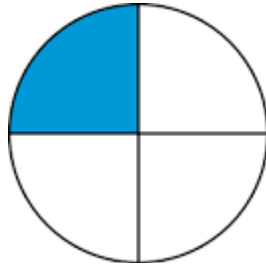


छात्र : हाँ, हम जानते हैं और पूर्ण संख्याओं को संख्या रेखा पर प्रदर्शित कर सकते हैं।

शिक्षक : तो क्या हम भिन्न को संख्या रेखा पर प्रदर्शित कर सकते हैं ?

शिक्षण के दौरान :

शिक्षक : हम जानते हैं भिन्न वह संख्या है जो किसी वस्तु के कुछ हिस्से को प्रदर्शित करती है। जैसे -



$$\frac{1}{4}$$

शिक्षक : संख्या रेखा पर 0 से 1 के बीच का स्थान 1 को प्रदर्शित करता है।

छात्र : सर, ऐसा ही है।

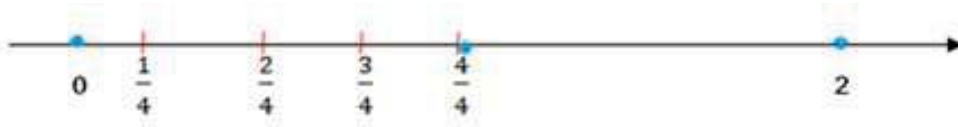
शिक्षक : अगर हम 0 से 1 के बीच के स्थान को चार बराबर भागों में विभजित करें तो!! आप भी ऐसा कर सकते हैं।



(गतिविधि 01 : शिक्षक बच्चों को संख्या रेखा बनाकर 0 से 1 के बीच के स्थान को चार बराबर भागों में विभाजित करने के लिए कहें और आवश्यकता होने पर उनकी सहायता करें।)



शिक्षक : शून्य और एक के बीच की जगह को चार बराबर भागों में बांटा गया है। शून्य और पहली खड़ी लाइन के बीच का भाग भिन्न $\frac{1}{4}$ को प्रदर्शित करेगा।



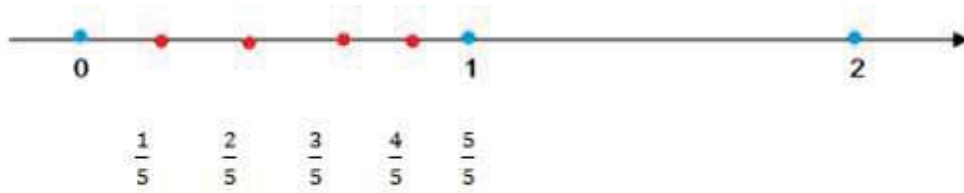
छात्र : जी, सर

शिक्षक : शून्य और दूसरी खड़ी लाइन के बीच का भाग किस भिन्न को प्रदर्शित करेगा ?

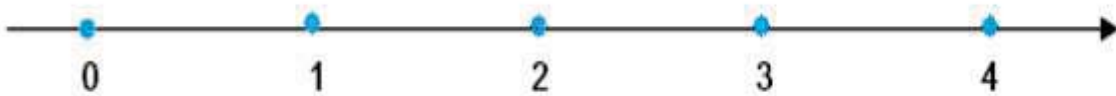
छात्र : जी, सर यह $\frac{2}{4}$ को प्रदर्शित करेगा।

शिक्षक: आप ऐसे ही संख्या रेखा पर भिन्नों को प्रदर्शित कर सकते हैं ? तो अब हम ऐसे ही $\frac{1}{5}$ को संख्या रेखा पर प्रदर्शित करेंगे।

(गतिविधि 02 : शिक्षक बच्चों को संख्या रेखा बनाकर 0 से 1 के बीच के स्थान को पाँच बराबर भागों में विभाजित करने के लिए कहें और भिन्न $\frac{3}{5}$ को संख्या रेखा पर प्रदर्शित करने के लिए कहें। आवश्यकता होने पर उनकी सहायता करें।)



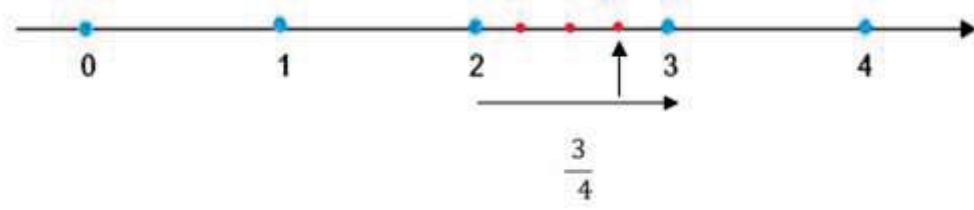
शिक्षक : अब हम मिश्र भिन्न $2\frac{3}{4}$ को संख्या रेखा पर प्रदर्शित करेंगे। आप जानते हैं भिन्न $2\frac{3}{4}$ का अर्थ है $2 + \frac{3}{4}$



शिक्षक : 0 से 2 तक का भाग 2 पूर्ण को प्रदर्शित करता है। अब हम 2 और 3 बीच के स्थान को 04 बराबर भागों में विभाजित कर लेते हैं और उनमें से 3 भागों को लें तो यह $\frac{3}{4}$ को प्रदर्शित करेगा।



शिक्षक : इस चित्र में छायांकित भाग $2\frac{3}{4}$ को प्रदर्शित करता है। अब आपको स्वयं $3\frac{1}{5}$ का प्रदर्शन संख्या रेखा पर करना है।



(छात्र इस मिश्र भिन्न को संख्या रेखा पर प्रदर्शित करेंगे और शिक्षक आवश्यकता होने पर उनकी सहायता करेंगे।)

समेकन : हमने सीखा कि हम संख्या रेखा पर किसी भी प्रकार की भिन्न को प्रदर्शित कर सकते हैं। अब हम वर्कशीट पर दिए गए प्रश्नों को हल करेंगे।

(छात्र कार्यपत्रक 1 पर प्रश्नों को हल करके अभ्यास करेंगे)

गृह कार्य : निम्न भिन्नों को संख्या रेखा पर प्रदर्शित करिए।

$$\frac{1}{5}, \frac{2}{3} \text{ तथा } 2\frac{1}{7}$$





भिन्न (Fraction)

दिवस - षष्ठम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - भिन्नों का गुणा एवं भाग

लर्निंग आउटकम - बच्चे भिन्नों का गुणा एवं भाग कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री - चौकौर और वृत्ताकार कागज़, छोटी कैंचियाँ, स्केच पेन, रंगीन चॉक आदि।

प्रशिक्षण के प्रारम्भ में - बच्चों, अब हम भिन्नों का घटाना सीखने के बाद उनके गुणा करके देखेंगे। आप जानते हो कि गुणा जोड़ को तेजी से करने की प्रक्रिया है। जैसे हम 2 को पांच बार जोड़ें या 2 को 5 से गुणा करें तो हमें एक ही परिणाम प्राप्त होगा।

$$2+2+2+2+2=10$$

$$\text{या } 5 \times 2 = 10$$

(शिक्षक बच्चों को अन्य किसी संख्या को लेकर उक्त क्रिया करने को कहें।)

तो हम आज भिन्नो में गुणा की क्रिया को देखते हैं

$$\frac{1}{2} \times 4$$

शिक्षक - प्रश्न को कैसे पढ़ेंगे ?

बच्चे - एक बटा दो को चार से गुणा करना है।

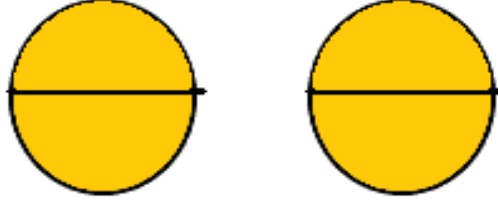
शिक्षक - इसका अर्थ हुआ हम $1/2$ को चार बार जोड़ेंगे ??

शिक्षण के दौरान-

गतिविधि- 01 शिक्षक बच्चों को 03 वृत्ताकार कागज़ के टुकड़े देकर उन्हें 2 बराबर भागों में बांटने के लिए कहे। बच्चे पहले टुकड़े के एक भागका छायांकन करें और दूसरे तथा तीसरे टुकड़े के दोनों भागों का छायांकन उन्हें अलग-अलग कर लें।



शिक्षक - अब हम आधे-आधे चार हिस्सों को अपनी अभ्यास पुस्तिका पर वृत्त के रूपमें चिपकायेंगे।
(सहायता करें)



शिक्षक – कितने वृत्त बनें ?

बच्चे – 2

शिक्षक – इसका अर्थ हुआ कि $1/2$ और 4 की गुणा का परिणाम 02 है ।

$$= 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2$$

$$= (1/2 + 1/2) + (1/2 + 1/2)$$

$$= 2/2 + 2/2$$

$$= 1 \text{ पूर्ण } + 1 \text{ पूर्ण } = 2 \text{ पूर्ण }$$

शिक्षक – अब हम कार्यपत्रक -1 पर अभ्यास कार्य करेंगे ।

अब हम इसे गणना करके हल करेंगे ।

(किसी पूर्ण संख्या को हम उसके हर में 1 देकर लिख सकते हैं जैसे 8 या $8/1$ क्योंकि हमने 8 पूर्ण है, इसे हमने अभी तक विभाजित नहीं किया है)

इसके बाद अंश को अंश से तथा हर को हर से गुणा कर देना है । गुणा एक प्रकार का जोड़ है इसलिए हम अंश में अंश की तथा हर में हर को जोड़ते अर्थात् गुणा करते हैं ।

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times 4 &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{2} \\ &= 2 \text{ पूर्ण} \end{aligned}$$

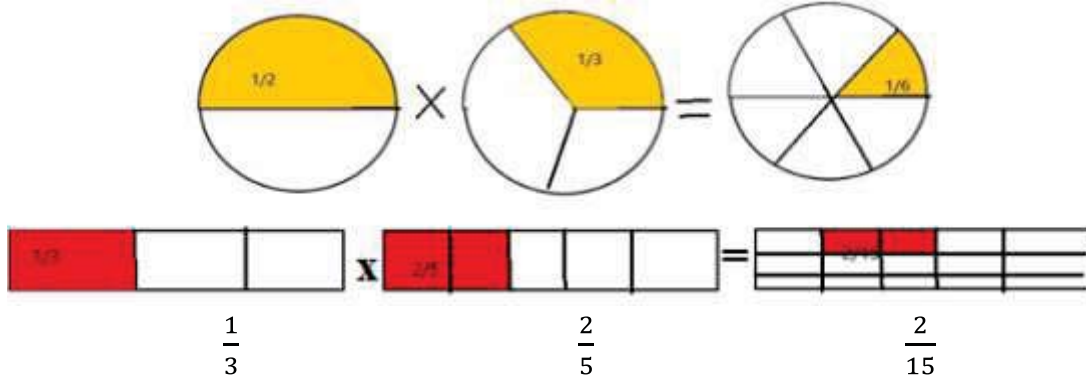
शिक्षक – आइये ! अब $1/2$ और $1/3$ की गुणा करते हैं ।

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

शिक्षक – अब हम कार्यपत्रक -2 पर अभ्यास कार्य करेंगे ।

शिक्षक – अब हम $1/2$ और $1/3$ की गुणा का चित्रात्मक निरूपण करते हैं । कुछ बच्चे $1/3$ और $2/5$ की गुणा का चित्रात्मक निरूपण कर सकते हैं ।

(शिक्षक श्यामपट्ट पर बच्चों से निर्देश प्राप्त करते हुए चित्रात्मक निरूपण करें)



शिक्षक — हमने देखा कि भिन्न को पूर्ण संख्या से गुणा करने पर उसका मान बढ़ता है जबकि भिन्न को भिन्न से गुणा करने पर उसका मान घटता है ।

शिक्षक — ऐसे ही हम भाग की प्रक्रिया को समझने का प्रयास करते हैं ।

आइये ! $1/2$ को 4 से भाग करें

भाग का अर्थ है बराबर भागों में बांटना

अर्थात हम $1/2$ को 4 बराबर भागों में बांटेंगे ।

गतिविधि-02

शिक्षक बच्चों को वृत्ताकार कागज़ के टुकड़े देकर उन्हें 2 बराबर भागों में बांटने के लिए कहे । बच्चे आधे भाग का छायांकन करें और पुनः छायांकित भाग को चार बराबर भागों में बांटे । इसके बाद एक भाग को कैंची से सावधानी पूर्वक काट कर निकाल लें ।



शिक्षक — कैंची से निकाला गया एक भाग $1/8$ है । अब हम इसको गणना करके हल करने का प्रयास करेंगे ।

$$\frac{1}{2} \div 4$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$



पहले चरण में प्रश्न है

दूसरे चरण में हमने पूर्ण संख्या 4 को $4/1$ के रूपमें लिखा,

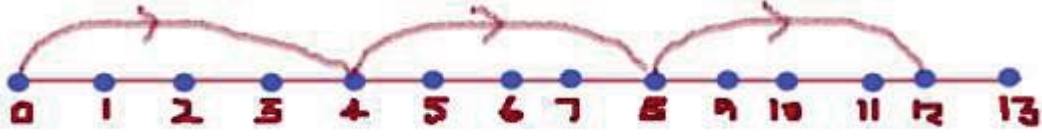
तीसरे चरण में हमने भाग की जगह की गुणा का चिन्ह लगाया और भिन्न को व्युत्क्रम यानी अंश के स्थान पर हर और हर के स्थान व पर अंश कर देंगे।

इस पर विचार करते है कि ऐसा हमने क्यों किया ?

इसे हम संख्या रेखा की सहायता से देखते है

12 को 4 से भाग करने पर उत्तर प्राप्त होता है $= 3$

हम इसे संख्या रेखा पर करके देखते है



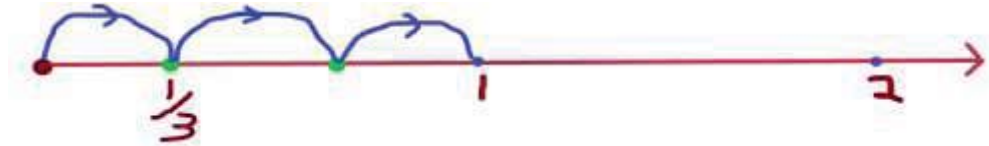
हमें 12 तक 4-4 के स्टेप में पहुंचना है।

इसके लिए हमें शून्य से तीन बार छलांग लगानी पड़ी।

अब हम निम्नलिखित भिन्न का भाग संख्या रेखा की सहायता करने का प्रयास करते है।

$$4 \div \frac{1}{3}$$

4 तक $1/3$ के स्टेप में पहुँचना है



इसे हम लॉजिक से हल करने का प्रयास करते है—

1 तक पहुँचने के लिए $1/3$ स्टेप में $= 3$ बार छलांग

2 तक पहुँचने के लिए $1/3$ स्टेप में $= 2 \times 3 = 6$ बार छलांग

3 तक पहुँचने के लिए $1/3$ स्टेप में $= 3 \times 3 = 9$ बार छलांग

4 तक पहुँचने के लिए $1/3$ स्टेप में $= 4 \times 3 = 12$ बार छलांग

या 4×3

या $= 4 \times 3 = 12$



भाग की संक्रिया में भाग के स्थान पर गुणा का चिन्ह लगाकर हम दाहिनी तरफ वाली भिन्न को व्युत्क्रम (Reciprocal) कर देते हैं ।

ऐसे ही-----

$$\frac{1}{2} \div 4$$



हमें शून्य से चलकर $1/2$ पहुँचने में अपना स्टेप 1 से छोटा करना होगा ।

1 तक 1 स्टेप में पहुँचने के लिए $1-1$ की 1 छलांग

1 तक 2 स्टेप में पहुँचने के लिए $1/2-1/2$ की 02 छलांग

1 तक 4 स्टेप में पहुँचने के लिए $1/4-1/4$ की 04 छलांग

$1/2$ तक 4 स्टेप में पहुँचने के लिए $1/8-1/8$ की 04 छलांग

$$\frac{1}{2} \div 4$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

शिक्षक — अब हम कार्यपत्रक 3 और 4 पर अभ्यास कार्य करेंगे ।

समेकन — प्रश्न पूछ कर बच्चों का आकलन करें । असमान हर वाली भिन्नों को घटाना के प्रश्नों से स्पष्ट करें ।

गृहकार्य —

गुणा करिए ।

$$\frac{1}{5} \times 6 =$$

$$\frac{1}{4} \times 12 =$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{5}{6} =$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{8} =$$



भाग करिए?

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{6} =$$

$$\frac{1}{3} \div 9 =$$

$$\frac{1}{5} \div 15 =$$

$$\frac{1}{12} \div \frac{7}{3} =$$





दशमलव (Decimal)

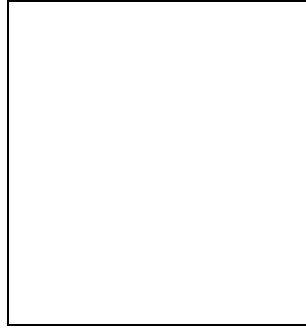
दिवस - प्रथम

समय - 40 मिनट

लर्निंग आउटकम— बच्चे दसवें, सौवें, हजारवें भाग का उपयोग कर दशमलव को पढ़ते और लिखते हैं।

आवश्यक सामग्री—A4 पेज, कार्यपत्रक, 10×10 की ग्रिड गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में— शिक्षक आयताकार कागज लेकर बच्चों से निम्नलिखित बातचीत करेंगे—



शिक्षक— बच्चों! पिछली कक्षा में हमने भिन्न समझा था, तो बताइए एक आयताकार कागज को 2 बच्चों में बराबर-बराबर बाँटा जाता है तो बताइए एक बच्चे को आयताकार कागज का कितना हिस्सा मिला? शिक्षक कागज मोड़कर दिखायेंगे।



छात्र— (एक भाग) $\frac{1}{2}$ या आधा (संभावित उत्तर)

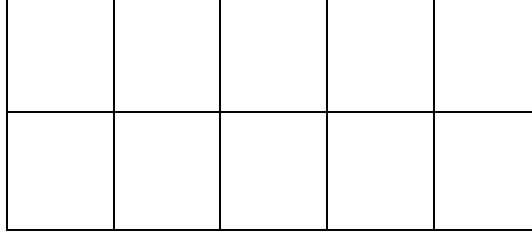
शिक्षक— अगर एक आयताकार कागज को 4 बच्चों में बराबर बाँटा जाये तो प्रत्येक को आयताकार कागज का कितना हिस्सा प्राप्त होगा? शिक्षक कागज मोड़कर दिखायेंगे।





छात्र— (एक भाग) $\frac{1}{4}$ या एक चौथाई (संभावित उत्तर)

शिक्षक— अगर आयताकार कागज को 10 बच्चों में बराबर-बराबर बाँटा जाये तो बताइए एक बच्चे को आयताकार कागज का कौन सा हिस्सा मिलेगा? शिक्षक कागज मोड़कर दिखायेंगे।



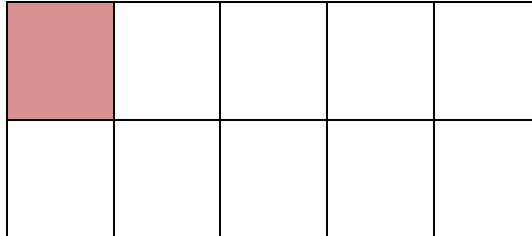
छात्र—(एक भाग) $\frac{1}{10}$ या दसवां भाग (संभावित उत्तर)

संभावित उत्तर ना प्राप्त होने पर शिक्षक छात्रों का सहयोग करेंगे कि इस एक भाग को कुल का दसवां भाग कहते हैं।

शिक्षक— बच्चों! आज हम इस दसवें भाग के बारे में और समझेंगे।

शिक्षण के दौरान— शिक्षक श्यामपट्ट पर एक आयत बनाकर उसे 10 बराबर भागों में बाँटेंगे और किसी एक छात्र को बुलाकर आयत का एक भाग रंगने को कहेंगे।

कोई एक छात्र आयत के एक भाग को रंगेगा।



शिक्षक— बच्चों! हमने आयत का कौन-से भाग में रंग भरा?

छात्र— हमने आयत के एक भाग/दसवें भाग में रंग भरा।

शिक्षक— हम इस दसवें भाग को भिन्न में कैसे लिखते हैं?

छात्र— $\frac{1}{10}$

शिक्षक— हम इसे $\frac{1}{10}$ या दसवां भाग कहते हैं। बच्चों जिस प्रकार हम किसी संख्या के बढ़ते क्रम में स्थानीय मान में इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार पढ़ते हैं। क्या हम उसी प्रकार इकाई से कम या घटते क्रम को स्थानीय मान में कैसे लिख सकते हैं?



(नोट—इकाई से कम संख्या से तात्पर्य 0 और 1 के बीच की संख्या से है।)

छात्र— अनुत्तरित

शिक्षक— जिस प्रकार हम इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार को 10 गुना में बढ़ाते जाते हैं। उदाहरण के लिए
 $1 \times 10 = 10$

$$10 \times 10 = 100$$

$$100 \times 10 = 1000$$

इसी प्रकार इकाई से कम या घटते क्रम में हम इकाई को 10 के गुणा से भाग करते जाते हैं, जिसे हम इकाई का दसवाँ, सौवाँ और हजारवाँ भाग कहते हैं

उदाहरण के लिए $\frac{1}{1 \times 10} = \frac{1}{10}$

$$\frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{100 \times 10} = \frac{1}{1000}$$

इसी इकाई से छोटी/कम संख्या को हम दशमलव संख्या कहते हैं।

शिक्षक श्यामपट्ट पर लिखेंगे—

सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश	हजारवाँ
100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

शिक्षक आइए समझते हैं $\frac{1}{10}$ को दशमलव में कैसे लिखते हैं?

दसवाँ भाग या $\frac{1}{10}$ को हम 0.1 के रूप में लिखते हैं। 0 और 1 के बीच में लगे “.” चिह्न को हम दशमलव कहते हैं। 0.1 को हम शून्य दशमलव एक पढ़ते हैं।

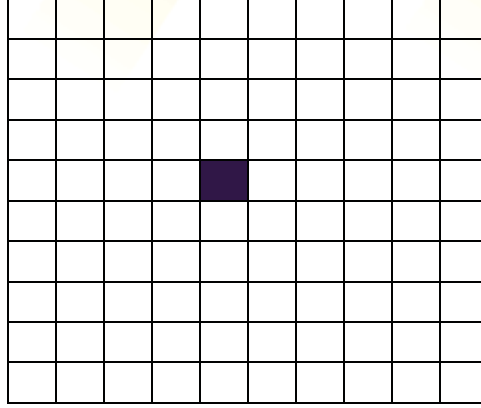
तो बताओ बच्चों 0.1 को हम क्या पढ़ते हैं?

छात्र— शून्य दशमलव एक

शिक्षक— 10 × 10 की ग्रिड छात्रों को देंगे।

शिक्षक— बच्चों ग्रिड के किसी एक भाग को रंग कीजिए।

छात्र— ग्रिड के एक भाग में रंग भरेंगे।



शिक्षक— बच्चों से पूछेंगे कि हमने ग्रिड का कौन सा भाग रंगा?

छात्र— हमने ग्रिड को सौवां भाग रंगा।

शिक्षक— हम इस सौवें भाग को भिन्न में कैसे लिखते हैं?

छात्र— $\frac{1}{100}$

शिक्षक— सौवें भाग (इकाई के सौवें भाग) या $\frac{1}{100}$ को हम दशमलव रूप में कैसे लिखेंगे और पढ़ेंगे?

छात्र— 0.01 तथा इसे हम शून्य दशमलव शून्य एक पढ़ेंगे। (अगर उत्तर न प्राप्त हो तो शिक्षक स्वयं समझायेंगे।)

शिक्षक— $\frac{1}{100}$ को हम 0.01 के रूप में लिखते हैं तथा इसे हम शून्य दशमलव शून्य एक पढ़ेंगे।

शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक 1 (रंगी हुई ग्रिड चित्र देखकर भिन्न रूप और दशमलव रूप में लिखना) देकर अभ्यास करने को कहें।

शिक्षक अवलोकन करेंगे कि क्या बच्चे ग्रिड चित्र देखकर भिन्न रूप और दशमलव में लिख पा रहे हैं या नहीं और जिन बच्चों को सहयोग की आवश्यकता है उनकी सहायता करेंगे।

इस कार्य के उपरान्त अगर आवश्यकता है तो शिक्षक दोबारा छात्रों की समझ बनाने के लिए इस पर और अभ्यास करवा सकते हैं। शिक्षक गणित किट से अबेकस का प्रयोग कर दशमलव की अवधारण और स्पष्ट करेंगे।

छात्रों की पुनरावृत्ति पर समझ बनने के उपरान्त शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक 1 (दशमलव संख्या को ग्रिड में प्रदर्शित करना) पर अभ्यास करवायें।

शिक्षक अवलोकन करेंगे कि क्या बच्चे दशमलव संख्या को ग्रिड में प्रदर्शित कर पा रहे हैं या नहीं और जिन बच्चों को सहयोग की आवश्यकता है उनकी सहायता करेंगे।



इस कार्य के उपरान्त अगर आवश्यकता है तो शिक्षक दोबारा छात्रों की समझ बनाने के लिए इस पर और अभ्यास करवा सकते हैं। छात्रों की कार्यपत्रक 1 पर समझ बनने के उपरान्त शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक 3 (दशमलव संख्या को स्थानीय मान में प्रदर्शित करना) पर अभ्यास करवायें।

शिक्षक अवलोकन करेंगे कि क्या बच्चे दशमलव संख्या को स्थानीय मान में प्रदर्शित कर पा रहे हैं या नहीं और जिन बच्चों को सहयोग की आवश्यकता है उनकी सहायता करेंगे।

इस कार्य के उपरान्त अगर आवश्यकता है तो शिक्षक दोबारा छात्रों की समझ बनाने के लिए इस पर और अभ्यास करवा सकते हैं।

शिक्षण के अन्त में (समेकन)– शिक्षक छात्रों से निम्नलिखित वार्ता करेंगे–

- इकाई का दसवां भाग या $\frac{1}{10}$ को हम 0.1 के रूप में लिखते हैं। 0 और 1 के बीच में लगे “.” चिह्न को हम दशमलव कहते हैं। 0.1 को हम **शून्य दशमलव एक** पढ़ते हैं।
- $\frac{1}{100}$ को हम 0.01 के रूप में लिखते हैं तथा इसे हम **शून्य दशमलव शून्य एक** पढ़ेंगे।
- $\frac{1}{1000}$ को हम 0.001 के रूप में लिखते हैं तथा इसे हम **शून्य दशमलव शून्य शून्य एक** पढ़ेंगे।
- इकाई के दसवें और सौवें भाग को दशमलव में लिखने के लिए संख्या के भाग में आये शून्य के अनुसार संख्या दशमलव के दायें ओर खिसकती जाती है। जैसे $\frac{1}{10}$ में भाग में एक शून्य है इसको दशमलव में लिखने पर दशमलव के ठीक बाद पहले स्थान पर दशम संख्या लिखी गयी है। इसी प्रकार $\frac{1}{100}$ में दो शून्य है इसे दशमलव में लिखने पर दशमलव के बाद दूसरे स्थान पर सौवां स्थान की संख्या लिखी गयी है।
- शिक्षक श्यामपट्ट पर लिखेंगे–

सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश	हजारवां
100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
100	10	1	0.1	0.01	0.001

- शिक्षक कार्यपत्रक 4 को गृहकार्य करने के लिए देंगे।





दशमलव (Decimal)

दिवस - द्वितीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - दशमलव संख्याओं की तुलना

लर्निंग आउटकम- बच्चे दशमलव संख्याओं की तुलना कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री- कार्यपत्रक, ग्रेड पेपर, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में-

शिक्षक- बच्चों पिछले सत्र में हमने दशमलव के बारे में सीखा। हमने ये भी जाना कि इकाई के दसवें और सौवें भाग को दशमलव में कैसे लिखते और पढ़ते हैं। बच्चों, यदि दशमलव के दायें ओर के पहले स्थान को दशम स्थान कहा जाता है और दशमलव के दायीं ओर के दूसरे स्थान को सौवां स्थान कहा जाता है, तो आप क्या सोचते हैं कि दशमलव बिन्दु के दायीं ओर के तीसरे स्थान को क्या कहा जाता है?

छात्र- हजारवाँ स्थान (संभावित उत्तर)

शिक्षक- एक हजारवें भाग को पढ़ने और लिखने का तरीका क्या है?

छात्र- (एक हजारवाँ या $\frac{1}{1000}$) या शून्य दशमलव शून्य शून्य एक या 0.001 (संभावित उत्तर)

यदि अपेक्षित उत्तर ना प्राप्त हो तो शिक्षक छात्रों के साथ और अभ्यास कर सकते हैं।

शिक्षक कार्यपत्रक-1 देकर बच्चों से दशमलव संख्या का दसवाँ, सौवाँ और हजारवाँ पहचानने को कहेंगे।

बच्चे कार्यपत्रक-1 पर अभ्यास करेंगे और शिक्षक अवलोकन करेंगे और जिन बच्चों को आवश्यकता होगी उनका सहयोग करेंगे।

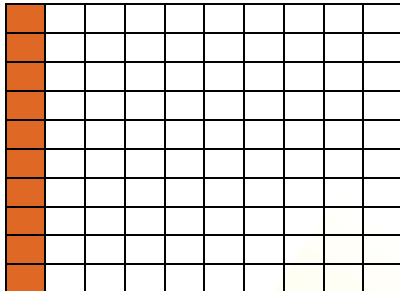
बच्चों आज हम सीखेंगे हैं कि दसवाँ, सौवाँ और हजारवाँ में कौन बड़ा है, कौन छोटा-

शिक्षण के दौरान-

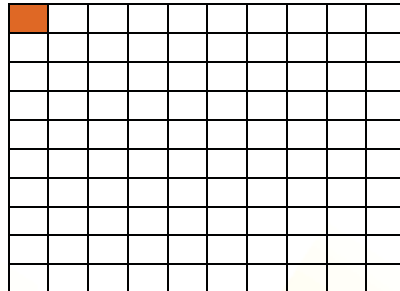
शिक्षक- अच्छा बताओ 0.1 और 0.01 में कौन सी संख्या बड़ी है ? (शिक्षक सम्बन्धित ग्रेड बच्चों को दिखाते हैं)

छात्र- संभावित उत्तर (0.1)

यदि अपेक्षित उत्तर न प्राप्त हो तो शिक्षक संबंधित ग्रेड दिखाकर तुलना करवा सकते हैं।



0.1



0.01



शिक्षक— 0.1 संख्या 0.01 से कितनी बड़ी है?

छात्र— 10 गुना या 10 बार (कुछ छात्र बता पाते हैं)

शिक्षक— 0.1, 0.10 से छोटी है, बड़ी है या बराबर है?

छात्र— दोनों बराबर है। (संभावित उत्तर)

शिक्षक— (0.1) और (0.10) का मान समान है।

शिक्षक— दशमलव की तुलना करते समय दशमलव के ठीक बाद की संख्या से (बाईं ओर से) शुरू करें और प्रत्येक स्थान के अंकों की तुलना करें। उदाहरण के लिए 0.11 और 0.12 की तुलना करें। दोनों संख्याओं में दशमलव के बाद पहले स्थान पर अंक समान हैं अब हम दशमलव के बाद दूसरे स्थान पर आये अंकों को देखते हैं, इसमें 2, 1 से बड़ा है। अतः 0.12, 0.11 से बड़ा है इसे हम इस प्रकार से भी लिख सकते हैं— $0.12 > 0.11$

बच्चों अब आप 0.02 और 0.23 की तुलना करके बताएँ कौन बड़ा है?

छात्र— 0.23 बड़ा है।

शिक्षक— आपको कैसे पता लगा कि 0.23 बड़ा है?

छात्र— दशम स्थान पर 2, 0 से बड़ा है इसलिए $0.23 > 0.02$

अगर अपेक्षित उत्तर ना प्राप्त हो तो शिक्षक खुद इस संदर्भ को समझायें। शिक्षक $>$ और $<$ का प्रयोग करके दशमलव संख्याओं की तुलना करने में छात्रों का मार्गदर्शन करें।

शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक-2 देकर उसमें बने चित्र देखकर दशमलव संख्याओं की तुलना करने का अभ्यास करवाएं।

छात्र कार्यपत्रक-2 पर दशमलव संख्याओं की तुलना का अभ्यास शिक्षक के सहयोग से करेंगे।

शिक्षक अवलोकन करेंगे कि क्या छात्र चित्रों को समझकर दशमलव संख्याओं की तुलना कर पा रहे हैं या नहीं। सहायता के लिए छात्रों से कहे कि चित्र में बनी आकृति को दशमलव रूप में लिखकर तुलना का प्रयास करें।

यदि किसी छात्र को सहायता की आवश्यकता है तो शिक्षक सहयोग करें। शिक्षक यह भी देखें कि यदि 50% से अधिक बच्चों को तुलना करने में समस्या आ रही है तो दोबारा पूरी कक्षा को तुलना करना समझायें।

कार्यपत्रक-2 पर अभ्यास करने के उपरान्त शिक्षक छात्रों को दशमलव संख्याओं की तुलना का और अधिक अभ्यास करने के लिए कार्यपत्रक-3 देकर छात्रों को स्वयं तुलना करने के लिए कहें।



छात्र कार्यपत्रक-3 पर दशमलव संख्याओं की तुलना का अभ्यास करेंगे।

शिक्षक अवलोकन करेंगे कि क्या छात्र दशमलव संख्याओं की तुलना कर पा रहे हैं या नहीं। यदि किसी छात्र को सहायता की आवश्यकता है तो शिक्षक सहयोग करें। शिक्षक छात्रों के अभ्यास करने के उपरान्त कार्यपत्रक-3 पर एक बार पुनः चर्चा करें जिससे दशमलव संख्याओं की तुलना पर बेहतर समझ बन सके।

शिक्षण के अन्त में- शिक्षक तो बच्चों आज हमने क्या सीखा?

छात्र- दशमलव संख्याओं की तुलना करना।

शिक्षक- दशमलव संख्याओं की तुलना कैसे करते हैं?

छात्र- पहले दशमलव से पहले की संख्याओं (इकाई, दहाई, सैकड़ा आदि) की तुलना करें। यदि दोनों संख्याएँ समान हैं तो दशमलव के बाद की पहली संख्या की तुलना करें यदि दसवां भाग भी बराबर है तो दशमलव के बाद दूसरे स्थान की संख्या (सौवाँ भाग) की तुलना करें। इसी प्रकार आगे तुलना करते जा सकते हैं।

छात्रों के बताने के बाद शिक्षक स्वयं भी इसको और स्पष्ट रूप से समझायें।

शिक्षक गृहकार्य हेतु छात्रों को कार्यपत्रक-4 दें।



दशमलव (Decimal)

दिवस - तृतीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - मापन में दशमलव का प्रयोग

लर्निंग आउटकम- बच्चे दैनिक जीवन में मापन के लिए (जैसे भार, धारिता, मुद्रा, लम्बाई, ताप) दशमलव का प्रयोग करते हैं।

आवश्यक सामग्री- भार तौलने की मशीन, कोल्ड ड्रिंक की बोतल (1.25 लीटर), कुछ मूल्य कार्ड, बिस्किट / चिप्स के पैकेट, थर्मामीटर (इलेक्ट्रॉनिक), स्केल (पटरी), धागा / झाड़ू की सीक, गणित किट।



शिक्षण के प्रारंभ में (शिक्षक निम्नलिखित रूप में बच्चों से वार्ता प्रारंभ कर सकते हैं)-

शिक्षक- बच्चों! ये बताओ आप लोगों में कौन-कौन बच्चा अपने माता-पिता के साथ बाजार कपड़े खरीदने गया है?

छात्र- हम (अधिकांश बच्चे)

शिक्षक- बहुत बढ़िया, यानी ज्यादातर बच्चे कपड़े खरीदने बाजार गये हैं, अच्छा बच्चों! क्या आपने उन कपड़ों पर लगे मूल्य कार्ड को भी देखा है?

छात्र- हाँ / नहीं (दोनों प्रकार के उत्तर प्राप्त होंगे।)

शिक्षक- (मूल्य कार्ड को दिखाते हुए) आप लोगों ने ऐसे मूल्य कार्ड उन कपड़ों पर तो देखे होंगे, लेकिन क्या आपने इन पर मुद्रित मूल्य को ध्यान से देखा और पढ़ा है?

छात्र- हाँ / नहीं (दोनों प्रकार के उत्तर प्राप्त होंगे।)

शिक्षक- बच्चों से मूल्य कार्ड पर मुद्रित धनराशि पढ़ने को कहें?

छात्र- मूल्य को पढ़ते हैं।





(हो सकता है प्रथम दृष्टया बच्चे केवल पूर्णांक को पढ़े, अध्यापक बच्चों का ध्यान दशमलव अंक की ओर आकर्षित करें। साथ ही अन्य मूल्य कार्ड बच्चों को देकर उनके मूल्य पर दशमलव के बाद की संख्या का प्रभाव पूरी संख्या पर समझायें।)

शिक्षण के दौरान (मूल्य कार्डों के मूल्य की तुलना कराने के बाद बच्चों से आगे की वार्ता कुछ इस प्रकार प्रारंभ करें)–

शिक्षक– बच्चों! जैसा आपने मूल्य कार्ड में दशमलव संख्या को देखा और इसमें दशमलव के बाद की संख्या का प्रभाव पूरी संख्या पर जाना। क्या आपने लम्बाई मापने में दशमलव संख्या की उपयोगिता देखी है? आओ करके देखते हैं–

गतिविधि 1–

शिक्षक– कुछ निश्चित लम्बाई (3 सेंटीमीटर, 5 सेंटीमीटर, 4.5 सेंटीमीटर) के धागा / झाड़ू की सीक बच्चों को देकर स्केल से मापने और माप को नोट बुक पर लिखने को कहें।



(बच्चे मापने का प्रयास करते हैं।)

शिक्षक– बच्चों को मापते हुए अवलोकन करते हैं और बच्चों को आवश्यकतानुसार सहयोग देते हैं।

बच्चे– लम्बाई मापकर नोटबुक में लिखते हैं।

शिक्षक– सभी धागों / झाड़ू की सीक की लम्बाई बच्चों से पूछ कर श्यामपट्ट पर लिखते हैं और 4.5 सेंटीमीटर लम्बे धागे की लम्बाई में दशमलव संख्या पर बच्चों से चर्चा कर दैनिक जीवन में लम्बाई को व्यक्त करने हेतु दशमलव के प्रयोग के अन्य उदाहरण से परिचय करायें।

(ताप में दशमलव संख्या के प्रभाव को समझाने हेतु निम्नलिखित प्रकार चर्चा प्रारंभ करें।)

शिक्षक– बच्चों! जैसा आपने लम्बाई में दशमलव संख्या को देखा और इसके मान का पूर्णांक पर पड़ने वाले प्रभाव को जाना। क्या आपने ताप (गरमाहट) मापने में दशमलव अंक की उपयोगिता देखी है? आओ करके देखते हैं–

गतिविधि 2–

शिक्षक– बच्चों! जब बुखार आता है तो शरीर के ताप (गरमाहट) पर क्या प्रभाव पड़ता है?



बच्चे— शरीर गर्म हो जाता है।

शिक्षक— बच्चों! क्या आपने शरीर का ताप मापने वाली मशीन देखी है?

छात्र— हाँ / नहीं (दोनों प्रकार के उत्तर प्राप्त होंगे।)

शिक्षक— (थर्मामीटर दिखाते हुए) बच्चों इसे थर्मामीटर कहते हैं इससे शरीर का ताप मापा जाता है। आओ कुछ बच्चों के शरीर का ताप मापते हैं।

(बच्चे शिक्षक के सहयोग से अपने साथी के शरीर का ताप मापते हैं।)

(अध्यापक थर्मामीटर की साफ—सफाई का ध्यान रखेंगे।)

बच्चों द्वारा थर्मामीटर पर पढ़े गये ताप को शिक्षक श्यामपट्ट पर लिखते हैं। यदि बच्चे दशमलव अंक को नहीं बोलते तो उनका सुधार करवायें। सभी मान लिख देने के बाद सबसे अधिक और सबसे कम ताप का पता बच्चों से करायें।

ताप मापन एवं ताप में दशमलव की समझ विकसित होने के बाद भार एवं घन में दशमलव के महत्व की समझ विकसित करने हेतु चर्चा कुछ इस प्रकार करें—

शिक्षक— गेहूँ या चावल के दो पैकेट (पोटली) बना कर कक्षा के किन्हीं दो बच्चों (राजू, श्याम) को दे दें और कक्षा के अन्य बच्चों से पूछें कि यदि वे दोनों बच्चे पैकेटों में से कौन भारी है?

(बच्चे अंदाजे से उत्तर देते हैं।)

शिक्षक— तौल मशीन पर तौल कर बच्चों से भार देखने को कहें और पुनः उक्त प्रश्न को दोहरायें।

(तौल से पूर्व कई बच्चों का उत्तर सही नहीं रहा होगा। अब बच्चों को स्पष्ट करें कि दशमलव अंकों का जीवन में बहुत महत्व है। दशमलव अंक मात्रा को प्रभावित करते हैं।)

शिक्षक— बच्चों जैसे हमने भार मापन (नापने / तौलने) में दशमलव के महत्व को समझा। क्या जीवन में अन्य स्थानों पर भी आपने कुछ मापते समय दशमलव अंकों पर ध्यान दिया है? आओं विचार करें।





नोट—

- अध्यापक उक्त गतिविधियों में से न्यूनतम दो गतिविधि उपलब्ध सामग्री के अनुरूप करवाइए।

समेकन— भार धारिता, मुद्रा, लम्बाई एवं ताप में दशमलव के एक-एक उदाहरण पुनः दोहरायें और श्यामपट्ट पर लिख कर बच्चों से उनकी तुलना करवायें।

- कार्यपत्रक 1 बच्चों से करवायें और अध्यापक सतत् आकलन करते रहें और प्राप्त परिणाम के आधार पर आवश्यक पुनर्वलन करें।

प्रोजेक्ट कार्य— बच्चों घर व आस-पास से विभिन्न धारिता की कोल्ड ड्रिंक व रीफाइड तेल का पैकेट, अन्य बोतल को एकत्र कर उन पर धारिता को पढ़कर अपनी नोटबुक पर दशमलव अंक तक लिख कर तुलना करें।





दशमलव (Decimal)

दिवस - चतुर्थ

समय - 40 मिनट

प्रकरण - दशमलव संख्याओं का जोड़

लर्निंग आउटकम- बच्चे दशमलव संख्याओं का जोड़ कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री- वृत्त के कटआउट (पूर्ण व आधे), रोटी, उपलब्ध सब्जी (आलू), फल (केला), चाकू, कार्यपत्रक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में (शिक्षक निम्नलिखित रूप में बच्चों से वार्ता प्रारंभ कर सकते हैं)-

शिक्षक- बच्चों! क्या आपने पिछली कक्षा में सीख कर दशमलव अंकों को अपने आस-पास की वस्तुओं में देखा?

छात्र- हाँ (अधिकांश बच्चे)।

शिक्षक- बच्चों! बताइए आपने किन-किन वस्तुओं में दशमलव अंक वाली संख्याएँ देखी?

छात्र- मूल्य कार्ड, कोल्ड ड्रिंक बोतल के साथ, सब्जी तौलने वाली मशीन आदि।

(प्राप्त उत्तर के आधार पर शिक्षक आवश्यकतानुसार पुनर्बलन पर कार्य करते हैं।)

शिक्षक- शाबाश! आप लोगों ने अच्छा प्रयास किया है। आइए कार्यपत्रक-1 की सहायता से देखा जाये कि आपकी समझ कितनी सुदृढ़ हुई है।

बच्चों को कार्यपत्रक-1 देकर उनसे हल करने को कहें। साथ ही अध्यापक बच्चों के कार्य का अवलोकन करते हुए आवश्यकतानुसार बच्चों की मदद करें।

शिक्षण के दौरान (दशमलव संख्याओं के योग की समझ हेतु बच्चों से वार्ता को निम्नलिखित क्रम में बढ़ाया जाये)-

शिक्षक- बच्चों! क्या दशमलव संख्याओं और पूर्णांक का योग किया जा सकता है? आइए समझने का प्रयास करें-

शिक्षक- (हाथ में एक पूर्ण कागज लेकर पूछें) बच्चों! यह कितने पेज हैं?

छात्र- एक।

शिक्षक- (पूर्ण कागज के साथ एक और पूर्ण कागज हाथ में लेकर पूछें) अब कितने पेज हैं?

छात्र- दो।



शिक्षक— (दो पूर्ण कागज के साथ आधा पेज हाथ में उठायेँ और पूछे) अब कितने पेज हैं?

छात्र— दो और आधा।

(श्यामपट्ट पर शिक्षक बच्चों के उत्तर को कुछ ऐसे लिखें— दो (2) और (.) आधा (0.5)।

बच्चों को कार्यपत्रक-2 देकर उनसे हल करने को कहें। साथ ही अध्यापक बच्चों के कार्य का अवलोकन करते हुए आवश्यकतानुसार बच्चों की मदद करें।

शिक्षक— बच्चों! आपने जोड़ की प्रक्रिया अंकों को उर्ध्वाधर रख कर की है। चलिए अब दशमलव अंकों के क्षैतिज योग समीकरण को उर्ध्वाधर रूप में बदलना समझते हैं।

34.17 और 23.21 मिलकर होगा 57.38

$$\begin{array}{r} \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ 34.17 + 23.21 = 57.38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 4 \ . \ 1 \ 7 \\ + \ 2 \ 3 \ . \ 2 \ 1 \\ \hline 5 \ 7 \ . \ 3 \ 8 \end{array}$$

- * शिक्षक बच्चों को कम से कम अन्य दो उदाहरण श्यामपट्ट पर करवायें। साथ ही कार्यपत्रक-3 में क्षैतिज समीकरण को उर्ध्वाधर रूप में लिखने को कहें। शिक्षक अवलोकन करते रहें।
- * क्षैतिज रूप को उर्ध्वाधर लिखने के बाद दशमलव अंकों के योग की प्रक्रिया बच्चों को निम्नलिखित चरणों में समझायी जाये—

चरण 1— दशमलव संख्याओं को लम्बवत् रूप में लिखें। उदाहरण के लिए 3.43 और 1.5 को लम्बवत् रूप लिखकर दिखाएँ ताकि छात्रों को दिखे की बड़ी संख्या के नीचे छोटी संख्या और दशमलव के नीचे दशमलव लिखा जाता है।

$$\begin{array}{r} 3 \ . \ 4 \ 3 \\ 1 \ . \ 5 \end{array}$$

चरण 2— आवश्यकतानुसार संख्या के दायीं ओर एक शून्य जोड़े। छात्रों को बताएँ कि शून्य को 1.5 में कैसे जोड़ा जाये ताकि इसे 1.50 बनाया जा सके जिससे दोनों संख्याओं में अंकों की संख्या समान हो।

$$\begin{array}{r} 3 \ . \ 4 \ 3 \\ 1 \ . \ 5 \ 0 \end{array}$$



चरण 3— न्यूनतम स्थानीय मान से शुरू करते हुए, दायें से बायें जोड़ना शुरू करें। छात्रों को दिखायें कि 3.40 और 1.53 कैसे जोड़ना।

<p>(A)</p> $\begin{array}{r} 3 . 4 3 \\ + 1 . 5 0 \\ \hline . 3 \\ \hline . 3 \end{array}$	<p>(B)</p> $\begin{array}{r} 3 . 4 3 \\ + 1 . 5 0 \\ \hline . 9 3 \\ \hline . 9 3 \end{array}$	<p>(C)</p> $\begin{array}{r} 3 . 4 3 \\ + 1 . 5 0 \\ \hline 4 . 9 3 \\ \hline 4 . 9 3 \end{array}$
--	--	--

चरण 4— दशमलव को नीचे लायें। छात्रों को बताएँ कि 4.93 प्राप्त करने के लिए दशमलव को कैसे नीचे लाया जाये।

<p>(D)</p> $\begin{array}{r} 3 . 4 3 \\ + 1 . 5 0 \\ \downarrow \\ \hline 4 . 9 3 \\ \hline 4 . 9 3 \end{array}$
--

शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-3 में क्षैतिज समीकरण से उर्ध्वाकर रूप में लिखे गये प्रश्नों को हल करने को कहें। साथ ही शिक्षक अवलोकन करें।

शिक्षक— बच्चों! दशमलव संख्या वाले जोड़ करने के क्या-क्या चरण होते हैं?

(बच्चे चारों चरणों को बताते हैं। शिक्षक छात्रों के कार्य का अवलोकन करें यदि किसी छात्र को सहायता की आवश्यकता है तो शिक्षक सहयोग करें। शिक्षक यह भी देखें कि यदि 50% से अधिक बच्चों को जोड़ने में समस्या आ रही है तो पूरी कक्षा को दोबारा पूरी प्रक्रिया स्पष्ट करें।)

शिक्षण के अंत में (समेकन)–

शिक्षक— बच्चों! आज हमने क्या सीखा?

छात्र— दशमलव संख्याओं का जोड़ करना।

शिक्षक— दशमलव संख्याओं का जोड़ करते समय किन बिन्दुओं का ध्यान रखना चाहिए?

छात्र— संख्या को लम्बवत् रूप में लिखना चाहिए तथा दोनों संख्याओं के अंकों को बराबर करने हेतु जहाँ आवश्यकता हो संख्या के दायें शून्य को जोड़ना चाहिए। जोड़ दायीं तरफ से शुरू करना चाहिए। जोड़ करने के दौरान उत्तर में दशमलव सही स्थान पर लिखना चाहिए।

(उक्त उत्तर प्राप्त न होने की स्थिति में आप उक्त बिन्दुओं पर बच्चों का ध्यान केन्द्रित करें।)

गृहकार्य— कार्यपत्रक-4





दशमलव (Decimal)

दिवस - पंचम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - दशमलव संख्याओं का घटाव

लर्निंग आउटकम- बच्चे दशमलव संख्याओं का घटाव कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री- वृत्त के 10 कटआउट, थर्मामीटर (डिजिटल), वस्तुओं का मूल्य कार्ड, वजन तौलने की मशीन (परिवेश में उपलब्ध अन्य वस्तुएँ जो दशमलव को प्रदर्शित करती हों), कार्यपत्रक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में-

शिक्षक- बच्चों! हमने दशमलव संख्या का जोड़ करना सीखा। आइए देखते हैं कि आपको जोड़ कितना समझ आया?

शिक्षक एक छात्र को 2 वृत्त और दूसरे छात्र को 1 और आधा वृत्त (वृत्त को काटकर आधा कर लें) देकर दोनों मिलाकर पूछें अब कितना हुआ?

छात्र- 3 और आधा

शिक्षक- इसे दशमलव में कैसे लिखेंगे?

छात्र- 3.5

(यदि छात्रों को दशमलव में बदलने में समस्या हो तो शिक्षक सहयोग करें।)

अब शिक्षक कार्यपत्रक-1 देकर छात्रों को हल करने को कहें।

छात्र कार्यपत्रक- 1 का अभ्यास करेंगे।

शिक्षक छात्रों द्वारा किये जा रहें अभ्यास कार्य का अवलोकन करेंगे और जहाँ आवश्यकता होगी सहयोग करेंगे।

कार्यपत्रक 1 पर कार्य करने के उपरान्त शिक्षक चर्चा करेंगे कि इस प्रकार मिलाकर लिखने को हम जोड़ कहते हैं।

अब शिक्षक निम्नलिखित क्रियाकलाप करायेंगे-

शिक्षक- मेज पर वृत्त के 7 कटआउट रखकर पूछेंगे कि ये कितने वृत्त हैं?

छात्र- 7

शिक्षक- किसी बच्चे को इसमें से 4 वृत्त निकालने को कहेंगे और प्रश्न करेंगे कि अब कितने वृत्त हैं?

छात्र- 3



शिक्षक (श्यामपट्ट पर लिखते हुए)— $7 - 4 = 3$

शिक्षक— अगर इसमें से आधा वृत्त और निकाल लिया जाये (वृत्त का काटकर आधा कर लें) तो कितने बचेंगे?

छात्र— 2 और आधा

शिक्षक— इसे दशमलव में कैसे लिखेंगे?

छात्र— 2.5

शिक्षक (श्यामपट्ट पर लिखते हुए)— $3 - 0.5 = 2.5$

शिक्षक— बच्चों! आप जानते ही हैं कम करने की प्रक्रिया ही घटाव कहलाती है। आज हम दशमलव संख्याओं को घटाने का अभ्यास करेंगे।

शिक्षण के दौरान—

शिक्षक दैनिक जीवन में उपयोग होने वाली कुछ वस्तुएँ बच्चों को दिखायेंगे। जैसे— थर्मामीटर (डिजिटल), वस्तुओं का मूल्य कार्ड, वजन तौलने की मशीन (परिवेश में उपलब्ध अन्य वस्तुएँ जो दशमलव को प्रदर्शित करती हों)। शिक्षक एक बच्चे को वजन तौलने की मशीन पर खड़ा करें।

शिक्षक— बच्चों! मशीन पर कितना वजन प्रदर्शित हो रहा है?

छात्र— 56.35 किग्रा (सम्भावित)

(अब दूसरे बच्चे को वजन तौलने की मशीन पर खड़ा करें)

शिक्षक— बच्चों! मशीन पर कितना वजन प्रदर्शित हो रहा है?

छात्र— 32.20 किग्रा (सम्भावित)

शिक्षक— बच्चों! दोनों में से किसका वजन ज्यादा है?

छात्र — पहले छात्र का 56.35 किग्रा (सम्भावित)



कक्षा में बच्चों के वजन के अनुसार छात्र उत्तर देंगे और शिक्षक उसी अनुरूप बातचीत को आगे बढ़ायेंगे। यदि कक्षा में वजन तौलने की मशीन ना हो तो सुझाई गई किसी भी वस्तु से काम कराया जा सकता है।

शिक्षक— बच्चों! आइए देखते हैं कि दोनों के वजन में कितना अंतर है?

(शिक्षक श्यामपट्ट पर $56.35 - 32.20$ का अंतर करके दिखायेंगे।)

शिक्षक— बच्चों! दशमलव संख्याओं को घटाने के लिए हमें चार चरणों का पालन करना होगा। आइए उन चरणों पर नज़र डालते हैं—



कक्षा-6

दिनांक-xx/xx/xx

दशमलव संख्याओं का घटाना

दशमलव घटाने के चार चरण-

चरण 1- दशमलव संख्याओं को लम्बवत् रूप में लिखें। (उदाहरण के लिए- 3.63 और 1.5 को लम्बवत् रूप में लिखकर दिखायें ताकि छात्रों को दिखे कि बड़ी संख्या के नीचे छोटी संख्या और दशमलव के नीचे दशमलव लिखा जाता है।)

$$\begin{array}{r} 3 . 6 3 \\ 1 . 5 \end{array}$$

चरण 2- आवश्यकतानुसार संख्या के दायीं ओर एक शून्य जोड़ें। (छात्रों को बतायें कि शून्य को 1.5 में कैसे जोड़ा जाये ताकि इसे 1.50 को बनाया जा सके, जिससे दोनों संख्याओं में अंकों की संख्या समान हो।)

$$\begin{array}{r} 3 . 6 3 \\ 1 . 5 0 \end{array}$$

चरण 3- न्यूनतम स्थानीय मान से शुरू करते हुए, दायें से बायें घटाना शुरू करें। (छात्रों को दिखायें कि 3.63 से 1.5 को कैसे घटायें)

A	B	C
$\begin{array}{r} 3 . 6 3 \\ 1 . 5 0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 . 6 3 \\ 1 . 5 0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 . 6 3 \\ 1 . 5 0 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} \\ \\ \\ 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} \\ \\ \\ 1 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} \\ \\ \\ 2 3 \end{array}$

चरण 4- दशमलव को नीचे लायें। (छात्रों को बतायें कि 2.13 प्राप्त करने के लिए दशमलव को कैसे नीचे लाया जाये)

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ 2 . 1 3 \end{array}$$



शिक्षक छात्रों को दो-दो की जोड़ियों में बाँट कर वजन तौलने को कहें और एक दूसरे के वजन के अन्तर ज्ञात कर बताने को कहें कि किसका वजन ज्यादा है और कितना? शिक्षक अवलोकन करें और जिन छात्रों को सहायता की आवश्यकता है, उनका मार्गदर्शन करें। यह क्रियाकलाप शिक्षक मूल्य कार्ड (अलग-अलग वस्तुओं के मूल्यों को दिखाकर) भी करवा सकते हैं।

(इस कार्य के उपरान्त शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक-2 देकर घटाव का अभ्यास करने को कहेंगे।)

(छात्र श्यामपट्ट पर लिखे चारों चरणों के अनुसार कार्यपत्रक-2 को हल करेंगे। शिक्षक छात्रों के कार्य का अवलोकन करें यदि किसी छात्र को सहायता की आवश्यकता है तो शिक्षक सहयोग करें। शिक्षक यह भी देखें कि यदि 50% से अधिक छात्रों को घटाव करने में समस्या आ रही है तो दोबारा पूरी कक्षा को घटाव करना समझायें और पुनः अभ्यास करने का कहें।)

शिक्षण के अन्त में (समेकन)–

शिक्षक– बच्चों! आज हमने क्या सीखा?

छात्र– दशमलव संख्याओं का घटाव करना।

शिक्षक– दशमलव संख्याओं का घटाव करते समय किन बिन्दुओं का ध्यान रखना चाहिए?

छात्र– संख्या को लम्बवत् रूप से लिखना चाहिए तथा दोनों संख्याओं के अंकों को बराबर करने हेतु जहाँ आवश्यकता हो संख्या के दायें ओर शून्य को जोड़ना चाहिए। घटाव दायीं तरफ से शुरू करना चाहिए। घटाव के दौरान उत्तर में दशमलव सही स्थान पर लिखना चाहिए।

छात्रों के बताने के उपरान्त शिक्षक पुनः सभी बिन्दुओं को बतायें। अंत में शिक्षक गृहकार्य हेतु कार्यपत्रक 3 और 4 छात्रों को दें।





दशमलव (Decimal)

दिवस - षष्ठम्

समय - 40 मिनट

प्रकरण - दशमलव संख्या का गुणा

लर्निंग आउटकम- बच्चे दशमलव संख्याओं का गुणा करते हैं।

आवश्यक सामग्री- उपलब्ध सब्जी (आलू), फल (केला), चाकू, कार्यपत्रक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में-

शिक्षक- बच्चों! आपने जोड़ करना तो सीख लिया है, न?

छात्र- हाँ (अधिकांश बच्चे)

शिक्षक- आओ देखें कौन-कौन से बच्चे इन सेब/आलू (चित्र या वास्तविक) का योग कर लेते हैं?



शिक्षक पिछली कक्षा का रचनात्मक आकलन साथ-साथ कर रहे हैं।

छात्र-

$$0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5 = 2.5$$

शिक्षक- शाबाश बच्चों! आप लोगों ने अच्छा प्रयास किया है। अच्छा ये बताइए अगर आधे-आधे (0.5) सेब के 25 टुकड़े (अधिक टुकड़े) का योग करें तो कुल कितने सेब होंगे?

(बच्चे जोड़ने का प्रयास करते हैं, किन्तु अधिक समय लगता है।)

शिक्षक- शाबाश बच्चों! आप लोगों ने अच्छा प्रयास किया है, लेकिन क्या कोई ऐसा तरीका है जिससे योग करने में कम समय लगे?

छात्र- हाँ/ नहीं (दोनों उत्तर प्राप्त होंगे)

(श्यामपट्ट पर उदाहरण दे कर बच्चों को समझाया जाये कि समान संख्या (पूर्णांक / दशमलव) का अनेकों बार जोड़ना, गुणा है।)

शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 करवायें तथा कक्षा में भ्रमण कर आवश्यकता होने पर सहयोग करें।)

शिक्षण के दौरान-

शिक्षक- बच्चों! जैसा कि आपने इस कार्यपत्रक की सहायता से समझा कि समान संख्या को कई बार जोड़ा



जाना गुणा है, लेकिन आपने गुणा को उर्ध्वाधर रूप में किया होगा। चलो क्षैतिज रूप को उर्ध्वाधर रूप में बदल कर गुणा करना समझते हैं।

(शिक्षक श्यामपट्ट पर उदाहरण लिख कर, बच्चों को क्षैतिज समीकरण को उर्ध्वाधर रूप में लिखना बतायेंगे।)

$0.43 \times 9 = 3.87$		
0.43	→ गुण्य	(जिस संख्या को गुणा करना है)
$\times 9$	→ गुणक	(जिस संख्या से गुणा करना है)
3.87	→ गुणनफल	(दोनों संख्याओं को गुणा करने से प्राप्त)

शिक्षक— बच्चों! आप ने पूर्व में गुणा सीख रखा है। क्या आप गुणा के चरण बता सकते हैं?

छात्र— हाँ

(यदि बच्चे चरणों को स्पष्ट न कर पायें तो शिक्षक श्यामपट्ट पर लिख कर विभिन्न चरणों को स्पष्ट करेंगे।)

दशमलव संख्याओं का गुणा

चरण 1— दशमलव संख्याओं को लम्बवत् रूप में लिखें (यदि संख्यायें समीकरण रूप में हो तो)। उदाहरण के लिए 0.43 और 9 को लम्बवत् रूप लिखकर दिखायें और बच्चों को विशेष रूप से यह बतायें जिससे गुणा करते हैं (गुणक), उसके नीचे रखा जाता है।

$$0.43 \times 9 = \rightarrow \begin{array}{r} 0.43 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

चरण 2— गुण्य के न्यूनतम स्थानीय मान से शुरू करते हुए, दायें से बायें गुणक से गुणा प्रारम्भ करें। छात्रों को निम्नलिखित रूप में दिखायें कि 0.43 से 9 का गुणा कैसे करें—

<p>A</p> $\begin{array}{r} 0.43 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$ <p style="color: red; font-weight: bold;">7</p>	<p>B</p> $\begin{array}{r} 0.43 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$ <p style="color: red; font-weight: bold;">8 7</p>	<p>C</p> $\begin{array}{r} 0.43 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$ <p style="color: red; font-weight: bold;">3 8 7</p>	<p>D</p> $\begin{array}{r} 0.43 \\ \downarrow \times 9 \\ \hline \end{array}$ <p style="color: red; font-weight: bold;">3.87</p>
---	---	---	---

चरण 3— दशमलव को नीचे लायें। (छात्रों को बतायें कि 3.87 प्राप्त करने के लिए दशमलव को कैसे नीचे लाया जाये)



(यह स्पष्ट किया जाये कि सामान्य गुणा और दशमलव संख्याओं के गुणा में मात्र अंतर यह है कि दशमलव को स्थान कैसे दिया जाये।)

शिक्षक— बच्चों! गुणनफल में दशमलव को किस स्थान पर अंकित किया जाता है?

छात्र— सकारात्मक व नकारात्मक दोनों प्रकार के उत्तर आते हैं।

शिक्षक— गुण्य और गुणज में दशमलव के बाद के अंकों को गिनकर, गुणनफल में दायीं से बायीं ओर उतने ही अंकों बाद दशमलव लगायें।

$0.43 \times 9 = 3.87$			
0 . 4 3	→	दशमलव के बाद दो अंक	2
× 9	→	दशमलव के बाद एक भी अंक नहीं	0
3 . 8 7	→	दायें से दो अंक बायीं ओर	2

(शिक्षक बच्चों को कम से कम अन्य दो उदाहरण श्यामपट्ट पर करें व करवायें। साथ ही कार्यपत्रक-2 में गुणनफल में दशमलव का स्थान निर्धारण करने का कहें। साथ ही शिक्षक अवलोकन करें।)

पुनरावृत्ति—

शिक्षक— बच्चों! दशमलव संख्या वाले गुणा करने के क्या-क्या चरण होते हैं?

शिक्षक छात्रों के कार्य का अवलोकन करें यदि किसी छात्र को सहायता की आवश्यकता है तो शिक्षक सहयोग करें। शिक्षक यह भी देखें कि यदि 50% से अधिक छात्रों को गुणा करने में समस्या आ रही है तो दोबारा पूरी कक्षा को पूरी प्रक्रिया स्पष्ट करें और पुनः अभ्यास करने का कहें।

छात्र— (बच्चे सभी चरण बताते हैं।)

शिक्षण के अन्त में (समेकन)—

शिक्षक— बच्चों! आज हमने क्या सीखा?

छात्र— दशमलव संख्याओं का गुणा करना।

शिक्षक— दशमलव संख्याओं को गुणा करते समय किन बिन्दुओं को ध्यान में रखना चाहिए?

छात्र—

- संख्याओं को लम्बवत् रूप में लिखना चाहिए तथा दोनों संख्याओं में गुण्य को ऊपर और गुणज को नीचे लिखना चाहिए।
- गुणा, गुण्य के दायीं और बायीं ओर करना चाहिए।
- गुणा करने के दौरान गुणनफल में दशमलव सही स्थान पर अंकित चाहिए।

गृहकार्य— शिक्षक गृहकार्य हेतु कार्यपत्रक 3 छात्रों को दें।



दशमलव (Decimal)

दिवस - सप्तम्

समय - 40 मिनट

प्रकरण - दशमलव संख्याओं का भाग

लर्निंग आउटकम— बच्चे दशमलव संख्याओं का भाग कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री— 48 घन (गणित किट), कार्यपत्रक आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में—

शिक्षक मेज पर 48 घन रखकर 6 बच्चों को मेज के पास बुलाकर एक बच्चे से सभी को बराबर घन बाँटने को कहेंगे। बच्चा सभी को 8-8 घन बाँट देगा।

शिक्षक— प्रत्येक को कितने घन मिले?

छात्र— 8 घन

शिक्षक— इस बराबर बाँटने को हम गणित में क्या कहते हैं?

छात्र— भाग (या बँटवारा)

(शिक्षक श्यामपट्ट पर भाग समीकरण लिखेंगे— $48 \div 6 = 8$)

शिक्षक— इस समीकरण में 48 क्या है?

छात्र— भाज्य।

शिक्षक— 6 क्या है?

छात्र— भाजक।

शिक्षक— 8 क्या है?

छात्र— भागफल।

शिक्षक— क्या इस बँटवारे में कुछ शेष बचा?

$$\begin{array}{ccc}
 \text{(भाजक)} \longleftarrow & \textcircled{6} & \textcircled{48} & \textcircled{8} \longrightarrow & \text{(भागफल)} \\
 & & \begin{array}{r} -48 \\ \hline 00 \end{array} & & \\
 & \searrow & & \longrightarrow & \text{(शेषफल)} \\
 & \text{(भाज्य)} & & &
 \end{array}$$



छात्र— नहीं।

(इस बातचीत के उपरान्त शिक्षक भाग समीकरण के सभी हिस्सों को समझायेंगे।)

शिक्षक— बच्चों! अभी हमने भाग के बारे में बातचीत कर उसके अलग-अलग हिस्सों के बारे में समझा। अब हम सीखते हैं कि क्या इसी प्रकार से हम दशमलव संख्या को पूर्ण संख्या से भाग दे सकते हैं?

शिक्षण के दौरान—

शिक्षक— बच्चों! आइए हम दशमलव संख्या का 10, 100 और 1000 से भाग करने का प्रयास करते हैं। अगर हम 800 को 10 से भाग करें तो हमें क्या भागफल प्राप्त होगा?

छात्र— 80

शिक्षक— शाबाश बच्चों! क्या आप जानते हैं कि हम इसे 80.0 के रूप में भी लिख सकते हैं। अब अगर हम 800 का 100 से भाग करें तो हमें क्या भागफल प्राप्त होगा?

छात्र— 8

शिक्षक— इस भागफल को हम दशमलव रूप में कैसे लिख सकते हैं?

छात्र— 8.00

शिक्षक— अब यदि हम 800 का 1000 से भाग करें तो हमें क्या भागफल प्राप्त होगा?

छात्र— (अनुत्तरित)

शिक्षक— 0.800, अच्छा बच्चों! क्या इसे पूरी भाग प्रक्रिया में आपने कोई पैटर्न देखा?

छात्र— हमने देखा कि जब हमने संख्या को 10 से भाग किया तो 'दशमलव' संख्या के दाईं ओर से पहले अंक के बाएँ लगा। जब हमने 100 से भाग किया तो 'दशमलव' दाईं ओर से दूसरे अंक के बाएँ लगा। अंत में जब हमने 1000 से भाग किया तो 'दशमलव' दाईं ओर से तीसरे अंक के बाएँ लगा।

शिक्षक— अगर हम 10000 से भाग करें तो दशमलव दाईं ओर से कौन से स्थान पर लगेगा?

छात्र— दाईं ओर से चौथे स्थान पर।

$$\frac{800}{10} = 80.0 \quad \frac{800}{100} = 8.00 \quad \frac{800}{1000} = 0.800$$

दाहिने से एक अंक बाद दाहिने से दो अंक बाद दाहिने से तीन अंक बाद



यदि बच्चों से संभावित उत्तर ना प्राप्त हो तो शिक्षक स्वयं पूरी प्रक्रिया समझायें और श्यामपट्ट पर लिखते जायें।

शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 देकर 10, 100 और 1000 से दशमलव संख्या को भाग करने का अभ्यास करने को कहें। छात्र कार्यपत्रक-1 पर अभ्यास करेंगे। शिक्षक अवलोकन करेंगे और आवश्यकता अनुरूप सहयोग प्रदान करेंगे। कार्यपत्रक-1 पर कार्य करने के उपरान्त शिक्षक बच्चों से निम्न बातचीत करेंगे-

शिक्षक- बच्चों! मान लीजिए आप और आपका मित्र पेंसिल बॉक्स खरीदने दुकान पर गये। आप दोनों के द्वारा खरीदे गये दो पेंसिल बॉक्स की कीमत ₹ 88.80 है। यदि दोनों पेंसिल बॉक्स की कीमत बराबर है तो आप दोनों ने कितने-कितने रूपये दुकानदार को दिये?

छात्र- भाग करके सही उत्तर तक पहुँचने का प्रयास करेंगे।

यदि छात्रों को भाग करने में समस्या आ रही है तो शिक्षक समझायें कि दशमलव संख्या का भाग पूर्ण संख्याओं के भाग जैसा ही है। बस भाग के उपरान्त भागफल में दशमलव दायीं तरफ से उतने ही स्थान बाद लगाना है जितने स्थान बाद भाज्य में लगा है। ध्यान रहे यह नियम पूर्ण भाज्य संख्या पर ही लगेगा।

शिक्षक श्यामपट्ट पर उपर्युक्त दशमलव संख्या (88.80) का पूर्ण संख्या (2) से भाग करके दिखाये।

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{)88.80} \quad (44.40 \\
 \underline{-8} \\
 08 \\
 \underline{-8} \\
 08 \\
 \underline{-8} \\
 00 \\
 \underline{-00} \\
 00
 \end{array}$$

भाज्य के अनुसार भागफल में दशमलव लगायें।

भाज्य में दशमलव दायीं तरफ से दूसरे स्थान पर है।

यह नियम उसी भाग में लगेगा जहाँ शेषफल शून्य हो।

शिक्षक- बच्चों! अब हम भाग समीकरण के भागफल में दशमलव लगाने का प्रयास करते हैं। (शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-2 देकर भाग समीकरण के भागफल में दशमलव लगाने को कहेंगे।)



शिक्षक 10, 100 और 1000 से दशमलव संख्या को भाग और भाग समीकरण के भागफल में दशमलव लगाने का अभ्यास करने के उपरान्त दशमलव संख्या को पूर्ण संख्या से भाग करने का अभ्यास करायेंगे।

छात्र— शिक्षक के सहयोग और उपर्युक्त विधि का प्रयोग कर भागफल में दशमलव लगाने का प्रयास करेंगे।

शिक्षक— बच्चों! क्या आप 2.25 को 15 से भाग दे सकते हैं?

छात्र— 2.25 ÷ 15 करने का प्रयास करेंगे।

शिक्षक श्यामपट्ट पर 2.25 ÷ 15 करके दिखायेंगे।

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 2.25} \quad (0.15 \\ \underline{-0} \\ 22 \\ \underline{-15} \\ 075 \\ \underline{-75} \\ 00 \end{array}$$

दशमलव का
स्थानांतरण

(शिक्षक इसी प्रकार के कुछ उदाहरण और कराकर भाग पर बेहतर समझ बनाने का प्रयास करें।)

शिक्षक— बच्चों! क्या आप 50 को 2.5 से भाग दे सकते हैं?

छात्र— 50 ÷ 2.5 करने का प्रयास करेंगे।

(यदि छात्रों से अपेक्षित उत्तर ना प्राप्त हो तो शिक्षक स्वयं भाग करके दिखायेंगे।)

शिक्षक— बच्चों! जब भी हम दशमलव संख्या से पूर्ण संख्या को भाग देते हैं तो पहले हम दशमलव संख्या को पूर्ण संख्या बनाते हैं। जैसे— 2.5 को हम $\frac{25}{10}$ लिख सकते हैं। अब जब हम 50 को 2.5 से भाग करेंगे तो हर में आये 10 को हम 50 से गुणा कर देंगे।

शिक्षक श्यामपट्ट पर 50 ÷ 2.5 करके दिखायेंगे।

$$\frac{50}{2.5} = \frac{50 \times 10}{\frac{25}{10}} = \frac{50 \times 10}{25} = \frac{500}{25} = 20$$

शिक्षक— बच्चों दशमलव संख्या से किसी पूर्ण संख्या को भाग करते समय ध्यान रहे भाजक को पूर्ण संख्या बनाना आवश्यक है इसके लिए हम भाजक में दशमलव के बाद जितने अंक हैं उतने शून्य भाज्य में बढ़ा देंगे।



शिक्षक कार्यपत्रक— 3 देकर बच्चों से दशमलव संख्या का भाग करने को कहेंगे। छात्र कार्यपत्रक—3 पर भाग का अभ्यास शिक्षक के मार्गदर्शन में करेंगे। शिक्षक अवलोकन करेंगे और आवश्यकता अनुरूप सहयोग प्रदान करेंगे।

शिक्षक यह भी बतायें कि **यदि भाग करते समय शेषफल शून्य ना आये तो भाग केवल दशमलव के तीसरे स्थान तक ही करेंगे। भाग करने के दौरान जहाँ आवश्यकता हो वहाँ भाज्य में दशमलव संख्या के अंतिम अंक के बाद आवश्यकता अनुसार 0 बढ़ाये जा सकते हैं।**

शिक्षण के अंत में (समेकन)— शिक्षक निम्न बिन्दुओं पर छात्रों से चर्चा करेंगे—

शिक्षक— बच्चों! आज हमने सीखा—

- जब संख्या को 10 से भाग किया तो दशमलव संख्या के दायीं ओर से पहले अंक के बायें लगा। पर जब हमने 100 से भाग किया तो दशमलव दायीं ओर से दूसरे अंक के बायें लगा।
- दशमलव संख्या का भाग पूर्ण संख्याओं के भाग जैसा ही है बस भाग के उपरान्त भागफल में दशमलव दायीं तरफ से उतने ही स्थान बाद लगाना है जितने स्थान बाद भाज्य में लगा है।
- दशमलव संख्या से भाग करते समय भाजक को पूर्ण संख्या बनाना आवश्यक है इसके लिए हम भाजक में दशमलव के बाद जितने अंक हैं उतने शून्य भाज्य में बढ़ा देंगे।
- भाग करते समय शेषफल शून्य ना आये तो भाग केवल दशमलव के तीसरे स्थान तक ही करेंगे। भाग करने के दौरान जहाँ आवश्यकता हो वहाँ भाज्य में दशमलव संख्या कर अंतिम अंक के बाद आवश्यकतानुसार 0 बढ़ाये जा सकते हैं।

गृहकार्य— कार्यपत्रक—4





ज्यामिति (Geometry)

दिवस - प्रथम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - कोण

लर्निंग आउटकम

1. छात्र विभिन्न प्रकार के कोण चाँदे की सहायता से बना लेते हैं।

आवश्यक सामग्री : दैनिक जीवन में मूर्त रूप से उपलब्ध कोणों के उदाहरणों की सूची, रोलर बोर्ड, संकेतक, चार्ट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

शिक्षक कक्षा-कक्ष का वातावरण शिक्षण अधिगम हेतु सहज बनाते हुए छात्रों से रेखा, रेखाखण्ड व कोण की अवधारणा से सम्बन्धित चर्चा करेंगे।

शिक्षक : (ब्लैकबोर्ड पर बिंदु बनाकर) छात्रों से उसका नाम बताने को कहेंगे।

छात्र : यह बिंदु (प्वाइंट) है।

शिक्षक : दो बिंदुओं को मिलाने पर बनने वाली आकृति का नाम पूछेंगे।

छात्र : दो बिंदुओं को सीधा मिलाने पर रेखाखण्ड बनता है।

शिक्षक : दो बिंदुओं को मिलाने पर कितने रेखाखण्ड बन सकते हैं ?

छात्र : केवल एक रेखाखण्ड बनेगा।

शिक्षक : दो रेखाओं के मिलने पर बनी आकृति को क्या कहते हैं ?

छात्र : निरुत्तर / अस्पष्ट उत्तर। कोई बात नहीं बच्चों, आइये इसका उत्तर जानने का प्रयास करते हैं।

छात्रों आज हम कोण के विषय में विस्तारपूर्वक अध्ययन करेंगे।

शिक्षण के दौरान -

शिक्षक बोर्ड पर दो रेखाओं के मिलने से बनी आकृति बनाकर छात्रों को बतायेंगे कि ऐसे एक कोण बनता है। जब दो सीधी रेखाएँ या किरणें एक सामान्य अंत बिंदु पर मिलती हैं, तो संपर्क के सामान्य बिंदु को कोण का शीर्ष कहा जाता है। कोण शब्द लैटिन शब्द 'एंगुलस' से आया है, जिसका अर्थ है 'कोना'।

तत्पश्चात् शिक्षक छात्रों से कहेंगे कि बच्चों अपने आसपास जिधर भी नज़र डालते हैं, हर तरफ आपको कोण दिखाई देते हैं। अभी अपने आसपास नज़र डालें और दिखाई दे सकने वाले दस कोणों की सूची बनाएँ। छात्रों को हमारे चारों ओर कोणों के उदाहरण बताने को कहेंगे।



छात्र : (संभावित उत्तर) कपड़ा—हैंगर, कैंची, आंशिक रूप से खुले दरवाजे, एक मेज का किनारा, एक साड़ी का किनारा आदि बताएँगे।

नोट – शिक्षक छात्रों को बताएँ कि कोण का अर्थ स्थैतिक स्थिति नहीं है बल्कि 'कोण' शब्द घुमाव/मोड़ की मात्रा को वर्णित करता है – अर्थात् एक कोण घुमाव या घूर्णन का माप होता है।

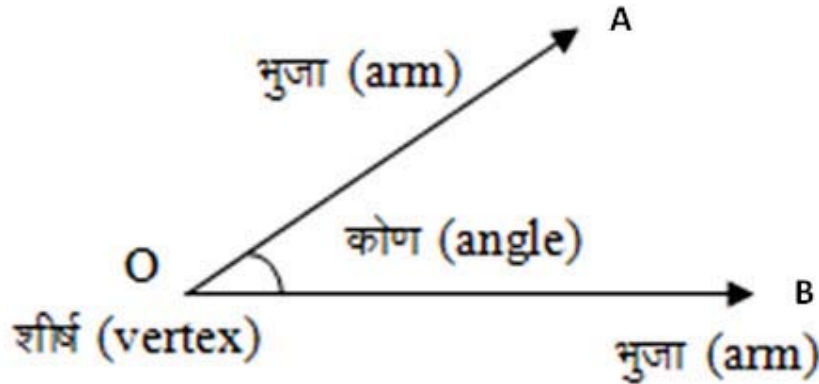
शिक्षक : आइये बच्चों, अब हम सभी कोण से सम्बन्धित विभिन्न शब्दावली सीखते हैं।

शिक्षक बोर्ड पर कोण का प्रतीक को प्रदर्शित करते हुए छात्रों को बतायेंगे –

बच्चों! प्रतीक \angle एक कोण को प्रदर्शित करता है। कोणों को एक प्रोट्रैक्टर चाँदा का उपयोग करके डिग्री ($^{\circ}$) में मापा जाता है।

उदाहरण के लिए, 45° को 45° के रूप में दर्शाया जाता है।

शिक्षक बोर्ड पर दिए गए चित्र को बनाये हुए छात्रों को कोणों के भाग से अवगत करायेंगे।



शिक्षक : बच्चों, बोर्ड पर बने चित्र को देखिये। इसमें –

शीर्ष (Vertex) : एक कोण का एक कोना होता है, एक ऐसा बिंदु जहाँ दो रेखाएँ मिलती हैं। 'O' दी गयी आकृति में शीर्ष हैं।

भुजाएँ (Arms) : कोण की दोनों भुजाएँ, एक उभयनिष्ठ समापन बिंदु पर जुड़ती हैं। 'OA' और 'OB' दी गयी आकृति में भुजाएँ हैं।

प्रारंभिक पक्ष :

संदर्भ रेखा (Reference Line) - इसे संदर्भ रेखा के रूप में भी जाना जाता है, एक सीधी रेखा जहाँ से एक कोण खींचा जाता है। 'OB' संदर्भ रेखा है।



टर्मिनल साइड (Terminal Side) : वह साइड जिससे कोण का मापन किया जाता है। दिए गए आरेख में 'OA' अंतिम भुजा है।

शिक्षक : बच्चों! हम कार्यपत्रक-1 हल करेंगे।

शिक्षक : बच्चों! क्या आप सभी कोण के समस्त भागों से परिचित हो गए ?

छात्र : (अधिकतर छात्र कहेंगे) हाँ, कुछ छात्रों को समस्या हो सकती है, शिक्षक उनकी समस्या का समाधान करेंगे।

शिक्षक : बच्चों! क्या आप जानते हैं, कोण भी कई प्रकार के होते हैं ?

छात्र : (संभावित उत्तर) नहीं।

शिक्षक : तो आइये, अब हम विभिन्न प्रकार के कोणों के विषय में जानते हैं।

नोट – अब शिक्षक एक-एक करके सभी कोणों के विषय में बोर्ड पर कुछ इस प्रकार परिभाषा लिखकर, छात्रों को सभी कोणों की व्याख्या करेंगे। साथ ही प्रत्येक कोण का चित्र बोर्ड पर बनाएंगे या कोण सम्बन्धी चित्र-चार्ट का प्रयोग करेंगे।

न्यून कोण : एक न्यून कोण का माप शीर्ष पर 90° से कम होता है।

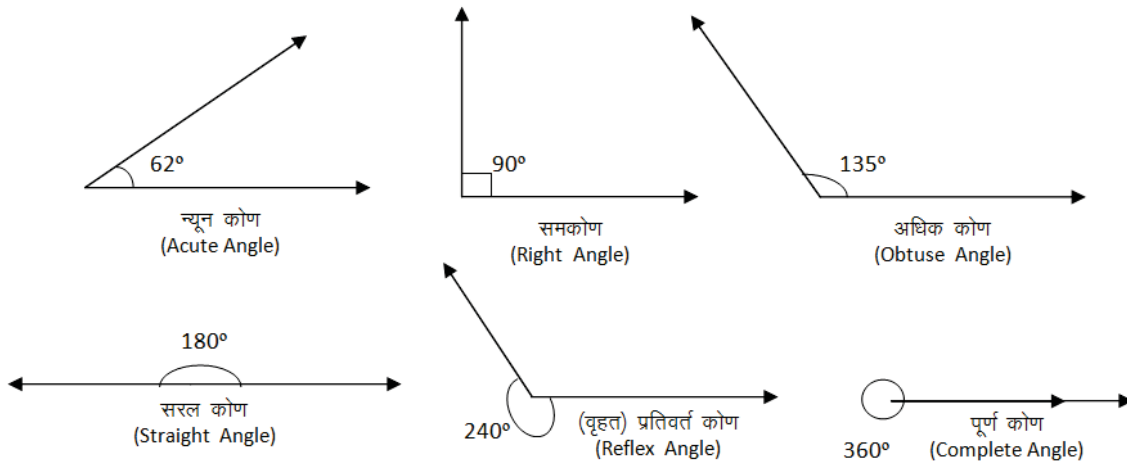
अधिक कोण : एक अधिक कोण 90° और 180° के बीच का होता है।

समकोण : एक समकोण शीर्ष पर 90° का सटीक माप का होता है।

सरल कोण : ठीक 180° का कोण एक सरल कोण होता है।

वृहत कोण : एक वृहत/प्रतिवर्त कोण 180° से 360° के बीच मापता है।

पूर्ण कोण : एक पूर्ण कोण 360° का होता है।



शिक्षक : बच्चों! अब हम कार्यपत्रक-2 हल करते हैं।

नोट— शिक्षक बोर्ड पर एक कोण का चित्र बनाकर छात्रों से पूछेंगे कि बच्चों, क्यों आप बोर्ड पर बने कोण का सटीक माप बता सकते हैं।

छात्र : (संभावित उत्तर) नहीं।

शिक्षक : (चांदा दिखाकर) बच्चों! यह चांदा है। कोण का मापन इस ज्यामितीय उपकरण की सहायता से किया जाता है। इसे **प्रोट्रैक्टर (चांदा)** कहा जाता है।

शिक्षक : चांदे का आकार कैसा है ?

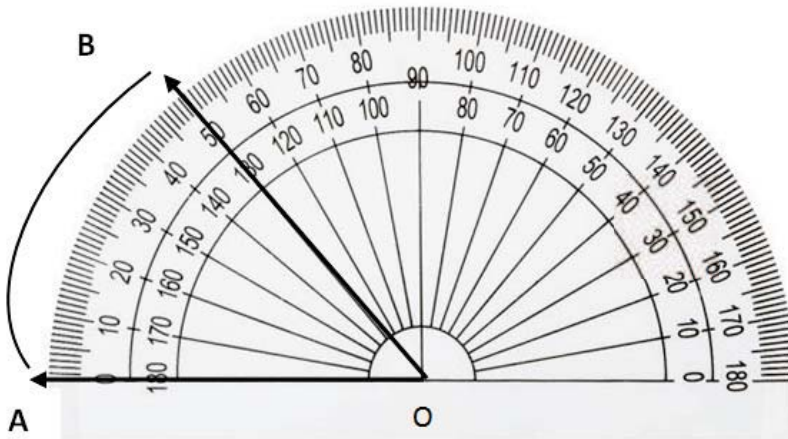
छात्र : चांदा आकार में एक अर्धवृत्त है।

शिक्षक : इस उपकरण को समान भागों में विभाजित किया गया है जो 0 डिग्री से 180 डिग्री के कोणों को प्रदर्शित करते हैं।

प्रोट्रैक्टर का उपयोग करके कोण मापना

शिक्षक एक प्रोट्रैक्टर का उपयोग करके कोण को मापने के लिए छात्रों को कोण के शीर्ष पर चांदा रखना सिखाएंगे। प्रोट्रैक्टर का आधार कोण के आधार के साथ संरेखित होना चाहिए। फिर कोण को 0 से उस बिंदु तक गिनकर मापा जाता है जहाँ पर शीर्ष रेखा संरेखित होती है। इसे नीचे दिए गए चित्र से और अच्छे से समझा जा सकता है।

छवि दर्शाती है कि कोण 50 डिग्री (50°) का है।



नोट — शिक्षक इस बात पर विशेष बल दें कि कोण मापन के दौरान चांदा पैमाने के शून्य डिग्री से गिनती शुरू करना चाहिए। जैसा कि ऊपर दिखाए गए उदाहरण में, यदि कोण को 180° से गिनकर मापा जाता है, तो कोण का माप 130° होता है, जो गलत है।



शिक्षक : बच्चों! हमने इस प्रकार कोण को मापना सीखा, अब बताइये कि क्या आप किसी भी दिए गए कोण को माप सकते हैं ?

छात्र : (संभावित उत्तर) सभी छात्र एक स्वर में हाँ बोलते हैं।

शिक्षक : (बोर्ड पर 50° लिखते हुए) बच्चों क्या 50° का कोण बना सकते हैं ?

छात्र : अधिकतर छात्र हाँ में उत्तर देते हैं परंतु कुछ छात्र कठिनाई महसूस कर रहे हैं।

शिक्षक : तो आइये, आज सीखते हैं चांदे से दिए गए कोण को बनाना।

शिक्षक : (बोर्ड पर 120° लिख कर) बच्चों! अब हम चांदे से 120° का कोण बनाना सीखते हैं। बच्चों! चांदे से कोण बनाने के लिए सबसे पहले हम क्या करते हैं ?

छात्र : (अधिकतर छात्र उत्तर देंगे) एक रेखाखण्ड बनाते हैं।

(शिक्षक बोर्ड पर कुछ इस प्रकार चरण लिखते हुए चित्र बनाएँगे)

चरण 1 : एक रेखाखण्ड BC खींचिए, जो उस कोण की भुजाओं में से एक है, जिसका निर्माण किया जाना है।



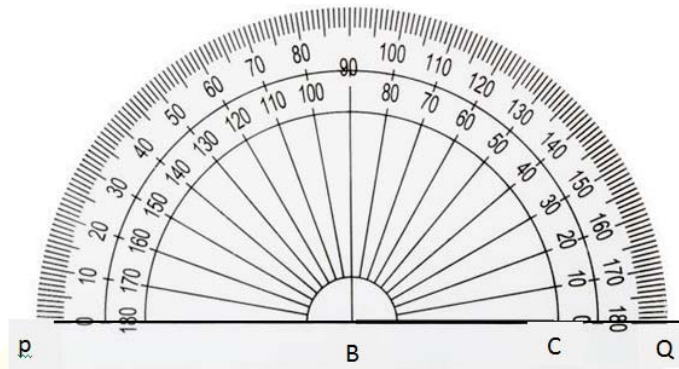
शिक्षक : बच्चों! अब हम क्या करेंगे ?

छात्र : (अधिकतर छात्र उत्तर देंगे) चांदे को बिंदु B पर रख कर 120° का कोण मापेंगे। कुछ छात्र असमंजस की स्थिति में रहेंगे।

शिक्षक : बच्चों! आप ने अच्छी कोशिश की, परन्तु आइये इस प्रक्रिया को और अच्छे से समझते हुए इनके आगे के चरणों को देखते हैं।

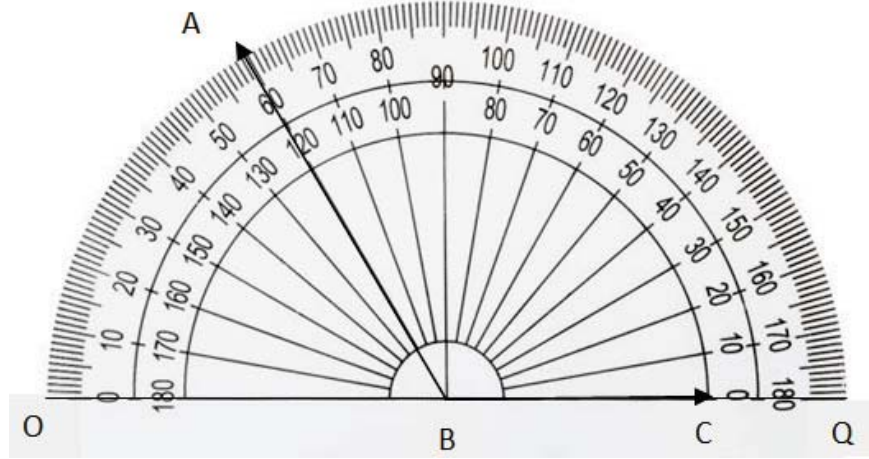
(नोट – शिक्षक छात्रों को बोर्ड पर आगे के चरणों को लिख कर व चित्र बनाकर प्रदर्शित करेंगे)

चरण 2 : चांदा को उसके बिंदु O के साथ रेखाखण्ड BC के बिंदु B पर रखें।

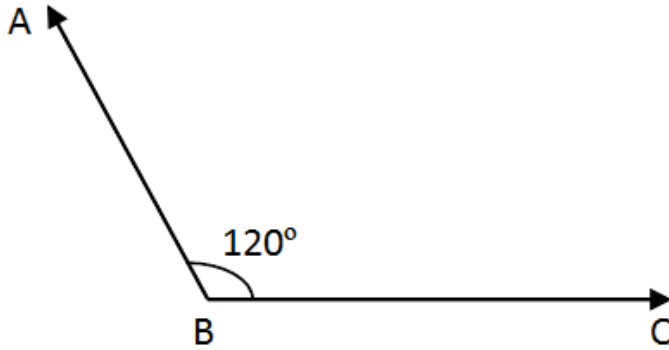


चरण 3 : OQ को किनारे BC के साथ संरेखित करें।

चरण 4 : चांदा में दोतरफा निशान होते हैं। हम उस पैमाने पर विचार करते हैं जिसमें निर्माण के लिए बिंदु C के पास 0 डिग्री है। पैमाने पर 120 डिग्री के निशान के आगे बिंदु A को चिह्नित करें।



चरण 5 : बिंदुओं A और B को मिलाइए। $\angle ABC = 120^\circ$ डिग्री अभीष्ट कोण है।



शिक्षक : इस प्रकार आज हमने चांदे से कोण बनाना सीखा।

समेकन –

शिक्षक : बच्चों! आज की कक्षा में आपने क्या सीखा ?

छात्र : (संभावित उत्तर) कोण के बारे में, कोण के प्रकार, कोण मापना व कोण बनाना।

शिक्षक : बहुत बढ़िया। बच्चों चलिये अब आप सभी अपनी कॉपी में 65° , 98° के कोण बनाकर दिखाइये।

गृह कार्य – छात्रों से कहें गृहकार्य में सम्पूर्ण पाठ की पुनरावृत्ति व कार्यपत्रक-3 हल करके लायें।





ज्यामिति (Geometry)

दिवस - द्वितीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - परकार की सहायता से कोण की रचना

लर्निंग आउटकम

1. छात्र परकार की सहायता से कोण की रचना करते हैं।

पूर्व ज्ञान - छात्र कोण के मापन व चांदे से कोण बनाने की अवधारणा से अवगत हैं।

आवश्यक सामग्री : श्यामपट्ट अथवा बोर्ड, ज्यामेट्री बॉक्स अथवा परकार (Compass) पटरी, रबड़ आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में -

नोट - शिक्षक छात्रों से पिछले दिवस की शिक्षण गतिविधियों पर कुछ इस प्रकार चर्चा करेंगे, जिसमें यह सुनिश्चित करेंगे कि कक्षा-कक्ष में उपस्थित अधिक से अधिक छात्र सम्मिलित हों।

शिक्षक : अच्छा बच्चों! कोण के विषय में कौन बतायेगा हाथ उठाये ?

(शिक्षक नाम लेकर बारी-बारी के छात्रों से उत्तर लेंगे)

छात्र : सभी छात्र अपनी-अपनी भाषा में कोण के विषय में बतायेंगे।

शिक्षक : बच्चों! कोण मुख्यतः कितने प्रकार के होते हैं ?

छात्र : विभिन्न प्रकार के कोणों के नाम बताते हैं, जैसे न्यून कोण, अधिक कोण, समकोण, सरल कोण, प्रतिवर्त (वृहत) कोण आदि।

शिक्षक : बच्चों! पिछली कक्षा में हमने किस उपकरण की सहायता से कोणों का निर्माण किया था ?

छात्र : (अधिकतर छात्र उत्तर देंगे) चांदा।

शिक्षक : इसके पश्चात् शिक्षक छात्रों से चांदा के विषय में पूछेंगे। कुछ छात्र पिछली कक्षा के विषयवस्तु का स्मरण करके उत्तर देंगे कि चांदा कोण मापने का उपकरण है, कुछ निरुत्तर रहेंगे।

अब शिक्षक छात्रों से कहेंगे कि बच्चों क्या आप चांदे के अलावा भी किसी अन्य प्रकार के उपकरण का प्रयोग करके कोण बनाना जानते हो, तो छात्र निरुत्तर रहेंगे।

शिक्षण के दौरान-

शिक्षक कहेंगे कि बच्चों आइये आज हम, कोण बनाने की एक अन्य विधि के बारे में जानते हैं। छात्रों के ज्यामेट्री बॉक्स से शिक्षक कम्पास (परकार) दिखाते हुए शिक्षक बतायेंगे कि कोण बनाने की इस विधि में हम एक नए उपकरण कम्पास (परकार) का उपयोग करते हैं।

शिक्षक कम्पास (परकार) का उपयोग करके कोणों का निर्माण करने हेतु आवश्यक सामग्री के विषय में



जानकारी देंगे कि बच्चों कोण के निर्माण हेतु जैसा कि आपको पूर्व में अवगत कराया गया था कि कम्पास (परकार), रूलर (पटरी), पेन्सिल, रबड़ आदि की आवश्यकता होती है।

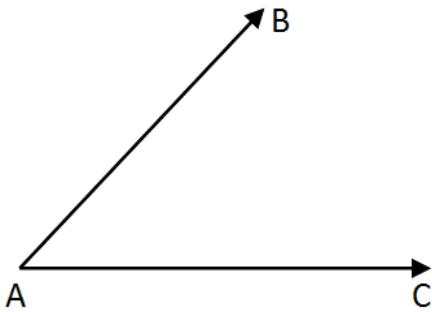
नोट – शिक्षक छात्रों को ज्योमेट्री बॉक्स लाने हेतु पूर्व दिवस ही निर्देशित कर देंगे, जो छात्र ज्योमेट्री लाने में सक्षम ना हो, उन्हें केवल चांदा और पटरी या शिक्षक एक कम्पास (परकार) या ज्योमेट्री बॉक्स अपनी सुविधानुसार कक्षा-कक्ष में सार्वजनिक रूप से छात्रों के उपयोग हेतु रख सकते हैं।

शिक्षक : आइए बच्चों! अब एक कम्पास (परकार) का प्रयोग करके अज्ञात माप के कोण बनाने के चरणों को देखते हैं।

नोट – शिक्षक कम्पास (परकार) के प्रयोग का प्रदर्शन बोर्ड पर सभी बच्चों के समक्ष करेंगे।

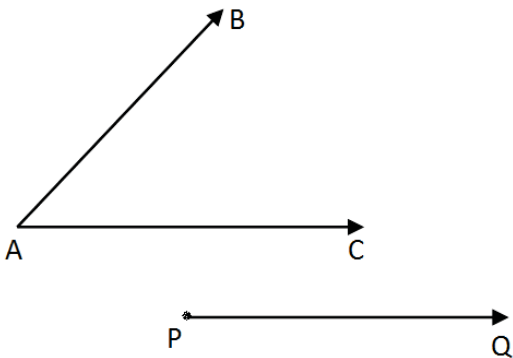
शिक्षक बोर्ड पर शीर्षक डालेंगे – कम्पास का उपयोग करके कोणों का निर्माण

शिक्षक छात्रों को अवगत कराएंगे कि अज्ञात माप के कोण बनाना मूल रूप से किसी दिए गए कोण की नकल करना है जिसका माप ज्ञात नहीं है। हम इस कार्य को परकार की सहायता से पूरा करते हैं। मान लीजिए कि आपको $\angle BAC$ दिया गया है जिसकी आपको नकल करनी है।



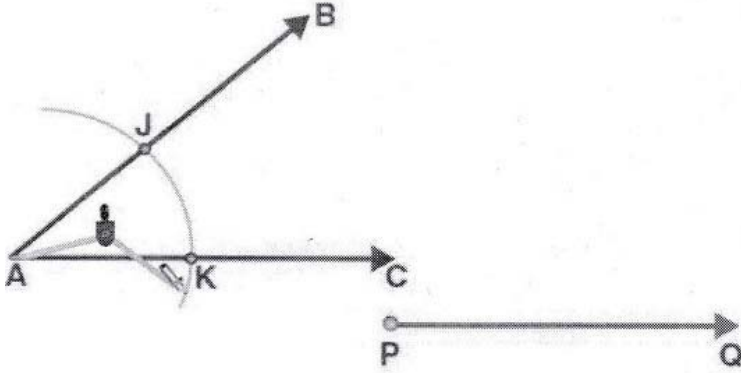
प्रत्येक चरण को प्रदर्शित कर चित्र बनाएंगे व कुछ इस प्रकार चरण लिखेंगे –

चरण 1 : एक रेखा PQ खींचिए। बिन्दु P कॉपी किए गए कोण का शीर्ष है।

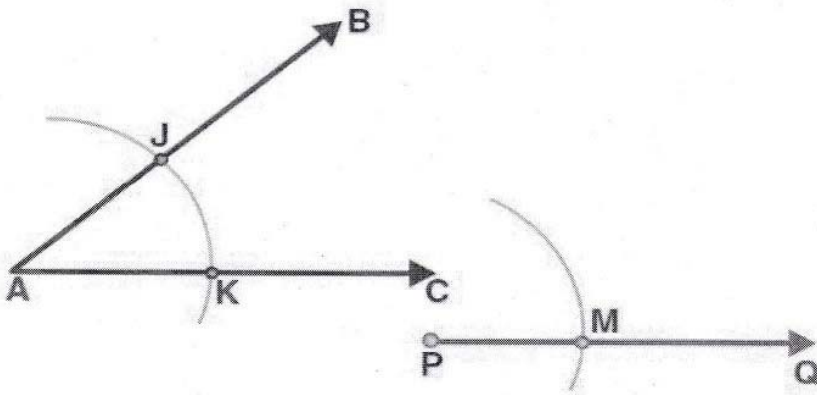




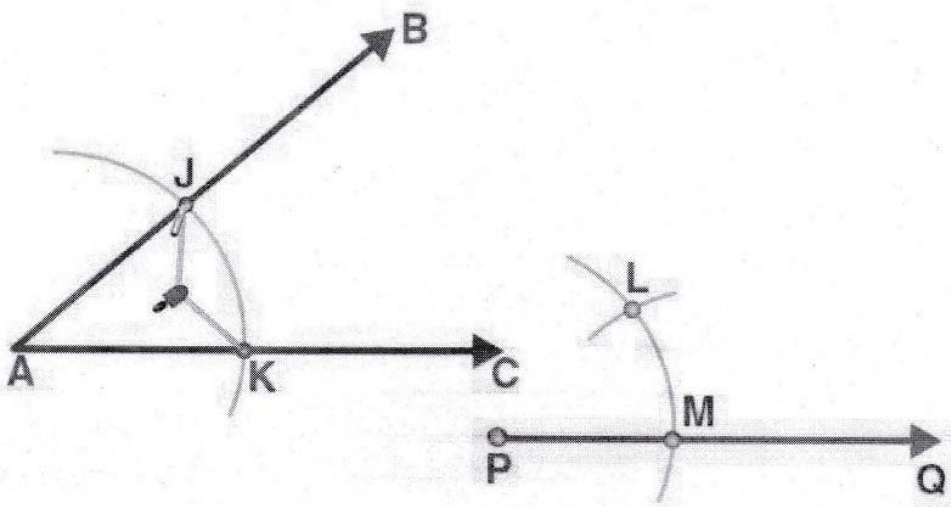
चरण 2 : कम्पास पॉइंटर को बिन्दु A पर रखें और एक चाप बनाएं जो भुजाओं AC और AB को क्रमशः K और J पर काटता है।



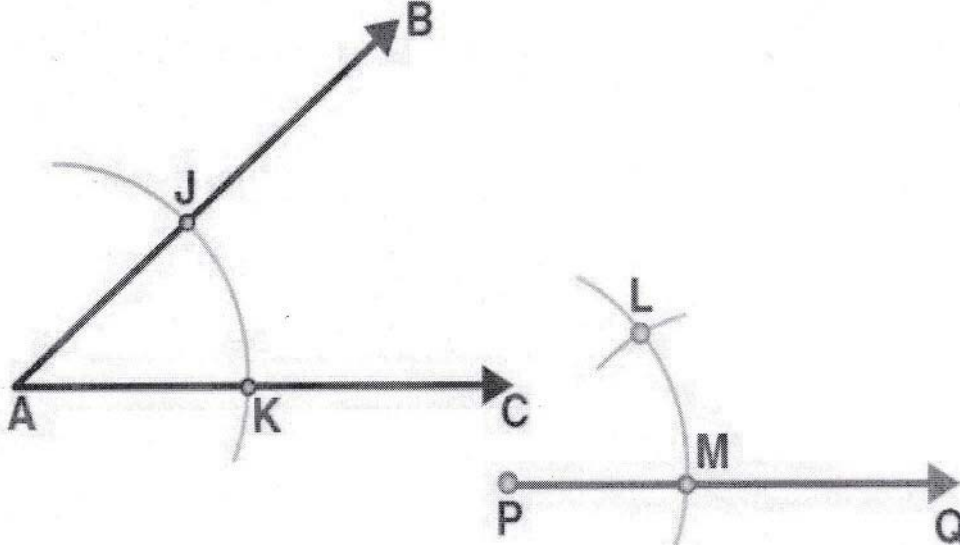
चरण 3 : कम्पास की त्रिज्या को बदले बिना, बिन्दु M पर PQ पर एक चाप काटें।



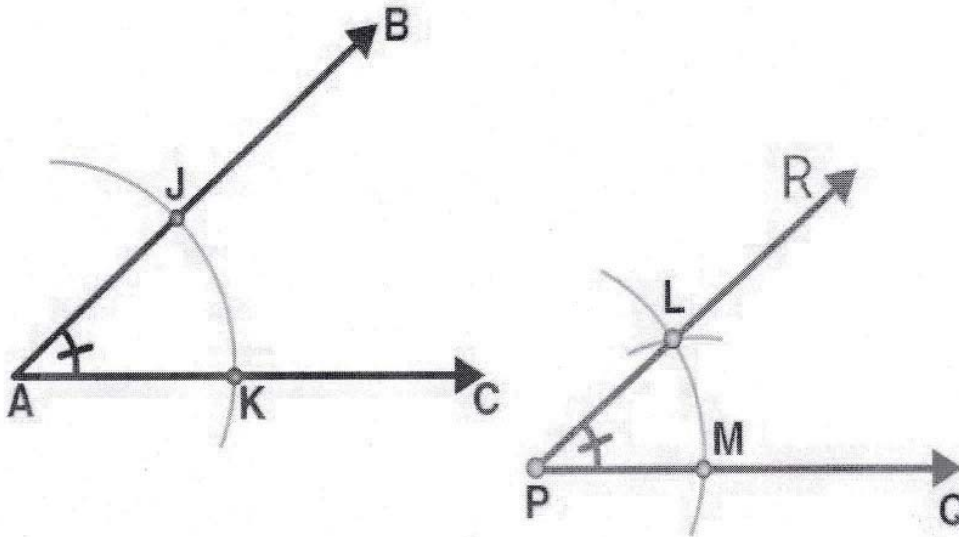
चरण 4 : कम्पास को इस प्रकार समायोजित करें कि पॉइंटर को K पर और पेंसिल हेड को J पर रखा जाए।



चरण 5 : उसी त्रिज्या के साथ, पहले चाप पर कम्पास सूचक के साथ एक पर एक चाप खींचें। प्रतिच्छेदन बिन्दु को L के रूप में चिन्हित करें।



चरण 6 : रूलर की सहायता से बिन्दुओं P और L को मिलाइए। लाइन को R तक बढ़ाएँ।



चरण 7 : RPQ अभीष्ट कोण है।

अब शिक्षक छात्रों को समय देकर अपनी उचित मार्गदर्शन में दिए गए कोण को अपने कॉपी में बनाकर अभ्यास करवाएंगे।

इस प्रकार शिक्षक छात्रों को कम्पास का प्रयोग सिखाएंगे।

तत्पश्चात् शिक्षक 90° के कोण की रचना हेतु छात्रों का मार्गदर्शन करेंगे।



शिक्षक : देखा बच्चों! इस प्रकार हम परकार की सहायता से कोण की रचना करते हैं।

आइए बच्चों! अब हम कम्पास के प्रयोग से 90° के कोण का निर्माण सीखते हैं।

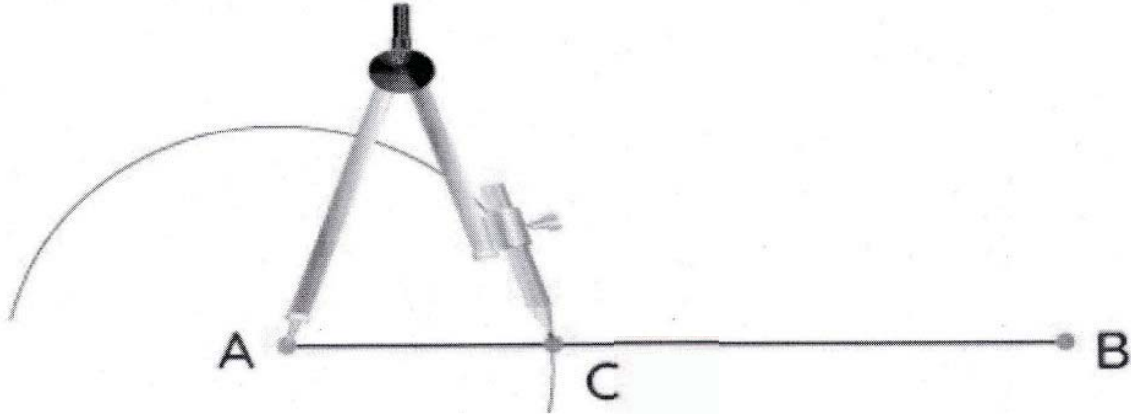
शिक्षक बोर्ड पर यह शीर्षक लिखेंगे—कम्पास का उपयोग करके 90 डिग्री के कोण का निर्माण :

शिक्षक कम्पास (परकार) के प्रयोग का प्रदर्शन बोर्ड पर सभी बच्चों के समक्ष करके 90 डिग्री का कोण बनाने के चरण इस प्रकार लिखेंगे —

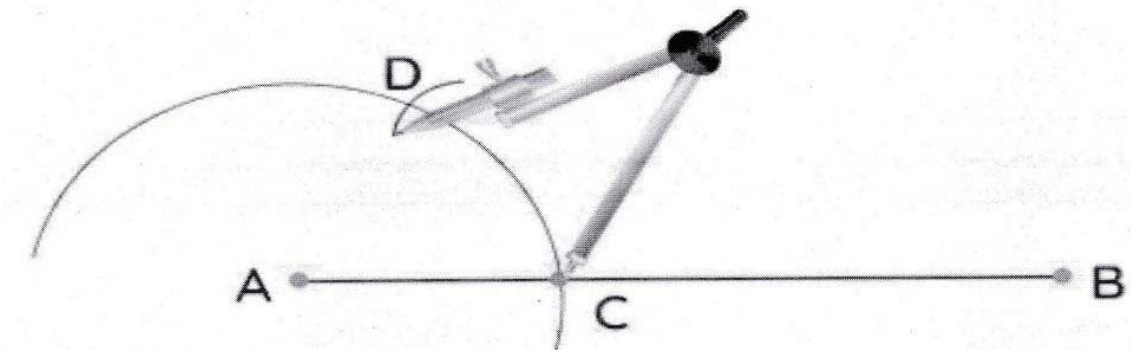
चरण 1 : किसी भी लंबाई का एक रेखाखण्ड खींचिए और उसके अंतिम बिन्दुओं को A और B के रूप में लेबल कीजिए।



चरण 2 : कम्पास का उपयोग करके और त्रिज्या के रूप में किसी भी चौड़ाई के साथ और A को केन्द्र के रूप में एक चाप बनाएँ जो रेखाखण्ड AB को एक बिन्दु पर काटता है और इसे C के रूप में लेबल करता है।

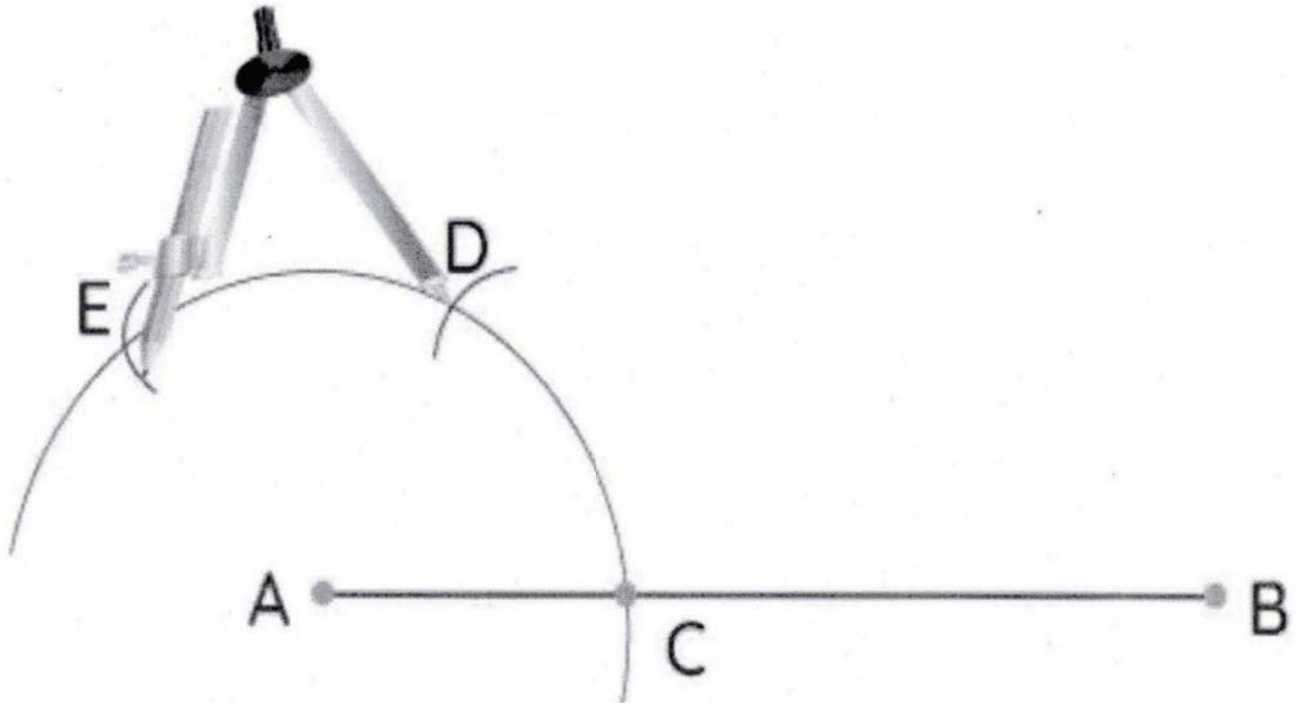


चरण 3 : उसी त्रिज्या के साथ और बिन्दु C को केन्द्र के साथ, एक चाप बनाएँ जो पिछले चाप को काटता है और इसे D नाम देता है।

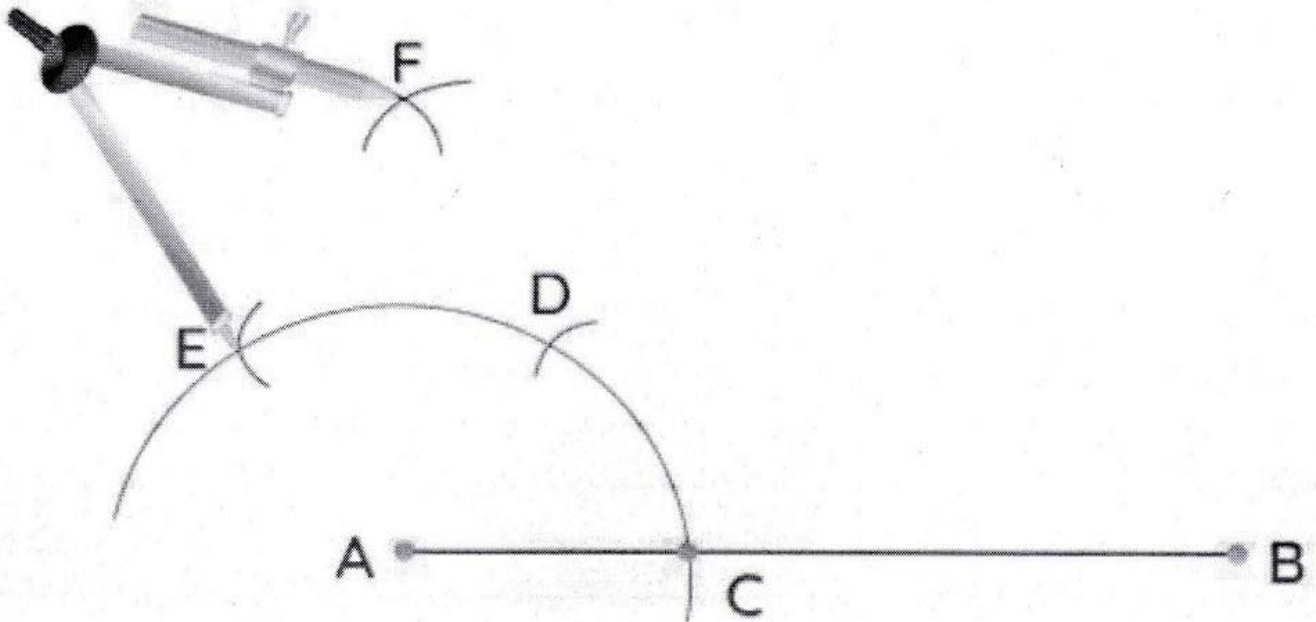




चरण 4 : D को केन्द्र मानकर और उसी त्रिज्या से एक और चाप खींचिए और उसे E नाम दीजिए।

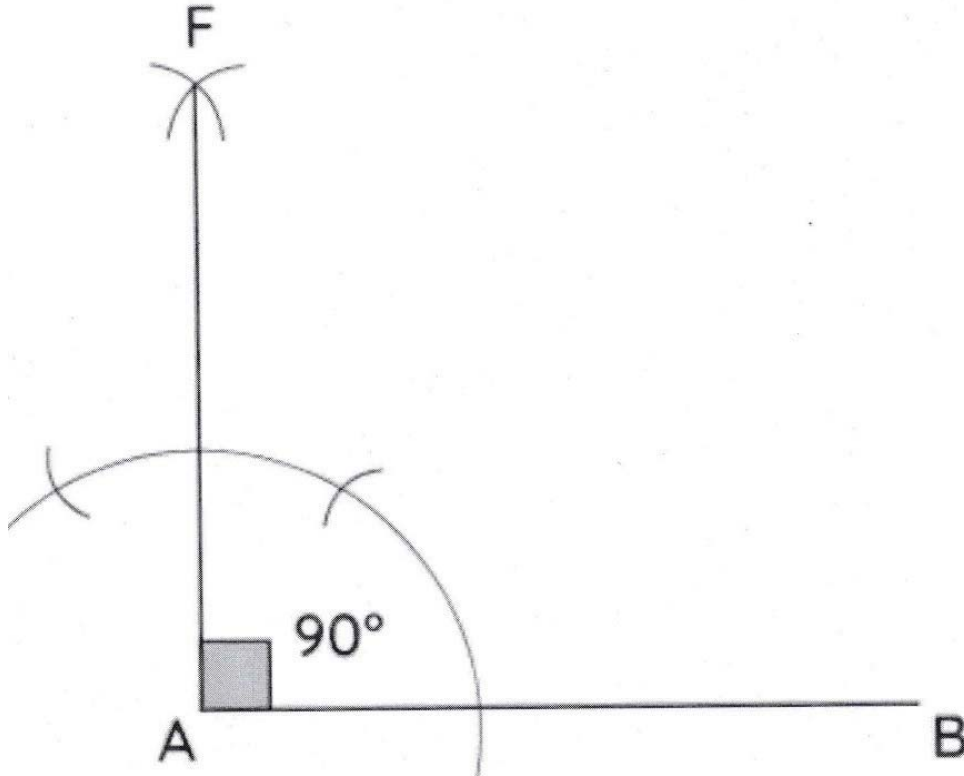


चरण 5 : एक ही त्रिज्या के साथ और D और E केन्द्रों के साथ, दो चाप बनाएं जो एक दूसरे को एक बिन्दु पर काटते हैं और इसे F के रूप में लेबल करते हैं।





चरण 6 : अब बिन्दुओं F और A को मिलाइए। अब हम देख सकते हैं कि $\angle FAB = 90^\circ$ है।



समेकन –

शिक्षक : बच्चों! आज की कक्षा में आपने क्या सीखा ?

छात्र : (सभी छात्र उत्तर देंगे) हमने कोण बनाना सीखा।

शिक्षक : किस उपकरण की सहायता से कोण बनाना सीखा ?

छात्र : (सम्भावित उत्तर) परकार से।

नोट— शिक्षक अज्ञात माप के कोण व 90° के कोण की रचना के सभी चरणों को पुनः दोहराएंगे।

शिक्षक : तो आइये बच्चों! हम कार्यपत्रक 1 व 2 हल करेंगे।

गृहकार्य –

शिक्षक छात्रों को कॉपी में अज्ञात माप के कोण व 90° के कोण की रचना करने व कार्यपत्रक-3 को हल करके लाने का गृहकार्य देंगे।



ज्यामिति (Geometry)

दिवस - तृतीय

समय - 40 मिनट

प्रकरण - वृत्त

लर्निंग आउटकम—

1. बच्चे वृत्त की अवधारणा एवं वृत्त के विभिन्न अंगों को बताते हैं।

आवश्यक सामग्री— चॉक, डस्टर, श्यामपट्ट, पटरी, परकार, रबर, पेंसिल, कागज, धागा आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में —

शिक्षक— बच्चों! आपने विभिन्न प्रकार की ज्यामितीय आकृतियों के विषय में पढ़ा है। आज हम ऐसी आकृति के विषय में अध्ययन करेंगे जो अनेक विशिष्टताओं से युक्त है और हमारे जीवन के लिए बहुत उपयोगी है।

बच्चों! जब आप अपने मामा या किसी रिश्तेदार के घर जाते हैं तो कुछ साधनों का प्रयोग करते हैं जैसे—साइकिल, मोटर साइकिल, बस, कार, रेलगाड़ी। ये बताइए कि यह सब वस्तुएँ किसकी सहायता से एक स्थान से दूसरे स्थान पर कैसे पहुँच जाती हैं?

छात्र— सर! साइकिल, मोटर साइकिल, बस, कार, रेलगाड़ी में पहिये लगे होते हैं।

शिक्षक— बच्चों! आपने सिक्का, अगूँठी, चूड़ी भी देखी होगी?

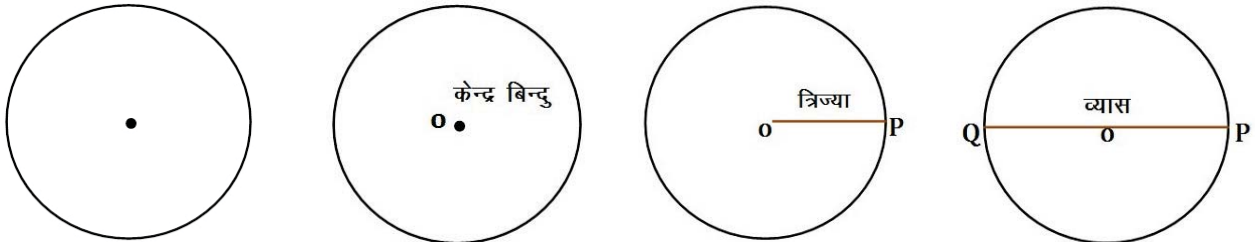
छात्र— हाँ।

शिक्षण के दौरान —

शिक्षक— बच्चों, इनका आकार कैसा होता है ?

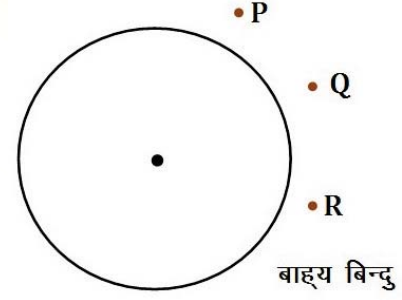
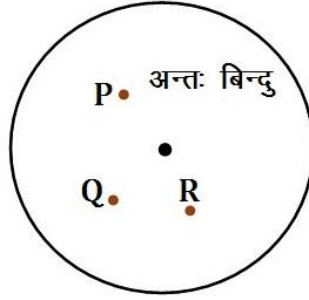
छात्र— (विचारणीय)

शिक्षक— बच्चों! आज हम वृत्त के विषय में विषय में पढ़ेंगे। वृत्त क्या होता है, इसकी आकृति कैसी होती है?



शिक्षक— (एक धागा और पेंसिल को हाथ में लेकर छात्रों से पूछते हैं) बच्चों! मेरे हाथ में क्या है?

छात्र— पेंसिल और धागा।



शिक्षक— बच्चों! आइए एक गतिविधि के द्वारा वृत्त को समझे—

वृत्त— धागे के एक सिरे पर पेंसिल बाँध लेते हैं और दूसरे सिरे को कागज के एक बिन्दु पर स्थिर रखकर पेंसिल को इस प्रकार घुमायें कि धागा तना रहें। हम देखते हैं कि इस दशा में भी एक वृत्त बनता है।

केन्द्र बिन्दु— जब धागा में पेंसिल बाँधकर घुमाते हैं जिससे एक वृत्त बनता है जहाँ धागा स्थिर होता है उसे वृत्त का केन्द्र बिन्दु कहते हैं।

त्रिज्या— जब हम पेंसिल को धागे से बाँधकर घुमाते हैं तो एक बिन्दु स्थिर होता है तथा दूसरा किनारा घूमकर एक वृत्त का निर्माण करता है। वृत्त की परिधि पर हम कोई बिन्दु P लेते हैं, जब बिन्दु O को P से जोड़ते हैं तब एक रेखाखण्ड बन जाता है इसी को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं।

जीवा— जब पेंसिल को धागे से बाँध कर एक वृत्त का निर्माण होता है तो वृत्त की परिधि पर कोई दो बिन्दु B और C लेकर एक रेखा खींचते हैं तो वह रेखा वृत्त की जीवा कहलाती है।

अन्तः बिन्दु— जब हम वृत्त बना लेते हैं तो वृत्त के अन्दर जो बिन्दु होते हैं उन्हें अन्तः बिन्दु कहते हैं।

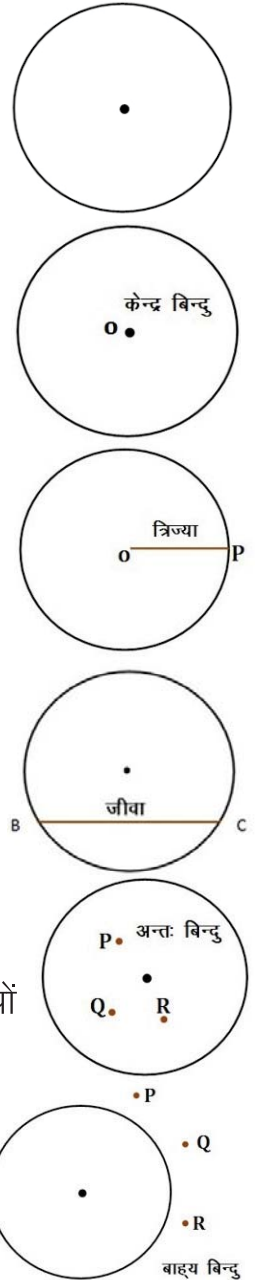
बाह्य बिन्दु— जो बिन्दु वृत्त के बाहर होते हैं उन्हें बाह्य बिन्दु कहते हैं।

(नोट— बच्चों के छोटे-छोटे समूह में बैठाकर वृत्त बनाने के लिए कहेंगे।)

अवलोकन— बच्चों को अभ्यास कार्यपत्रक-1 देकर प्रत्येक बच्चे के पास जाकर सभी बच्चों का अवलोकन करेंगे और पटरी व परकार की सहायता से वृत्त बनाने के लिए कहेंगे।

समेकन— शिक्षक बच्चों को पढ़ाये गये विषय की पुनरावृत्ति करते हैं तथा बच्चों को मौखिक रूप से प्रश्न पूछ कर भी बता सकते हैं।

गृहकार्य— बच्चों को कार्यपत्रक-2 देकर हल करने के लिए देंगे।



ज्यामिति (Geometry)

दिवस - चतुर्थ

समय - 40 मिनट

प्रकरण - वृत्त के केन्द्र से जीवा पर लम्ब

प्रकरण- वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब उसे समद्विभाजित करता है।

लार्निंग आउटकम-

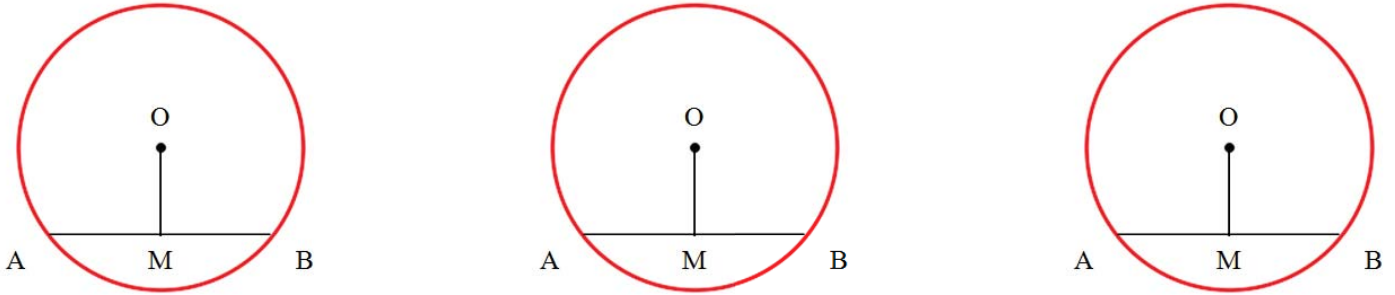
1. बच्चे वृत्त के केन्द्र से जीवा पर लम्ब डालकर, जीवा को समद्विभाजित कर लेते हैं।

सहायक सामग्री- चॉक, डस्टर, श्यामपट्ट, पटरी, परकार, रबर, पेंसिल, चार्ट पेपर, धागा आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में -

शिक्षक- बच्चों हम पिछली कक्षा में वृत्त की अवधारणा के साथ-साथ वृत्त सम्बन्धित पारिभाषिक शब्दों त्रिज्या, व्यास, चाप, जीवा, त्रिज्यखण्ड, वृत्तखण्ड एवं वृत्त की जीवा या चाप द्वारा वृत्त के बिन्दुओं और उसके केन्द्र पर बनने वाले भिन्न-भिन्न कोणों के परस्पर सम्बन्धों की जानकारी प्राप्त कर ली है। अब हम वृत्त की जीवा और केन्द्र से उसकी दूरी में विशिष्ट एवं रोचक सम्बन्धों की जानकारी प्राप्त करेंगे। (यदि आवश्यक हो तो अध्यापक पिछले प्रकरणों की संक्षेप में पुनरावृत्ति भी अवश्य कर लें।)

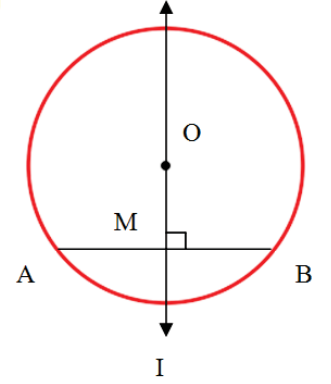
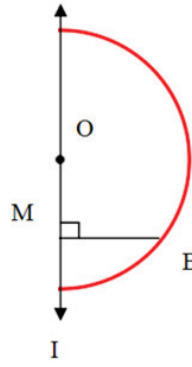
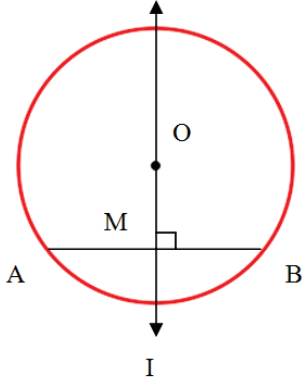
शिक्षण प्रक्रिया के दौरान - (अध्यापक श्यामपट्ट कार्य)



बच्चों श्यामपट्ट पर तीन विभिन्न त्रिज्याओं के वृत्त खींचे गये। जिनमें प्रत्येक का केन्द्र O है। पहले वृत्त में एक जीवा AB खींची अब सेट स्क्वायर की सहायता से जीवा AB पर बिन्दु O से लम्ब OM खींचा जो जीवा AB से बिन्दु M पर मिलते हैं। यही हमारा वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब उसे समद्विभाजित करता है।

गतिविधि-

एक ट्रेसिंग कागज पर एक वृत्त बनाइए जैसा कि ऊपर चित्र में दिखाया गया, जिसका केन्द्र O है तथा वृत्त को काट कर अलग करें और वृत्त की एक जीवा AB खींची सेटस्क्वायर की सहायता से AB पर लम्ब एक रेखा L



खींची जो वृत्त के केन्द्र O से होकर जाती है। वृत्त को रेखा L के अनुदिश इस प्रकार मोड़िए कि बिन्दु A बिन्दु B पर आकर मिले तथा मोड़ का निशान रेखा L के अनुदिश हो।

अब कागज को खोलकर देखिए कि मोड़ का निशान AB के जिस बिन्दु पर मिलता है। उसे M कहते हैं। इस प्रकार हम पाते हैं कि AB, BM को पूरी तरह ढक लेता है तथा OM, AB के लम्बत होगी।

‘किसी वृत्त में उसके केन्द्र से उसकी किसी जीवा पर खींचा गया लम्ब, जीवा को समद्विभाजित करता है’

नोट – बच्चों को छोटे-छोटे समूह में बैठकर जीवा का लम्बार्धक करायेंगे।

अवलोकन– बच्चों को अभ्यास पत्रक-1 देकर तथा प्रत्येक बच्चे के पास जाकर सभी बच्चों का अवलोकन करेंगे।

समेकन– बच्चों को अध्यापक द्वारा पढ़ाये गये विषय की पुनरावृत्ति करते हैं और मौखिक रूप से भी चर्चा करेंगे।

गृहकार्य– बच्चों को अभ्यास कार्यपत्रक-2 देकर उसे घर से करके लाने के लिये कहेंगे।



ज्यामिति (Geometry)

दिवस - पंचम

समय - 40 मिनट

प्रकरण - घन, घनाभ, पिरामिड तथा प्रिज्म के अंग

लर्निंग आउटकम— बच्चे परिवेश से त्रिआयामी (3D) वस्तुओं जैसे घन, घनाभ, प्रिज्म, पिरामिड के फलक, कोर एवं शीर्ष ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री— पुस्तक, ईट, गेंद, पासा, माचिस की डिब्बी, चार्ट पेपर, गणित किट से घन, घनाभ, शंकु, बेलन आदि

शिक्षण के प्रारम्भ में—

शिक्षक— (शिक्षक माचिस की डिब्बी बच्चों को दिखाते हुए प्रश्न करेंगे) यह कैसी आकृति है?

छात्र— आयताकार, चौकोर, घनाभ (संभावित उत्तर)

(बच्चों से आयताकार, चौकोर उत्तर प्राप्त होने पर शिक्षक माचिस की डिब्बी को ब्लैक बोर्ड पर रखकर उसके चारों ओर चॉक घुमाकर बनी आयताकार आकृति (2D) को स्पष्ट करेंगे।)



शिक्षक— (इसी प्रकार शिक्षक पासा बच्चों को दिखाते हुए प्रश्न करेंगे) यह कैसी आकृति है?

छात्र— वर्गाकार, घन (संभावित उत्तर)

(बच्चों से वर्गाकार उत्तर प्राप्त होने पर शिक्षक पासे को ब्लैक बोर्ड पर रखकर उसके चारों ओर चॉक घुमाकर बनी वर्गाकार आकृति को स्पष्ट करेंगे।)



शिक्षक— (पासे को दिखाते हुए) बच्चों! यह ठोस तीन आयाम वाली आकृति जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई आपस में समान होती है, उस ठोस आकृति को घन कहते हैं।

शिक्षक— (माचिस की डिब्बी को दिखाते हुए) बच्चों! इस माचिस की डिब्बी में जो कि घनाभ आकृति की है। इसमें कितने फलक, कोर, और शीर्ष हैं?

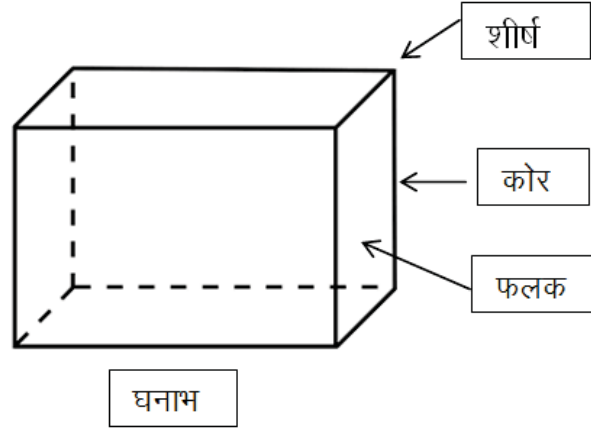
छात्र— (विचारात्मक)

शिक्षक— बच्चों आज हम घन, घनाभ, पिरामिड, प्रिज्म आदि आकृतियों के फलक, कोर और शीर्ष के बारे में जानकारी प्राप्त करेंगे।



शिक्षण के दौरान— शिक्षक छात्रों को छोटे समूहों में विभाजित कर प्रत्येक समूह में माचिस की डिब्बी, गेंद, पुस्तक, आदि सामग्री को वितरित करें।

शिक्षक— बच्चों! माचिस की डिब्बी को देखिए और इसके पृष्ठों (सतहों) पर हाथ फिराएं तथा जिस पृष्ठ पर हाथ फिराएं, उस पर क्रम से 1 से अंक भी अंकित करते जाइए।



शिक्षक— बच्चों! आपको कितने पृष्ठ प्राप्त हुए?

छात्र— 6 (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक— यही 6 पृष्ठ (सतह) माचिस के डिब्बे (घनाभ) के फलक हैं। जिन्हें Face भी कहते हैं तथा (F) से प्रदर्शित करते हैं।

शिक्षक— बच्चों! अब इस माचिस की डिब्बे के किनारों पर अँगुली फिराएं तथा प्रत्येक किनारे पर कागज की पतली स्लिप पर 1 से प्रारंभ कर अंक लिखकर पेस्ट करें।

शिक्षक— बच्चों! कुल कितने किनारे गिने?

छात्र— 12 (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक— बच्चों! यही किनारे इस माचिस के डिब्बे (घनाभ) के कोरों की संख्या है, जो दो फलकों के मिलान वाला रेखाखण्ड है, जिसे Edge कहते हैं तथा इसे (E) प्रदर्शित करते हैं।

शिक्षक— बच्चों! माचिस के डिब्बे के नुकीले सिरे (कोने) को अँगुली से छुए तथा गिने।

छात्र— 8 (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक— बच्चों! यही माचिस के डिब्बे की शीर्षों की संख्या है, जो तीन फलकों के मिलान वाला बिन्दु है, जिसे Vertex भी कहते हैं तथा इसे (V) से प्रदर्शित करते हैं। इसी प्रकार पासे, पिरामिड और प्रिज्म के साथ उपरोक्त गतिविधि को दोहराया जाए तथा प्राप्त उत्तरों को दी गई सारणी के अनुसार ब्लैक बोर्ड पर लिखा जाएगा।



नाम	शीर्षों की संख्या (V)	फलकों की संख्या (F)	कोरों की संख्या (E)
घनाभ	8	6	12
प्रिज्म	6	5	9
पिरामिड	5	5	8

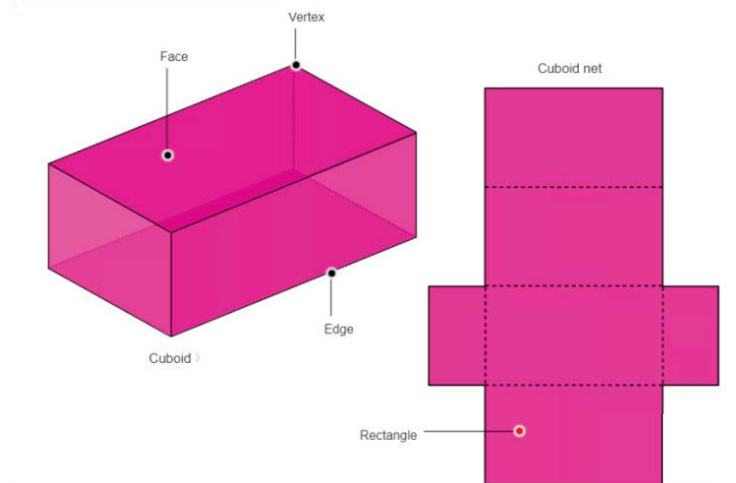
(शिक्षक पहले पासे के साथ उपरोक्त गतिविधि के अनुसार छात्रों को पासे को स्पर्श कराते हुए फलक, कोर, और शीर्षों की संख्या स्पष्ट करते हैं।)

गतिविधि-1 छात्रों के प्रत्येक समूह में चार्ट पेपर वितरित कर, चित्रानुसार 10 सेमी0 वर्गाकार के 6 खाने बनाये एवं कैंची से कट करें। फोल्ड करें, निर्मित आकृति घन है। शिक्षक निर्मित आकृति घन को स्पर्श एवं ओपन कराते हुए फलक, कोर, और शीर्षों की संख्या स्पष्ट करते हैं।



उपरोक्त गतिविधि के माध्यम से फलक, कोर और शीर्ष के बारे में स्पष्ट जानकारी प्राप्त होगी। इसी प्रकार घनाभ के लिए भी गतिविधि-2 करते हैं।

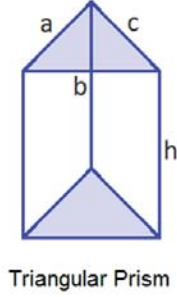
गतिविधि-2 चित्रानुसार चार्ट पेपर पर 6 आयताकार आकृतियों को बनवाकर कैंची से कट करें। निर्मित आकृति घनाभाकार होगी। शिक्षक निर्मित आकृति घनाभाकार को स्पर्श एवं ओपन कराते हुए फलक, कोर, और शीर्षों की संख्या स्पष्ट करते हैं।



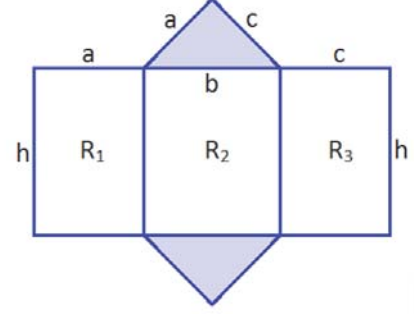
शिक्षक पहले प्रिज्म के साथ प्रिज्म को स्पर्श कराते हुए फलक, कोर, और शीर्षों की संख्या स्पष्ट करते हैं।



गतिविधि-3 चित्रानुसार चार्ट पेपर पर 3 आयताकार, 2 त्रिभुजाकार आकृतियों को बनवाकर कैंची से कट करें। निर्मित आकृति प्रिज्म होगी। शिक्षक निर्मित आकृति प्रिज्म को स्पर्श एवं ओपन कराते हुए फलक, कोर, और शीर्षों की संख्या स्पष्ट करते हैं।



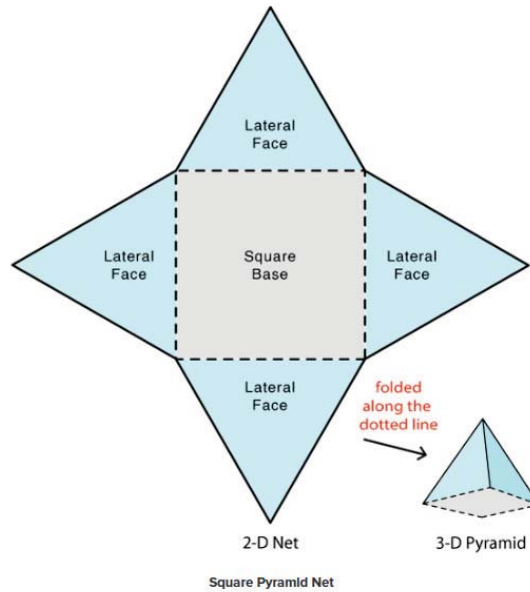
Triangular Prism



त्रिआयामी ठोस आकृति जिसके दोनों सिरे समान्तर बहुभुज हों (जिन्हें आधार भी कहते हैं) तथा प्रत्येक सतह समतल बहुभुज होती है, प्रिज्म कहलाती है।

गतिविधि-4 चित्रानुसार चार्ट पेपर पर 1 वर्गाकार, 4 त्रिभुजाकार आकृतियों को बनवाकर कैंची से कट करें। निर्मित आकृति पिरामिड होगी। शिक्षक निर्मित आकृति पिरामिड को स्पर्श एवं ओपन कराते हुए फलक, कोर, और शीर्षों की संख्या स्पष्ट करते हैं।

Square Pyramid Net



वह ठोस त्रिआयामी आकृति जिसका आधार कोई बहुभुज हो तथा शेष सभी त्रिभुजाकार फलक एक बिन्दु पर मिलते हों, पिरामिड कहलाती है। उपरोक्त गतिविधियों में शिक्षक आवश्यकतानुसार गतिविधियों को संचालित कर सकता है।

समेकन—

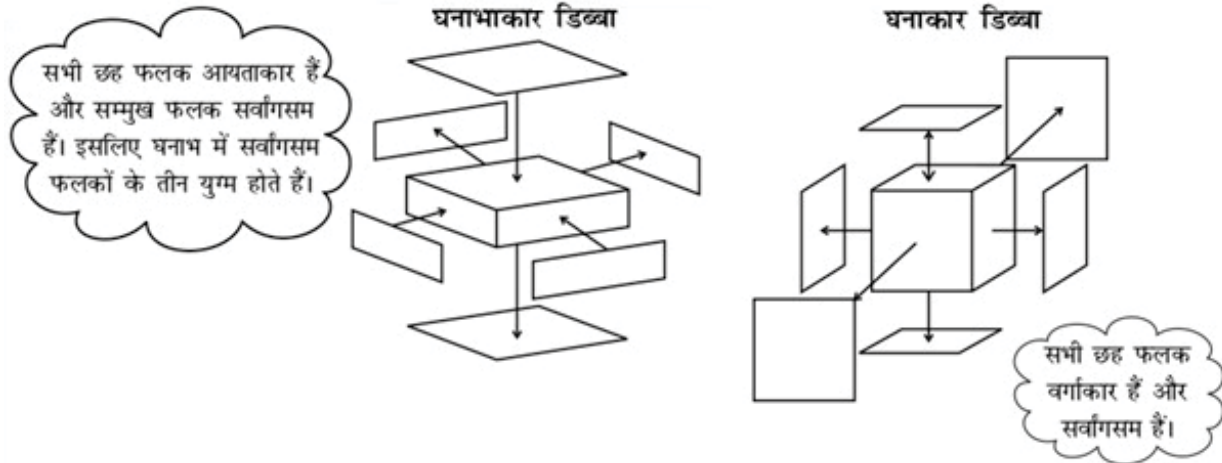
नाम	शीर्षों की संख्या (V)	फलकों की संख्या (F)	कोरों की संख्या (E)
घनाभ	8	6	12
प्रिज्म	6	5	9
पिरामिड	5	5	8

उपरोक्त सारणी से प्राप्त निष्कर्षों के आधार शिक्षक नीचे दिए गए सूत्र को स्पष्ट करेंगे।

निष्कर्ष— $V + F = E + 2$

कक्षाकार्य— शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक-1 हल करने को देंगे।

समेकन— घन, घनाभ, प्रिज्म और पिरामिड जो फलक से मिलकर बना हो, ये फलक किनारों पर मिलते हैं। जो रेखाखण्ड होते हैं तथा किनारे बिन्दुओं पर मिलते हैं, शीर्ष कहलाते हैं। शिक्षक श्यामपट्ट पर चित्रानुसार फलकों को बनाकर प्रदर्शित करेंगे।



गृहकार्य— उपरोक्त कक्षाकार्य सारणी की सहायता (कार्यपत्रक-2) $V + F = E + 2$ सूत्र की जाँच कर लिखेंगे।

प्रोजेक्ट कार्य— शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक-2 हल करने को देंगे।





बीजीय व्यंजक (Algebraic Expression)

fnl & i Ee

I e; & 40 feuV


प्रकरण – चर-अचर में अन्तर

लर्निंग आउटकम— बच्चे संख्याओं को दर्शाने के लिए अक्षरों का प्रयोग करते हैं तथा चर-अचर राशियों में अंतर कर लेते हैं।

सहायक सामग्री— माचिस की तीलियाँ, आइसक्रीम स्टिक्स आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में— बीजीय व्यंजक की मुख्य विशेषता यह है कि इसमें अक्षरों का प्रयोग किया जाता है। अक्षरों के प्रयोग से हम नियमों और सूत्रों को व्यापक रूप में लिख पाने में समर्थ हो जायेंगे। अक्षरों के प्रयोग की सहायता से किसी भी संख्या की बात कर सकते हैं। ये अक्षर संख्याओं के स्थान पर प्रयोग किये जाते हैं, इसलिए उन पर संख्याओं की तरह संक्रियाएं भी की जा सकती हैं।

इससे हम **बीजीय व्यंजकों** (algebraic expression) और उनके गुण-धर्म का अध्ययन कर सकते हैं।

शिक्षण के दौरान क्रियाकलाप	तीलियों से M आकार के बने चित्र
	

गतिविधि—

रिंकी और बानो माचिस की तीलियों से अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षर M का सरल प्रतिरूप बना रही हैं। रिंकी 4 तीलियाँ लेकर अक्षर M बनाती है फिर बानों भी 4 तीलियाँ लेती हैं और उनमें एक अन्य M बनाकर रख लेती हैं। इसी तरह बहुत सारे अक्षरों का निर्माण होता है। तभी उसका एक कक्षा का सहपाठी रवि पूछता है कि 8 M की आकृति बनाने के लिये कितनी तीलियों की आवश्यकता है? दोनो मित्र सोचती हैं तथा एक सारिणी बनाने का निर्णय लेती हैं।

बनाये गये M की संख्या	1	2	3	4	6	7	8
उपयोग में लायी गयी तीलियों की संख्या	4	8	12	16	24	28	32

रवि सारिणी से अपना उत्तर प्राप्त कर लेता है कि 8 M बनाने के लिए 32 तीलियों का उपयोग करेगा। यदि बनाये गये M की संख्या को x से प्रदर्शित करें, तो M अक्षर के लिए आवश्यक तीलियों की संख्या

आवश्यक तीलियों की संख्या = $4 \times x$ तीली (x) मान लेते हैं कि संख्या x है।

यदि $x = 1$ तीली = $4 \times 1 = 4$

$x = 2$ तीलियों की संख्या = $4 \times 2 = 4x$

यहां x एक चर (variable) का उदाहरण है, क्योंकि इसका मान स्थिर नहीं है।

शिक्षक एक चर को दर्शाने के लिए ग अक्षर का प्रयोग करते हैं। एक बालक जिज्ञासावश कक्षा में प्रश्न करता है कि क्या हम कोई और अक्षर भी ले सकते हैं किसी चर राशि के प्रदर्शन के लिये? शिक्षक उत्तर देता है हाँ, हम अग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों से चर राशियों को प्रदर्शित कर सकते हैं। अन्त में शिक्षक समेकित करते हुये बच्चों को बताते हैं कि एक चर को दर्शाने के लिये अक्षर x, y, z, l, m इत्यादि का प्रयोग किया जा सकता है।

“एक चर (variable) वह राशि (quantity) है, जिसका मान स्थिर नहीं होता। वहीं संख्याओं का मान स्थिर होता है। ऐसी राशियाँ अचर (constant) राशियाँ कहलाती हैं।

प्रकरण—

दिये गये चित्र के माध्यम से ये प्रदर्शित किया गया है कि, किसी पुस्तक की दुकान से कक्षा 7 के बच्चे पुस्तिकाएं खरीदने गये। एक पुस्तक का मूल्य रु0 15 है। राज, अमित और सलीम पुस्तिकाएं खरीदना चाहते हैं। एक छात्र को पुस्तक स्टोर से पुस्तिका खरीदने के लिए कितनी धनराशि की आवश्यकता होगी? हम यहां एक सारिणी का निर्माण करेंगे।



पुस्तक विक्रेता के साथ दुकान का चित्र (छात्रों को किताब बेचता हुआ)

y पुस्तिकाओं की संख्या, वह संख्या है जो एक छात्र खरीदना चाहता है। अब यहाँ y एक चर राशि है, जिसका मान स्थिर नहीं है।

∴ कुल मूल्य ₹ $15 \times$ (पुस्तिकाओं की संख्या)

= $15 \times y$



$$= 15 \times y$$

पुस्तिकाओं की संख्या	1	2	3	4	5	y
कुल मूल्य (रुपये में)	15	30	45	60	75	$15y$

निम्नलिखित कथनों में सत्य तथा असत्य कथन छांटिए—

1. 3 चर राशि है।
2. 36 एक अचर राशि है।
3. $(2 + \frac{2}{3})$ एक अचर राशि है।
4. $(3y - 1)$ एक चर राशि है।

गृहकार्य —

गतिविधि / क्रियाकलाप—

छात्र तीलियों से बनाये गये अक्षरों तथा आकृति के बारे में विचार करेंगे तथा गृहकार्य के रूप में वर्णमाला के अक्षर जैसे— U, V, W और ज्यामितीय आकार जैसे— त्रिभुज, वर्ग, आयत, समान्तर चतुर्भुज आदि का निर्माण करेंगे। कार्यपत्रक—1 हल करने को देंगे।

समेकन—

छात्र क्रियाकलाप / गतिविधि के माध्यम से चर राशियों की अवधारणा को समझ सकेंगे।

चर राशियों की अवधारणा पर आधारित प्रश्न छात्र आसानी से कर सकेंगे।

आकलन—निम्नलिखित व्यंजक किस प्रकार प्राप्त किये जाते हैं—

1. y और 2 का योगफल
2. x को 3 से गुणा करने पर गुणनफल
3. m और n के योग का 5 गुना
4. z का चार गुना और x का योगफल





बीजीय व्यंजक (Algebraic Expression)

fnol & fjrj

I e; & 40 feU

प्रकरण – सजातीय व विजातीय पद

लर्निंग आउटकम – बच्चे सजातीय और विजातीय पदों की पहचान कर सकेंगे।

सहायक सामग्री – फ्लैश कार्ड, सेब व आम फल के प्लास्टिक मॉडल।

शिक्षण के प्रारम्भ में –

शिक्षक – यहां दिए गए फ्लैश कार्ड को ध्यान से देखो।

$2x$	$-3x$	$5xy$	-4
$2xy$	$-10x$	$-18y$	5
$10x$	$-8y$	$6xy$	-12
x^2	y	$7p^2q$	$-4qp^2$

बच्चों अब हम एक जैसे पदों के समूह बनायेंगे।

छात्र इस क्रियाकलाप को अपने कॉपी पर करेंगे तथा शिक्षक अवलोकन करेंगे।

शिक्षक – $2x$ पद के एक जैसे पद और कौन से हैं?

छात्र – सम्भवतः कुछ पद जैसे $10x$ बतायेंगे।

शिक्षक – बच्चों समान पद जानने के लिए हम पहले पद के गुणांक को देखते हैं। इसके बाद गुणांक में बीजीय भाग कर ध्यान केन्द्रित करते हैं। जैसे –

$$2x = 2 \times x,$$

$$10x = 10 \times x$$

$$-10x = -10 \times x$$

उपर्युक्त सभी पदों में बीजीय भाग x है। अतः ये सभी पद एक समान हैं।



छात्र— अपनी कॉपी में उपर्युक्त पदों को नोट करेंगे।

शिक्षक— बच्चों $5xy$ पद के गुणांक क्या होंगे?

छात्र— $5xy = 5 \times x \times y$

शिक्षक— बच्चों $5xy$ के गुणांक में बीजीय भाग क्या है?

छात्र— x तथा y

शिक्षक— बच्चों बताओ $5xy$ के समान पद क्या हो सकते हैं?

छात्र— कुछ छात्र $2xy$, $6xy$ बतायेंगे।

शिक्षक— जो छात्र बताने में असमर्थ हैं, उन्हें अवधारणा को पुनः बतायेंगे। इसके बाद एक समान पदों का समूहीकरण करने को कहेंगे।

छात्र— सम्भवतः निम्नलिखित समूह अपनी कॉपी में बतायेंगे—

$-4, 5, -12$	$2x, -3x, -10x, 10x$
$5xy, 2xy, 6xy$	$-8y, -18y, y$

शिक्षक— बच्चों

$$x^2 = x \times x$$

$$7p^2q = 7 \times p \times p \times q$$

$$-4qp^2 = -4 \times q \times p \times p$$

के रूप में भी लिखा जा सकता है। बच्चों इन तीन पदों में से एक समान पद कौन से हो सकते हैं?

छात्र— सम्भवतः अधिकतर छात्र बताने में सक्षम न होंगे।

शिक्षक— बच्चों गुणांक में चरों का क्रम असमान होने पर भी पद समान होता है। अतः

$q \times p \times p = q \times p \times p$ होता है। इसलिए $7p^2q$ और $-4qp^2$ समान पद हैं।

शिक्षक— बच्चों एक जैसे पदों को हम सजातीय पद कहते हैं। जबकि भिन्न प्रकार के पदों को हम विजातीय पद कहते हैं। बच्चों क्या आप कुछ विजातीय पद (फ्लैश कार्ड दिखाते हुए) बता सकते हैं?

छात्र— $2x, -8y$ विजातीय है, इत्यादि।

शिक्षण के दौरान—

सबा के पिताजी फल बेचने का काम करते हैं। एक रोज वे मंडी से सेब और आम की पेटी खरीद के लाए। यदि सेब की एक पेटी में x सेब हैं और आम की एक पेटी में y आम होते हैं तो 10 सेब की पेटी और 10 आम को पेटी में कुल कितने सेब और आम होंगे?



कुल पेटी की संख्या x

एक पेटी में सेब $= 10 \times x$

कुल सेब $= 10x$

इसी तरह, कुल आम $=$ पेटी की संख्या y

एक पेटी में आम $= 10 \times y$

कुल आम $= 10y$

बच्चों क्योंकि सेब और आम अलग तरह के फल हैं इसलिए $10x, 10y$ विजातीय पद होंगे।

बच्चों अगर सबा के पिताजी सेब के 6 पेटी शाम तक बेच पाते हैं तो उन्होंने कुल कितने सेब बेचे होंगे?

बेचे गए सेब की संख्या $=$ पेटी की संख्या \times एक पेटी में सेब

$$= 6 \times x$$

$$= 6x$$

बच्चों बेचे गए सेब की संख्या का पद $6x$, कुल सेबों की संख्या के पद $10x$ का समान पद है, क्योंकि दोनो पद एक समान (सजातीय) वस्तुओं के लिए है।

किन्तु कुल आम की संख्या $10y$ एक विजातीय पद है क्योंकि सेब और आम भिन्न प्रकार के फल है।

उदाहरण— निम्नलिखित में सजातीय पद छांटिए।

1. $10x, -8y, 5, 6xy, -12, x^2, 5y, -11xy, x, y$
2. $-5ab, 7ab, 3x, 6xy, 5x, 12yx$
3. $6pq^2, 7p^2q, 3pq^2, -4p^2q$
4. $mn^2, 9mn, 3n^2m, 5nm$

समेकन—

जिन पदों के बीजीय गुणनखंड आपस में समान होते हैं, उन्हें सजातीय पद या समान पद कहते हैं, जबकि उनके संख्यात्मक गुणांक अलग-अलग हो सकते हैं।

जिन पदों के बीजीय गुणनखंड भिन्न होते हैं, उन्हें विजातीय पद या असमान पद कहते हैं

एक ही व्यंजक में सजातीय पद होने पर सजातीय पदों को जोड़कर सरल किया जा सकता है।

गृहकार्य— कार्यपत्रक-1





बीजीय व्यंजक (Algebraic Expression)

fnl & rnh

I e; & 40 feuV

प्रकरण— डिग्री तथा उनके पद

लर्निंग आउटकम —बच्चे बीजीय व्यंजकों की डिग्री ज्ञात कर सकेंगे तथा एक पदीय, द्विपद, त्रिपद व्यंजकों को पहचान सकेंगे।

सहायक सामग्री— चार्ट पेपर, संदर्भ पुस्तक।

शिक्षण के प्रारम्भ में —

शिक्षक— पिछली कक्षाओं में हमने बीजीय व्यंजकों की परिभाषा चर और अचर राशियों के बारे में जाना। हम जानते हैं कि चरों को व्यक्त करने के लिए अक्षर x, y, z, l, m इत्यादि का प्रयोग करते हैं, क्योंकि इनका कोई निश्चित मान नहीं होता है।

वहीं पर अचर राशियों का मान निश्चित होता है। जैसे— $2, -5, \frac{6}{2}, \frac{22}{7}$ इत्यादि।

हम चरों और अचरों को संयोजित करके बीजीय व्यंजकों को बनाते हैं।

यहां एक उदाहरण के माध्यम से सीखेंगे कि बीजीय व्यंजक किस प्रकार से प्राप्त किये जाते हैं।

$x^3, \frac{3}{2}y^2, 3z^2 - 8, xyz, zxy + \frac{1}{2}$ इत्यादि।

1. व्यंजक x^3 चर x को स्वयं से तीन बार गुणा करके प्राप्त किया जायेगा।

(नोट—शिक्षक बच्चों का घातांक की अवधारणा और सूत्र समझायेंगे $a^m \times a^n = a^{m+n}$ तथा इस सूत्र का उपयोग समझायेंगे।)

x^3 को x की घात तीन या x क्यूब x (*cube*) पढ़ा जायेगा।

2. $\frac{3}{2}y^2$

$$\frac{3}{2}y^2 = \frac{3}{2} \times y \times y$$

y^2 को y को y से गुणा करके प्राप्त करते हैं।

फिर इस गुणनफल को $\frac{3}{2}$ से गुणा करते हैं।

3. $(3z^2 - 8)$ में हम पहले z^2 प्राप्त करते हैं और फिर उसे 3 से गुणा करके $3z^2$ में से 8 घटाते हैं।

इसी प्रकार से हम व्यंजक xyz तथा $2xy + \frac{1}{2}$ ज्ञात करते हैं।

व्यंजकों की डिग्री—

किसी भी व्यंजक की डिग्री एक ऋणेत्तर पूर्णांक (non-negative integer) होती है तथा यह व्यंजक के चर का अधिकतम (उच्चतर) घात होती है (Highest power of the variable)

उदाहरण—

1. $3x^2 + 5x + 1$: डिग्री : 2

2. $x^2 + 2x^2 + 6x + 7$: डिग्री : 3

3. 4 ; डिग्री : 0

4. 0 : डिग्री परिभाषित नहीं है (degree zero polynomial not defined)

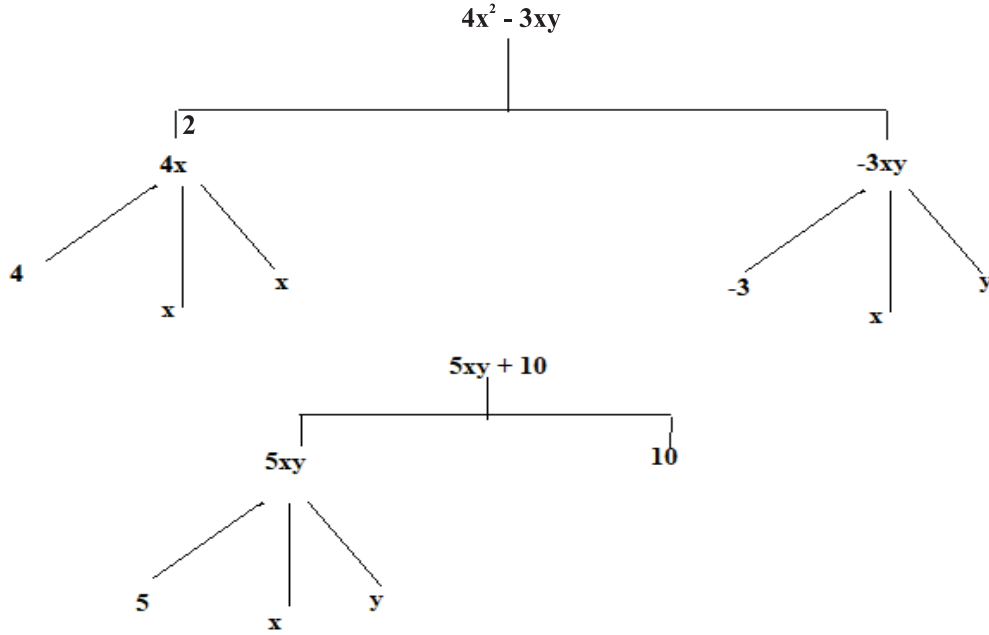


व्यंजक की डिग्री—

हम ये जानते हैं कि व्यंजकों को हम अलग-अलग चर-अचर राशियों को जोड़ कर बनाते हैं उदाहरण के लिए हम $(3x + 5)$ को लेते हैं।

$(3x + 5)$ को हम $(3x)$ और 5 में अलग कर सकते हैं और फिर $3x$ को व्यंजकों के इस प्रकार के भाग, जो पहले अलग से बनाये जाते इस व्यंजक के पद (Terms) कहलाते हैं।

Tree diagram (वृक्ष आरेख)



अभ्यास प्रश्न—

ऐसे तीन व्यंजक लिखिये, जिनमें चार पद हो।

किसी भी बीजीय व्यंजक में संख्यात्मक गुणनखंड को पद का संख्यात्मक गुणांक (numerical coefficient) या गुणांक (coefficient) कहते हैं। उदाहरण

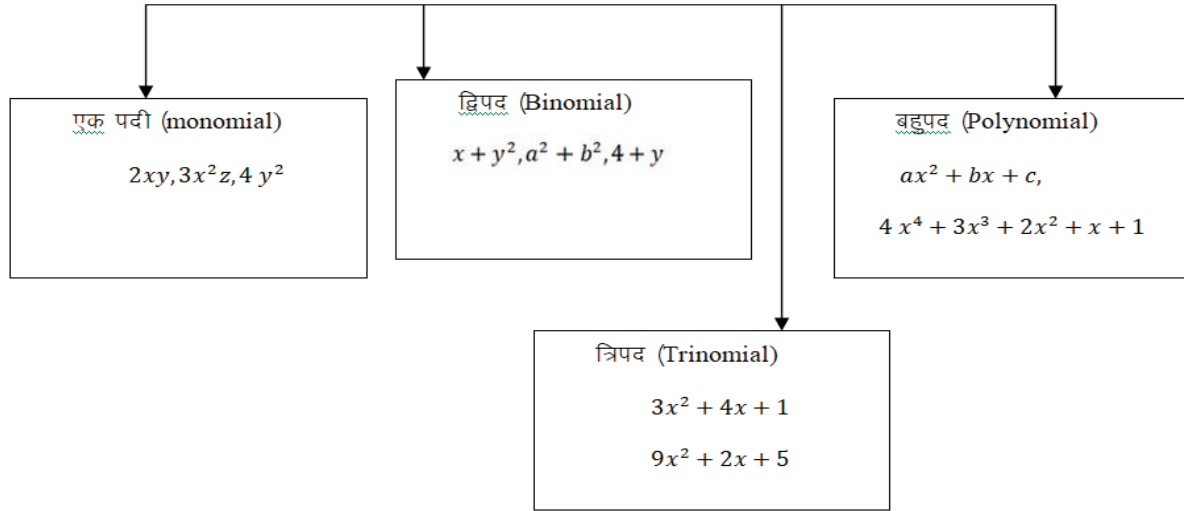
1. $5, 5xy$ में xy का गुणांक है।
2. $-2x^3y^3$ में $(-2), x^3y^3$ का गुणांक है।
3. $3x, 3yz$ में z का गुणांक है या हम कह सकते हैं कि $3x, 3xz$ में x का गुणांक है।

बीजीय व्यंजकों के पद.

1. वह बीजीय व्यंजक जिसमें केवल एक ही पद हो, एक पदी (monomial) कहलाता है। उदाहरण $2x, 7xy, -5m, 3z^2, 5$
2. ऐसे व्यंजक जिसमें केवल दो पद हो और वे असमान पद हो वह द्विपद (Binomial) कहलाता है उदाहरण $2x + y, m - 2, xy + 4x, a^3 - b^3$ आदि द्विपद है।
3. इसी प्रकार ऐसे व्यंजक जिसमें तीन पद हों, वे त्रिपद (Trinomial) कहलाता है इसी प्रकार व्यापक रूप में, एक या एक से अधिक पदों वाला व्यंजक बहुपद (Polynomial) कहलाता है।



बीजीय व्यंजकों के प्रकार



समेकन—

1. बीजीय व्यंजक के दो घटक होते हैं चर और अचर राशियाँ
2. व्यंजक पदों से मिलकर बनते हैं।
3. एक या एक से अधिक पदों से बना व्यंजक बहुपद कहलाता है।

आकलन—निम्नलिखित व्यंजकों को एक पदी, द्विपद और त्रिपद के रूप में वर्गीकृत कीजिए—

$4y - z, x^2, x + y - xy, 210, a - b - c, 2 - 3t,$

$4x^2y - xy^2, 2mn, 3 + x + x^3,$

$z^2 - 2z + 7$

एक पदी	द्विपद	त्रिपद

गृहकार्य— कार्यपत्रक—1 व 2

निम्नलिखित में चरों, अचरों और गणितीय संक्रियाओं का प्रयोग करते हुए बीजीय व्यंजक प्राप्त कीजिए—

1. x और y के योग का आधार।
2. l और m के गुणनफल का तीन चौथाई।
3. 12 में से x और y के गुणनफल को घटाना।



निम्नलिखित व्यंजकों को एकपदीय, द्विपद और त्रिपद या बहुपद के रूप में वर्गीकृत कीजिए—

$$-xy^2, 8x^2 + 2xy, -11x^2y + z, 0 - 100x$$

$$ax^2 + bn + c, x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1, 2x^2 + 3x + 1$$

$$180, 1 + x + x^2 + x^3, 2x^2y + 15xy^2 + 7yz$$

$$2 + 3y, 3xy^2z, 2 + x + y, z^2 + z$$





बीजीय व्यंजक (Algebraic Expression)

fnl & pr

l e; & 40 feUV

प्रकरण— बीजीय व्यंजक का जोड़ एवं घटाव

लर्निंग आउटकम — बच्चे समान पदों वाले व्यंजकों का जोड़ एवं घटाना कर सकेंगे।

सहायक सामग्री— चार्ट पेपर, संदर्भ पुस्तक।

शिक्षण के प्रारम्भ में —

शिक्षक— बच्चों हमने समान पद एवं असमान पदों को छांटना तथा उनके गुणांकों (coefficient) को ज्ञात करना सीख लिया है। अब हम समान पदों का जोड़ व घटाना सीखेंगे।

शिक्षण के दौरान—

शिक्षक— बच्चों राम और श्याम दो मित्र हैं। दोनों गर्मी की छुट्टी में अपने गांव घूमने जाते हैं। वहां राम के बाबा का आम का बगीचा है। दोनों बगीचे में जाते हैं। बगीचे का रखवाला राम को कुछ आम देता है और राम बताता है कि श्याम मेरा मित्र है तब बगीचे का रखवाला श्याम को राम से दो अधिक आम देता है। बच्चों बताइये कि बगीचे के रखवाले ने कुल कितने आम बांटे हैं।

छात्र— सोच में पड़ जायेंगे।

शिक्षक— श्यामपट्ट पर स्पष्ट करेंगे।

उदाहरण 1

स्पष्टीकरण—

माना राम को x आम दिये। अर्थात् राम के पास आम है $= x$ आम

श्याम के पास आम है, राम के पास आम की संख्या $+ 2$

$$= x + 2$$

रखवारी द्वारा बांटे गये आमों की संख्या

राम के पास आम की संख्या $+ 2$ श्याम के पास आम की संख्या

$$= (x) + (x + 2)$$

$$= x + x + 2$$

$$= (x + x) + 2$$

$$= 2x + 2$$

शिक्षक— कुछ और उदाहरणों को लेते हुए उपर्युक्त अवधारणा को स्पष्ट करेंगे।

उदाहरण 2: $5x, 7x$ को जोड़े

स्पष्टीकरण— $5x + 7x = (5 + 7)x = 12x$

उदाहरण— $6xy, 7xy$ और xy को जोड़े

स्पष्टीकरण— $6xy + 7xy + xy = (6 + 7 + 1)xy$

$$= 14xy$$



उदाहरण 3: $10mn$ में से $5mn$ को घटायें
 स्पष्टीकरण— $10mn - 5mn = (10 - 5)mn$
 $= 5mn$

उदाहरण 4: $7pq^2$ में से $3pq^2$ को घटायें
 स्पष्टीकरण— $7pq^2 - 3pq^2 = (7 - 3)pq^2$
 $= 4pq^2$

उदाहरण 5: $3a + 7$ और $8a - 5$ को जोड़िए
 स्पष्टीकरण— $3a + 7 + 8a - 5 = 3a + 8a + 7 + (-5)$
 यहां $3a$ और $8a$ समान पद हैं इसी प्रकार 7 और -5 समान पद हैं)
 $= 3a + 8a + 7 + (-5)$
 $= (3 + 8)a + 7 + (-5)$
 $= (3 + 8)a + 7 - 5$
 $= 11a + 2$
 $= 11a + 2$

अतः $(3a + 7) + (8a - 5) = 11a + 2$
 शिक्षक छात्रों के कार्यपत्रक-1 भरवायेंगे तथा कक्षा का अवलोकन करेंगे।

समेकन—

दो या अधिक समान पदों का योग समान पद होता है, जिसका संख्यात्मक गुणांक सभी समान पदों के गुणांकों के योग के बराबर होता है।

इसी प्रकार दो या अधिक समान पदों का घटाव समान पद होता है, जिसका संख्यात्मक गुणांक सभी समान पदों के गुणों को के घटाव के बराबर होता है।

3. एक या एक से अधिक पदों से बना व्यंजक बहुपद कहलाता है।

आकलन— कार्यपत्रक-2 से आकलन करेंगे।

गृहकार्य— कार्यपत्रक-3





बीजीय व्यंजक (Algebraic Expression)

fnl & i pe

l e; & 40 feuV

प्रकरण— बीजीय व्यंजकों के मान

लर्निंग आउटकम — बच्चे बीजीय व्यंजकों का मान ज्ञात कर सकेंगे।

सहायक सामग्री— चार्ट पेपर, संदर्भ पुस्तक।

शिक्षण के प्रारम्भ में —

शिक्षक— सीता के पास कुछ पेन हैं। गीता के पास उससे 5 पेन अधिक है। राधा कहती है कि उसके पास सीता और गीता के पास कुल जितने पेन है उससे 2 अधिक पेन हैं।

बच्चों राधा के पेन की संख्या ज्ञात कीजिए?

छात्र— माना सीता के पास x पेन है।

गीता के पास उससे 5 अधिक पेन, अर्थात् $x + 5$ पेन है।

राधा कहती है कि उसके पास सीता और गीता के कुल पेनो से 2 अधिक है।

अतः राधा के पास पेनों की संख्या = सीता के पेन + गीता के पेन + 2

$$= (x + x + 5 + 2)$$

$$\text{राधा के पास पेनों की संख्या} = (2x + 7) \text{ पेन}$$

शिक्षण के दौरान—

शिक्षक— बच्चों यदि मान लिया जाए कि सीता के पास 10 पेन है तो गीता और राधा के पास कितने-कितने पेन है।

छात्र— सोच में पड़ जायेंगे।

शिक्षक— किसी बीजीय व्यंजक के चर राशि में दिए गए मान रखने पर व्यंजक का संख्यात्मक मान प्राप्त हो जाता है।

इस प्रकार, बीजीय व्यंजकों में चरों के स्थान पर उनके संख्यात्मक मान रखने की क्रिया को प्रतिस्थापन कहते हैं।

$$\text{सीता के पास पेन की संख्या} = x = 10 \text{ पेन}$$

$$\text{गीता के पास पेन की संख्या} = x + 5 = (1 \times x) + 5$$

$$= 1 \times 10 + 5$$

$$= 10 + 5$$

$$= 15 \text{ पेन}$$

$$\text{राधा के पास पेन की संख्या} = 2x + 7$$

$$= (2 \times x) + 7$$

$$= (2 \times 10) + 7$$

$$= 20 + 7$$

$$= 27 \text{ पेन}$$

शिक्षक— कुछ अन्य उदाहरणों से अवधारणा को स्पष्ट करेंगे।



उदाहरण 1— निम्नांकित व्यंजकों के मान $x = 3$ के लिए ज्ञात कीजिए।

1. $x - 5$

2. $7x - 5$

3. $17 - x^2$

4. $35 - 2x^3$

स्पष्टीकरण—

1. $x - 5$ में $x = 3$ रखने पर मान $= x - 5 = 3 - 5 = -2$

2. $7x - 5$ में $x = 3$ रखने पर मान $7x - 5 = 7 \times 3 - 5 = 21 - 5 = 16$

3. $17 - x^2$ में $x = 3$ रखने पर मान $17 - x^2 = 17 - (x \times x) = 17 - (3 \times 3)$
 $= 17 - 9 = 8$

4. $35 - 2x^3$ में $x = 3$ रखने पर मान $35 - 2x^3 = 35 - 2(x \times x \times x)$
 $= 35 - 2(3 \times 3 \times 3)$
 $= 35 - 2(27)$
 $= 35 - 2 \times 27$
 $= 35 - 54$
 $= -19$

उदाहरण 2:

1. $5a^2 + 4a - 2$

2. $a^3 + 4a^2 + 3a - 7$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $a = -2$

स्पष्टीकरण-1	$5a^2 + 4a - 2$ में $a = -2$ रखने पर मान	$= 5a^2 + 4a - 2$
		$= 5(-2)^2 + 4(-2) - 2$
		$= 5 \times 4 - 4 \times 2 - 2$
		$= 20 - 8 - 2$
		$= 20 - 10$
		$= 10$
स्पष्टीकरण-2	$a^3 + 4a^2 + 3a - 7$ में $a = -2$ रखने पर मान	$= (-2)^3 + 4(-2)^2 + 3(-2) - 7$
		$= -8 + 16 - 6 - 7$
		$= 16 - 21$
		$= -5$

शिक्षक छात्रों से इस अवधारणा पर कुछ अन्य प्रश्न और करवायेंगे। (कार्यपत्रक-1)

समेकन—

एक समीकरण को हल करने और किसी सूत्र का प्रयोग करने जैसी स्थितियों में, हमें एक व्यंजक का मान ज्ञात करने की आवश्यकता होती है। बीजीय व्यंजक का मान उन चरों के मानों पर निर्भर करता है, जिससे वह बनाया गया है। इस प्रकार $x = 5$ के लिए $7x - 3$ का मान 32 है क्योंकि $7 \times 5 - 3 = 32$ है। गणित में, बीजीय व्यंजकों का प्रयोग करते हुए, नियमों और सूत्रों को संक्षिप्त और व्यापक रूप में लिखा जाता है। इस प्रकार आयत का क्षेत्रफल lb है जहां (आयत की लम्बाई तथा आयत की चौड़ाई है)।

आकलन— शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक-2 भरवायेंगे तथा उसकी जांच करेंगे।

गृहकार्य—कार्यपत्रक-3



बीजीय व्यंजक (Algebraic Expression)

fnl & 'kBe

I e; & 40 feuV

प्रकरण— BODMAS से बीजीय व्यंजक का हल

लर्निंग आउटकम —बच्चे BODMAS की सहायता से बीजीय व्यंजकों को हल कर सकेंगे।

सहायक सामग्री— चार्ट पेपर, BODMAS के नियम पर चर्चा।

शिक्षण के प्रारम्भ में —

शिक्षक— माना रवि के पास $3x$ आम हैं, उसने उसमें से $3y$ आम अपने मित्र विवेक को दे दिये। इसके बाद शेष बचे आमों का एक तिहाई करके 30 आम निकाल लिया। निकालने के बाद शेष का दो गुना करके पुनः $4x$ जोड़ दिया, जोड़ने के बाद प्राप्त आमों की संख्या में $2y$ से गुणा कर दिया। बच्चों इस कथन का बीजीय व्यंजक के रूप में अलग-अलग घटना के अनुसार संयुक्त रूप में लिखिए?

छात्र—बच्चे हल करने का प्रयास करेंगे।

शिक्षण के दौरान—(शिक्षक—छात्रों के साथ चर्चा करते हुए श्यामपट्ट पर कार्य करेंगे)

रवि के पास आमों की संख्या = $3x$

उसके मित्र विवेक के पास आमों की संख्या = $3y$

शेष आम = $3x - 3y$

शेष आम का एक तिहाई = $\frac{1}{3}(3x - 3y)$

यहां पर $3x - 3y$ का संयुक्त एक तिहाई दिखने के लिए '()' चिह्न का प्रयोग करना पड़ा। इसे छोटा कोष्ठक (Parentheses or Round Bracket) कहते हैं। शेष में से 30 आम निकालने पर =

$$\frac{1}{3}(3x - 3y) - 30$$

$$= \frac{1}{3}(3x - 3y) - 30$$

इसका 2 गुना करके इस कथन को $2\left\{\frac{1}{3}(3x - 3y) - 30\right\}$ द्वारा प्रदर्शित करेंगे। यहां '{ }' चिह्न को मंजला कोष्ठक (Braces or curly Bracket) कहते हैं। पुनः उपरोक्त व्यंजक में $4x$ जोड़ने पर लिखेंगे।

$$4x + 2\left\{\frac{1}{3}(3x - 3y) - 30\right\}$$

अन्ततः सब में $2y$ से गुणा करने पर इस कथन को $2y[4x + 2\left\{\frac{1}{3}(3x - 3y) - 30\right\}]$ द्वारा दर्शायेंगे, यहां चिह्न '[']' चिह्न को बड़ा कोष्ठक (Square Bracket) कहते हैं। आइये हम इन कोष्ठक युक्त व्यंजकों को सरल करने के तरीकों को उदाहरणों के माध्यम से सीखने का प्रयास करते हैं।

उदाहरण—: $m - [m + \{m + n - 2m - (m - 2n)\} - n]$ को सरल कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{स्पष्टीकरण—} & m - [m + \{m + n - 2m - (m - 2n)\} - n] \\ & = m - [m + \{m + n - 2m - m + 2n\} - n] \\ & = m - [m + \{3n - 2m\} - n] \\ & = m - [m + 3n - 2m - n] \\ & = m - [2n - m] = m - 2n + m \\ & = 2m - 2n \end{aligned}$$



नोट— समान चिह्नों का गुणनफल धनात्मक और असमान चिह्नों का गुणनफल ऋणात्मक होता है।
उदाहरण— $4x^3 - [9x^2 - \{-5x^3 - (2 - 7x^2) + 6x\}]$ को सरल कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{स्पष्टीकरण— } & 4x^3 - [9x^2 - \{-5x^3 - (2 - 7x^2) + 6x\}] \\ & = 4x^3 - [9x^2 + 5x^3 + 2 - 7x^2 - 6x] \\ & = 4x^3 - [5x^3 + 2x^2 - 6x + 2] \\ & = 4x^3 - 5x^3 - 2x^2 + 6x - 2 \\ & = -x^3 - 2x^2 + 6x - 2 \end{aligned}$$

शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक-1 भरवायेंगे तथा स्वयं कक्षा का अवलोकन करेंगे।

समेकन— बच्चों बहुत सारी गणितीय संक्रियायें एक साथ होती हैं तो एक नियम के द्वारा उनको क्रम से हल करते हैं वह नियम है— BODMAS

B- Bracket (कोष्ठक) दो या दो से अधिक संख्याओं या व्यंजकों को अलग दर्शाने के लिए कोष्ठकों का प्रयोग करते हैं। कोष्ठक 4 प्रकार के होते हैं—

1. रेखा कोष्ठक " - " (vinculum)
2. छोटा कोष्ठक '()'
3. मंजला कोष्ठक '{ }'
4. बड़ा कोष्ठक '[]'

- 1- O - off (का)
- 2- D - Division (भाग)
- 3- M - Multiplication (गुणा)
- 4- A - Addition (जोड़)
- 5- S - Substraction (घटाना)

सबसे पहले कोष्ठकों को रेखा → छोटा कोष्ठक → मंजला कोष्ठक → बड़ा कोष्ठक को हल करते हैं। तत्पश्चात् को गुणा में बदलकर हल करते हैं, फिर भाग—गुणा—जोड़—घटाना की संक्रिया को हल करते हैं।

गृहकार्य— कार्यपत्रक-2





बीजीय व्यंजक (Algebraic Expression)

fnl & lre

l e; & 40 feU

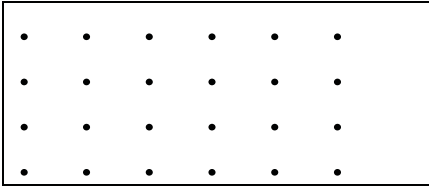
प्रकरण— सर्वसमिका

लर्निंग आउटकम— बच्चे एकपदीय व बहुपदीय व्यंजकों का गुणा कर सकेंगे।

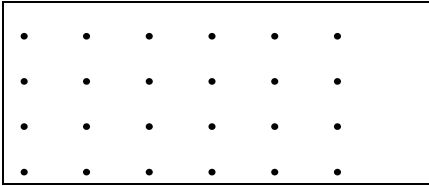
आवश्यक सामग्री—चार्ट पेपर, संदर्भ पुस्तक।

शिक्षण के प्रारम्भ में —

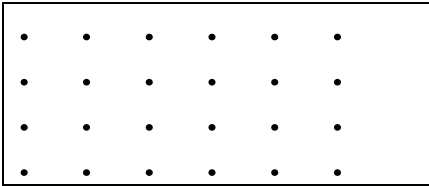
सीता और गीता सितारों की जमावट का खेल खेल रहें है।



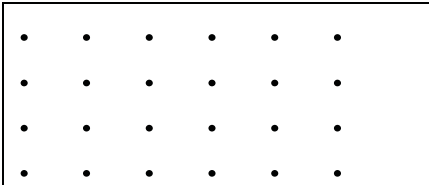
प्रत्येक पंक्ति में 6 सितारे है और ऐसी 4 पंक्तियां है तो कुल सितारे = $6 \times 4 = 24$



यदि प्रत्येक पंक्ति में 6 सितारे है और ऐसी n पंक्ति बनाएँ, तो कुल कितने सितारे = $6 \times n = 6n$



यदि प्रत्येक पंक्ति में m सितारे है और कुल n पंक्तियां बनाएं तो कुल सितारे = $m \times n = mn$ सितारे



प्रत्येक पंक्ति में $(m + 4)$ सितारे तथा पंक्तियों की संख्या $(n + 3)$ हैं

तो कुल सितारे होंगे = $(m + 4) (n + 3)$

= $(m + 4) (n + 3)$

शिक्षण के दौरान:—

एकपदीय का एकपदीय से गुणा



शिक्षक छात्रों को समझायेंगे कि सर्वप्रथम हम प्रत्येक पद के चर के गुणांक की पहचान करते हैं फिर सभी पदों के गुणांकों की गुणा आपस में करते हैं तथा चरो को गुणा आपस में करते हैं तत्पश्चात गुणांक के गुणनफल तथा चरों के गुणनफल को गुणा करके अभीष्ट गुणनफल प्राप्त करते हैं।

एकपदीय को बहुपद से गुणा:—

उदाहरण—1 आइए एकपदीय $4x$ के द्विपद $6y + 3$ से गुणा करते हैं, अर्थात् $4x \times (6y + 3)$ ज्ञात करते हैं। स्मरण कीजिए कि $4x$ और $(6y + 3)$ संख्याओं को निरूपित करते हैं। इसलिए वितरण के नियम का उपयोग करते हुए,

$$\begin{aligned} 4x \times (6y + 3) &= (4x \times 6y) + (4x \times 3) \\ &= 24xy + 12x \end{aligned}$$

उदाहरण—2 $5x \times (3y^2 + 5y + 1)$ लीजिए पहले की तरह हम वितरण नियम का उपयोग कर सकते हैं।

$$\begin{aligned} 5x \times (3y^2 + 5y + 1) &= (5x \times 3y^2) + (5x \times 5y) + (5x \times 1) \\ &= 15xy^2 + 25xy + 5x \end{aligned}$$

उदाहरण—3 $(x - y) \times (3x + 5)$ लीजिए। पहले की तरह हम वितरण नियम का उपयोग कर सकते हैं।

$$\begin{aligned} (x - y) \times (3x + 5) &= (x \times 3x) + (x \times 5) + (-y \times 3x) + (-y \times 5) \\ &= 3x^2 + 5x - 3xy - 5y \\ &= 3x^2 - 3xy + 5x - 5y \end{aligned}$$

समेकन— एकपदी को एकपदी से गुणा करने पर हमेशा एकपदी प्राप्त होता है।

- बहुपद को एकपदी से गुणा करने के लिए बहुपद का प्रत्येक पद एक पदों से गुणा किया जाता है।
- बहुपद का द्विपद (अथवा त्रिपद) से गुणन करने के लिए हम एक पद को एक-एक पद से गुणा करते हैं अर्थात् बहुपद का प्रत्येक पद द्विपद (अथवा त्रिपद) के प्रत्येक पद से गुणा किया जाता है ध्यान दीजिए इस प्रकार के गुणन में हमें गुणनफल में समान पद प्राप्त हो सकते हैं और मिलाना पड़ सकता है।

आकलन

प्रश्न—नीचे एक पदीय व्यंजको का एक पदीय व्यंजको से गुणनफलों की तालिका दी गयी है, जिनको पूरा कीजिए—

प्रथम एक पदीय व्यंजक→	$2x$	$-3y$	$4z$	$3p^2$	$2x^2y$	$-15q$	$3xy$
द्वितीय एक पदीय							



व्यंजक↓							
$2x$	$4x^2$
$-3y$	$-9p^2y$
$4z$
$3p^2$	$-45p^2q$
$2x^2y$
$-15q$
$3xy$	$12xyz$

तालिका को भरिये—

क्रमांक	व्यंजक पहला	व्यंजक दूसरा	व्यंजक पहला x व्यंजक दूसरा	गुणनफल
1	p	$(m \times n)$		
2	$6x$	$(y + z)$		
3	$(m + n)$	$(m - n)$		
4	$a + b + c$	$m - n$		
5	$x^2 - x + 1$	$y^2 + 2y - 3y$		

गृहकार्य— कार्यपत्रक 1





बीजीय व्यंजक (Algebraic Expression)

fnol & v'Be

I e; & 40 feuV

प्रकरण— गुणन खण्ड

लर्निंग आउटकम — बच्चे बहुपदीय व्यंजकों का गुणनखंड कर सकते हैं।

सहायक सामग्री— चार्ट पेपर, संदर्भ पुस्तक।

शिक्षण के प्रारम्भ में —

शिक्षक—

हमने एक पदीय व्यंजकों के गुणनखंड ज्ञात करना सीख लिया है। (शिक्षक बच्चों से वार्तालाप करते हुए प्रारम्भ करते हैं) बच्चों क्या हम अपने अनुभवों के आधार पर किसी द्विपदीय व्यंजक (Binomial) के गुणनखंड ज्ञात कर सकते हैं?

शिक्षक छात्रों से प्रश्न करता है कि यदि किसी कक्षा के लड़कों की संख्या चार गुने में लड़कियों की संख्या के चार गुने को जोड़ दिया जाये तो उनका योगफल क्या होगा?

क्या ये योगफल और लड़के और लड़कियों की संख्या में कोई संबंध है?

अपनी इच्छा से लड़के एवं लड़कियों की संख्या रखकर उत्तर की जांच की गयी।

यदि लड़कों की संख्या -15

लड़कियों की संख्या -10

चार गुना लड़कों की संख्या— $15 \times 4 = 60$

चार गुना लड़कों की संख्या— $10 \times 4 = 40$

योगफल $60 + 40 = 100$

$4 \times 25 = 100$ (लड़कों और लड़कियों की संख्या का योगफल)

अगर हम लड़कों तथा लड़कियों दोनों की संख्या एक चार राशि ले लें, तब क्या स्थिति होगी?

विचारात्मक प्रश्न—

यदि लड़कों की संख्या $-x$ है, और लड़कियों की संख्या y है तो ऊपर दी गयी स्थिति में

चार गुना लड़कों की संख्या $4x$

चार गुना लड़कियों की संख्या $4y$

\therefore लड़के और लड़कियों की संख्याका योगफल $= 4x + 4y$

$$= 4(x + y)$$

इस तरह हम बहुपदों का गुणनखंड करेंगे।

उदाहरण— $12 + 18y$ के गुणनखंड लिखिए—

यहां 12 और 18 का मस0स0— 6 है, अर्थात् 6 दोनों पदों में उभयनिष्ठ है

$$= 12 + 18y$$

$$= 6(2 + 3y)$$

क्रियाकलाप (गतिविधि)—

नीचे दिये गये द्विपदीय व्यंजकों का सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखण्ड तालिका में लिखिये—



क्र०सं०	द्विपदीय व्यंजक	सबसे बड़ा उभयनिष्ठ	गुणनखण्ड
1	$45x + 36y$	9	$9(5x + 4y)$
2	$44y^2 - 11xy$		
3	$15xz + 90x^2$		
4	$18ab + 9abc$		
5	$3xy^2z + 15x^2yz^2$		

द्विपदीय (Binomial) एवं बहुपदीय व्यंजक (Polynomial) में उभयनिष्ठ गुणनखंड के गुणांक के रूप में लिखने के लिए दिये गये बहुपद के प्रत्येक पद के सबसे बड़े उभयनिष्ठ गुणनखण्ड (H.C.F. म०स०) को कोष्ठक के बाहर रखते हैं।

1. उदाहरण: $3xy + 3xz = 3x(y + z)$
यहां सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखंड है।

3. उदाहरण: $2x^2y^3 - 18xy^2$
 $= 2xy^2(xy - 9)$

4. उदाहरण: $6a^2b + 9ab^2 + 12a^2b^2$
 $= 3(2a^2b + 3ab^2 + 4a^2b^2)$
 $= 3ab(2a + 3b + 4ab)$

इसी प्रकार से हम बहुपदों का गुणनखण्ड करने के लिए समूहीकरण (method of grouping) की क्रिया अपनाते हैं।

- व्यंजकों के उपर्युक्त समूह बनाकर, उभयनिष्ठ गुणनखंड ज्ञात करते हैं।
- तत्पश्चात् इन्हें गुणनखण्डों के रूप में लिखा जाता है।

उदाहरण— $ax + by + ay + bx$
 $= (ax + bx) + (by + ay)$
 $= (a + b)x + (a + b)y$
 $= (a + b)(x + y)$

उदाहरण— $2x^2 - 6y + 4x^2y - 12y^2$
 $= 2x^2 + 4x^2y - 6y - 12y^2$
 $= 2x^2(1 + 2y) - 6(y)(1 + 2y)$



$$= (2x^2 - 6y)(1 + 2y)$$

$$= 2(x^2 - 3y)(1 + 2y)$$

समेकन—आज हमने सीखा कि—

- यदि एक व्यंजक को दो या दो से अधिक गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जाये तो वे व्यंजक दिये हुए व्यंजक के गुणनखंड कहलाते हैं।
- किसी बहुपद का गुणनखण्ड पदों में म0स0 को उभयनिष्ठ निकाल कर किया जाता है।
- बीजीय व्यंजकों का म0स0 उन बीजीय व्यंजकों का सबसे बड़ा उभयनिष्ठ भाजक होता है।
- तीन से अधिक पदों वाले बीजीय व्यंजकों का गुणनखण्ड समूहन विधि से करते हैं।

आकलन—गुणनखण्ड निकालिये— $2xy + y + 4x + 2$

रिक्त स्थान की पूर्ति करें—

1. $x^2 + 5x^4 = \text{-----} (1 + 5x^2)$
2. $27ab^2 + 18abc = 9ab (\quad)$
3. $16xz - 9z^2 = z (\quad)$

गुणनखण्ड कीजिए—

- (a) $a^4y^2 + a^2b^3$
- (b) $5lm^2 - 10l^2mn$
- (c) $5m^2 - 5n^2$
- (d) $5x^2y - 10xy^2 + 12x - 4y$
- (e) $x^4 + 3x + 8x + 2y$

गृहकार्य—

कार्यपत्रक—1 व 2





क्षेत्रमिति (Mensuration)

fnol & iZe

l e; & 40 feUV

प्रकरण— परिमाप एवं क्षेत्रफल

लर्निंग आउटकम—

1. दी गई आकृतियों का परिमाप एवं क्षेत्रफल ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री— 15×20 वर्ग सेमी० क्षेत्रफल का आयताकार चार्ट पेपर का टुकड़ा, 5×4 वर्ग सेमी० के कागज़ के टुकड़े, चार्ट पेपर, रस्सी, पुस्तक आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में— शिक्षक श्यामपट्ट पर पुस्तक रखकर उसके चारों ओर चॉक घुमाकर आकृति का निर्माण करते हैं। छात्रों को छोटे समूह में विभाजित कर चार्ट पेपर पर पुस्तक रखकर उसके चारों ओर पेन्सिल घुमाकर आकृति का निर्माण करने को देते हैं।

शिक्षक— बच्चों यह किस प्रकार की आकृति है?

छात्र— चौकोर, आयताकार (संभावित उत्तर)

शिक्षक— बच्चों! इस आयताकार आकृति की लम्बाई और चौड़ाई को कैसे मापेंगे?



छात्र— पटरी, स्केल की सहायता से। (संभावित उत्तर)

(शिक्षक पटरी की सहायता से आयताकार आकृति की लम्बाई और चौड़ाई माप कर चित्रानुसार श्यामपट्ट पर अंकित करते हैं। बच्चे भी यह कार्य चार्ट पेपर पर मापकर लिखेंगे।)



शिक्षक— बच्चों! इस आयताकार आकृति का परिमाप ज्ञात कीजिए?

छात्र— (बच्चे आयताकार आकृति की चारों भुजाओं की माप का योग ज्ञात करने का प्रयास करते हैं।)



नोट— कुछ बच्चों को परिमाण ज्ञात करने में क्या समस्या हो रही होगी, शिक्षक श्यामपट्ट पर पहले अमानक इकाई अंगुली/कदम, रस्सी आदि की सहायता से फिर मानक इकाई पटरी की सहायता से प्रश्न हल करके प्रदर्शित करेंगे। उपरोक्त गतिविधियों में छात्रों को भी शामिल करते हुए।

शिक्षक स्पष्ट करेंगे कि,

परि (चारों ओर) + माप (मापना)

किसी भी बन्द आकृति की समस्त भुजाओं की माप का योग ही परिमाण कहलाता है।

शिक्षक— बच्चों! इस आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?

छात्र— (मौन)

शिक्षक— बच्चों! आज हम किसी दी गई आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात करना सीखते हैं।

शिक्षण के दौरान— शिक्षक बच्चों को छोटे समूहों में विभाजित कर प्रत्येक समूह को चार्ट पेपर का एक टुकड़ा देंगे, जिसकी लम्बाई 05 सेमी0 और चौड़ाई 04 सेमी0 की होगी।

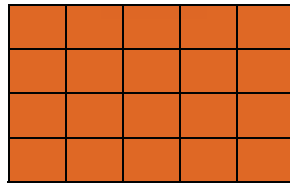
शिक्षक— बच्चों! बताइए इस चार्ट पेपर के टुकड़े की आकृति कैसी है?

सम्भावित उत्तर— चौकोर, आयताकार

शिक्षक— इस चार्ट पेपर के टुकड़ों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?

छात्र— (बच्चे उत्तर देने में असमर्थ हैं, क्योंकि चार्ट पेपर के टुकड़े की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात नहीं है।)

नोट— शिक्षक बच्चों को प्रश्न हल करने के लिए प्रेरित करेंगे। यदि किसी समूह से प्रश्न हल होता है तो उस समूह को आमंत्रित कर प्रश्न हल करने के तरीके की व्याख्या करने को कहेंगे और यदि समस्या हल नहीं होती है तो,



शिक्षक— बच्चों चार्ट पेपर के टुकड़े पर लम्बाई और चौड़ाई के अनुदिश 1-1 सेमी0 की दूरी पर खड़ी और पड़ी रेखा खींचिए। निर्मित खानों को लम्बाई की दिशा में एवं चौड़ाई की दिशा में गिने।

लम्बाई की दिशा में (प्रथम पंक्ति में) खाने	= 5
चौड़ाई की दिशा में (प्रथम कालम में) खाने	= 4
लम्बाई की दिशा एवं चौड़ाई की दिशा में खानों का गुणन करने पर	= 5 × 4
	= 20 खाने

अब चार्ट पेपर के टुकड़े पर निर्मित कुल खानों के गिने =20 खाने



दोनों उत्तर समान है।

अतः हम कह सकते हैं कि आयताकार चार्ट पेपर का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

अब चार्ट पेपर के टुकड़े की लम्बाई और चौड़ाई को माप कर उनका गुणा कर क्षेत्रफल ज्ञात कर देखते हैं कि 20 वर्ग सेमी० प्राप्त होता है।

शिक्षक यह स्पष्ट करेंगे कि प्रत्येक खाने की लम्बाई और चौड़ाई का गुणा करने पर एक खाने का क्षेत्रफल 1 वर्ग सेमी० प्राप्त होता है। कुल खानों की संख्या 20 अतः कुल क्षेत्रफल 20 वर्ग सेमी० है।

अब शिक्षक श्यामपट्ट पर निर्मित आकृति (पुस्तक) के अन्दर चाक से पूरी तरह से शेड (रंग) कर देते हैं। (चित्र-1 के अनुसार)

शिक्षक— बच्चों! यह जो आकृति के अन्दर मैंने शेड(रंग) किया है। यह शेडेड (रंगा) भाग की माप ही इस आयताकार आकृति का क्षेत्रफल होगी। इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए हम लम्बाई और चौड़ाई का आपस में गुणा कर देते हैं।

$$\begin{aligned} \text{आयताकार आकृति की लम्बाई} &= 20 \text{ सेमी०} \\ \text{आयताकार आकृति की चौड़ाई} &= 15 \text{ सेमी०} \\ \text{आयताकार आकृति का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 20 \text{ सेमी०} \times 15 \text{ सेमी०} \\ &= 300 \text{ वर्ग सेमी०} \end{aligned}$$

शिक्षक— बच्चों! हमने देखा कि किसी आयताकार आकृति का क्षेत्रफल उसकी लम्बाई और चौड़ाई का गुणनफल होता है।

$$\text{आयताकार आकृति का क्षेत्रफल} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$$

(शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक- 1 हल करने को देंगे।)

समेकन— आज हमने सीखा कि आयताकार आकृति का क्षेत्रफल= लम्बाई × चौड़ाई

अपनी गणित ज्ञान पुस्तक का क्षेत्रफल अनुमान लगाकर ज्ञात कीजिए।

अपनी गणित ज्ञान पुस्तक का क्षेत्रफल पटरी की सहायता से लम्बाई और चौड़ाई माप कर ज्ञात कीजिए।

(शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक- 2 हल करने को देंगे।)

गृहकार्य— शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक- 3 एवं 4 हल करने को देंगे।



क्षेत्रमिति (Mensuration)

fnl & fjrj

I e; & 40 feUV

प्रकरण— आयताकार मार्ग का क्षेत्रफल

लर्निंग आउटकम— बच्चे आयताकार मार्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री — 15 सेमी० लम्बाई तथा 9 सेमी० चौड़ाई का एक चार्ट पेपर का टुकड़ा

शिक्षण के प्रारम्भ में — शिक्षक छात्रों को छोटे समूहों में विभाजित कर प्रत्येक समूह को 15 सेमी० लम्बाई तथा 10 सेमी० चौड़ाई का एक चार्ट पेपर का टुकड़ा देते हैं।

शिक्षक— बच्चों! इस चार्ट पेपर के एक पृष्ठ को लाल रंग से रंगिए एवं रंगे हुए भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

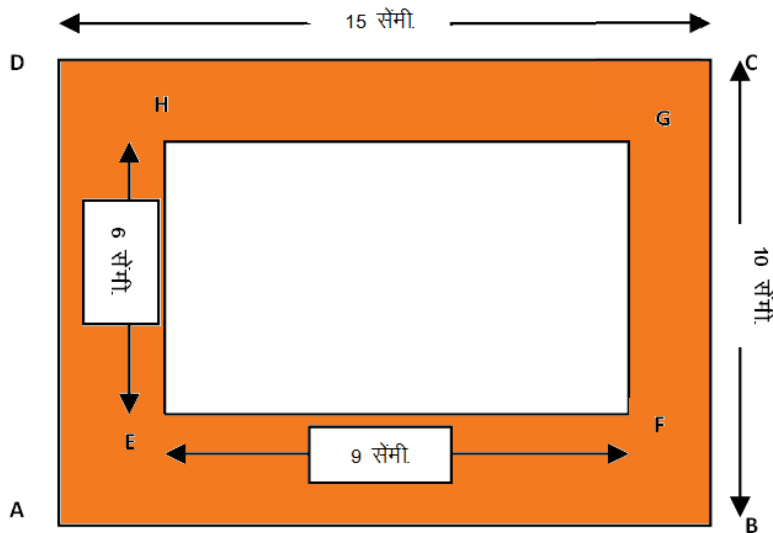
छात्र— (बच्चे लम्बाई और चौड़ाई का गुणा कर क्षेत्रफल ज्ञात कर रहे हैं।)

शिक्षक— बच्चों! अब इस चार्ट पेपर की लम्बाई के दोनों किनारों से 3-3 सेमी० छोड़ कर कुल 9 सेमी० की रेखा खींचे तथा चौड़ाई से दोनों किनारों पर 2-2 सेमी० छोड़कर 6 सेमी० की रेखा खींची। चारों रेखाओं से बनी आयताकार आकृति को पीले रंग से रंगें। अब लाल रंग से बनी आयताकार मार्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

छात्र— (मौन)

शिक्षण के दौरान— बच्चों! आज हम आयताकार मार्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करना सीखते हैं।

(शिक्षक ब्लैकबोर्ड पर चित्र बनाकर प्रश्न हल करेंगे)





$$\begin{aligned}\text{सर्वप्रथम आयताकार आकृति ABCD का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 15 \text{ सेमी} \times 10 \text{ सेमी} \\ &= 150 \text{ वर्ग सेमी}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{आयताकार आकृति EFGH का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 9 \text{ सेमी} \times 6 \text{ सेमी} \\ &= 54 \text{ वर्ग सेमी}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{आयताकार मार्ग का क्षेत्रफल} &= \text{क्षेत्रफल ABCD} - \text{क्षेत्रफल EFGH} \\ &= 150 \text{ वर्ग सेमी} - 54 \text{ वर्ग सेमी} \\ &= 96 \text{ वर्ग सेमी}\end{aligned}$$

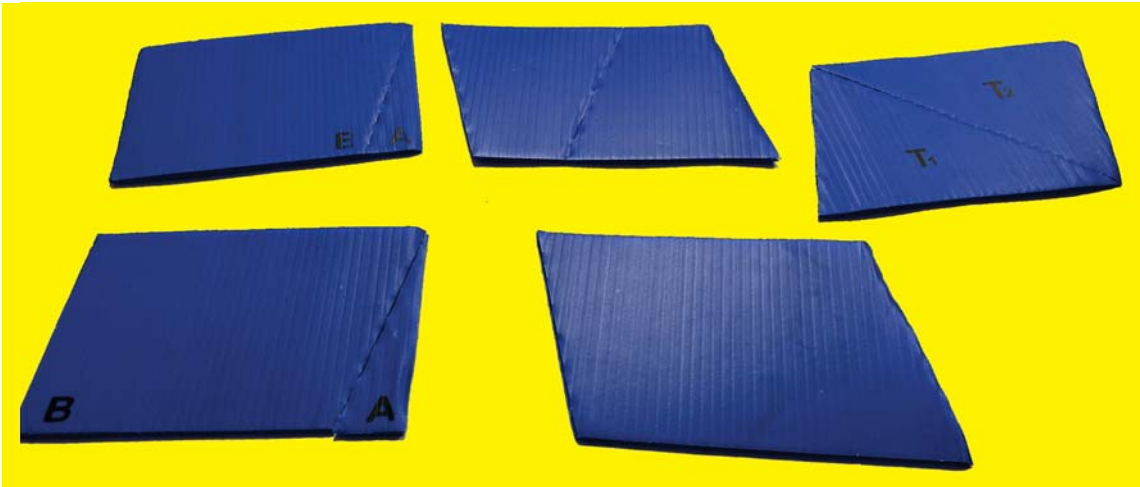
(शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक-1 हल करने को देंगे।)

समेकन- आयताकार मार्ग का क्षेत्रफल = बड़ी आकृति का क्षेत्रफल - छोटी आकृति का क्षेत्रफल

शिक्षक- बच्चों! आइए हम मिलकर एक प्रश्न हल करते हैं।

आयताकार पार्क की लम्बाई 40 मी० तथा चौड़ाई 20 मी० है। इसके बाहर चारों ओर 3 मी० चौड़ा एक रास्ता बनाया गया है। रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

गृहकार्य- शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक-2 को गृहकार्य के लिए देंगे।



क्षेत्रमिति (Mensuration)

fnol & rrih

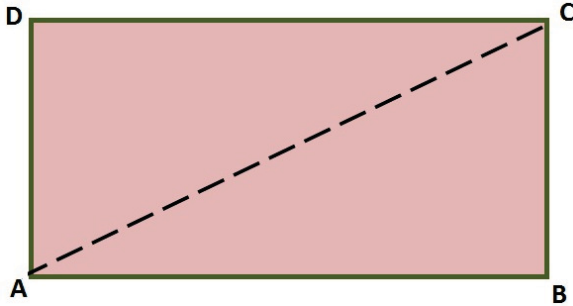
I e; & 40 feU

प्रकरण— त्रिभुजाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल

लर्निंग आउटकम— बच्चे त्रिभुजाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री— 1 वर्ग सेंटीमीटर क्षेत्रफल के कागज के टुकड़े, वर्गाकार, आयताकार चार्ट पेपर के टुकड़े, त्रिभुजाकार आकृति के चार्ट पेपर के टुकड़े।

शिक्षण के प्रारंभ में— शिक्षक बच्चों के समक्ष चार्ट पेपर का एक टुकड़ा प्रदर्शित कर किसी एक बच्चे को आमंत्रित करेंगे कि इस चार्ट पेपर के टुकड़े की लम्बाई और चौड़ाई को पटरी से मापे तथा लम्बाई और चौड़ाई को ब्लैकबोर्ड पर लिखेंगे।



शिक्षक— बच्चों! चार्ट पेपर के टुकड़े की लम्बाई 15 सेमी० तथा चौड़ाई 10 सेमी० है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

छात्र— (बच्चे आयताकार आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कर रहे हैं।)

शिक्षक— बच्चों! अब इस चार्ट पेपर के दो विपरीत कोने A और C को मिलाते हुए एक रेखा खींचते हैं, और देखते हैं कि कितनी त्रिभुजाकार आकृति बनी?

छात्र— 2 (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक— अब इन दोनों त्रिभुजाकार आकृति को एक दूसरे के ऊपर रखने पर यह पूरा ढक लेता है, इसे सर्वांगसम त्रिभुज कहते हैं।

बच्चों! अब अगर इनमें से किसी एक त्रिभुजाकार आकृति $\triangle ABC$ या $\triangle ADC$ का क्षेत्रफल ज्ञात करना हो, तो कैसे करेंगे।

छात्र— (मौन)

शिक्षण के दौरान—

शिक्षक— बच्चों! आज हम त्रिभुजाकार आकृति ABC का क्षेत्रफल ज्ञात करना सीखते हैं।



$$\begin{aligned}\text{त्रिभुजाकार आकृति का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \text{ आयताकार आकृति ABCD का क्षेत्रफल} \\ &= \frac{1}{2} (AB \times BC) \\ &= \frac{1}{2} (\text{आधार} \times \text{ऊँचाई})\end{aligned}$$

हमने देखा कि आयताकार आकृति का क्षेत्रफल का आधा त्रिभुजाकार आकृति का क्षेत्रफल होता है। अतः हम कह सकते हैं कि त्रिभुजाकार आकृति का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (आधार \times ऊँचाई)

(शिक्षक अब इसी प्रकार 15 सेंटीमीटर की भुजा के कई वर्गाकार चार्ट पेपर के टुकड़े को छात्रों के छोटे समूहों में विभाजित कर एक-एक टुकड़ा वितरित करें।)

शिक्षक— बच्चों! अब इस टुकड़े के दोनों विपरीत कोने को मिलाते हुए रेखा खींचे और इसी रेखा के अनुरूप चार्ट पेपर को मोड़ते हैं। हम देखते हैं कि 2 सर्वांगसम त्रिभुजाकार आकृति प्राप्त होती है। वर्गाकार आकृति का क्षेत्रफल एवं त्रिभुजाकार आकृति का क्षेत्रफल दोनों की तुलना करने पर हम पाते हैं कि त्रिभुजाकार आकृति का क्षेत्रफल वर्गाकार आकृति के क्षेत्रफल का आधा होता है। अतः हम कह सकते हैं कि,

$$\text{त्रिभुजाकार आकृति का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (\text{आधार} \times \text{ऊँचाई})$$

शिक्षक— बच्चों! आइए कार्यपत्रक-1 हल करते हैं।

समेकन— बच्चों! आज हमने सीखा कि किसी त्रिभुजाकार आकृति का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (आधार \times ऊँचाई)। आइए एक प्रश्न हल करते हैं।

एक त्रिभुजाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल 60 वर्ग सेमी⁰ और आधार 15 सेमी⁰ है। इस त्रिभुज की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

गृहकार्य— शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक-2 हल करने को देंगे।



क्षेत्रमिति (Mensuration)

fnol & प्रश्न

I e; & 40 feuV

प्रकरण— समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

लर्निंग आउटकम— बच्चे सामान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री— सादा कागज, रंगीन मोटा कागज, कैंची, गोंद आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में —

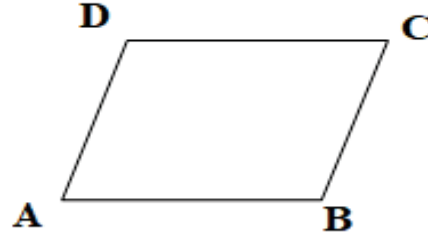
शिक्षक— बच्चों! श्यामपट्ट पर बने चित्र को देखो यह कौन सी आकृति है।

छात्र— समान्तर चतुर्भुज

शिक्षक— समान्तर चतुर्भुज के बारे में आप क्या जानते हो?

छात्र— समान्तर चतुर्भुज ऐसा होता है, जिसकी आमने-सामने की भुजाएँ समान और समान्तर होती है।

श्यामपट्ट

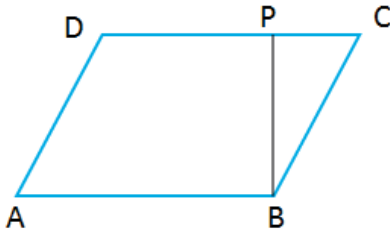


शिक्षक— श्यामपट्ट चित्र में AB समान्तर DC और AD समान्तर BC भुजाएँ है।

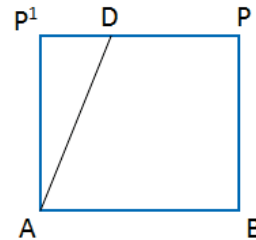
$$AB \parallel DC \text{ और } AD \parallel BC$$

बच्चों! आइये अब हम क्रियाकलाप के माध्यम से समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल निकालना सीखेंगे।

शिक्षण के दौरान— (गतिविधि) एक मोटा रंगीन कागज लेकर उस पर एक समान्तर चतुर्भुज ABCD बनाकर काट लीजिए।



I



II

AB को आधार मानकर बिन्दु B से भुजा DC पर लम्ब BP खींचिए। समान्तर चतुर्भुज से $\triangle BPC$ काटिए इस त्रिभुजाकार आकृति को समान्तर चतुर्भुज के दूसरे छोर AD की ओर उल्टा करके कागज पर चिपकाएँ कि बिन्दु C, बिन्दु D पर मिले और बिन्दु B बिन्दु A पर मिले।



हमने देखा, दिये गए समान्तर चतुर्भुज ABCD से ही आयत ABPP¹ है। अतः ये दोनों क्षेत्रफल में समान होंगे।

शिक्षक— बच्चों आयत का क्षेत्रफल कैसे ज्ञात करेंगे।

बच्चे— आयत का क्षेत्रफल सूत्र से = लम्बाई x चौड़ाई से

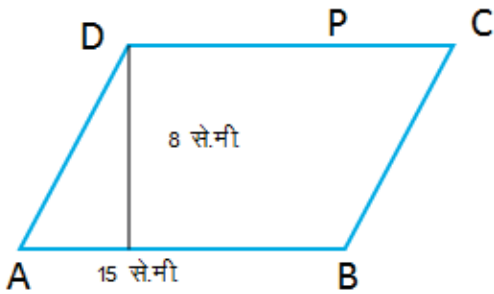
शिक्षक— समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = प्राप्त आयत का क्षेत्रफल

$$= AB \times P^1A$$

$$= \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

अतः समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x संगत ऊँचाई

अभ्यास कार्य (श्यामपट्ट पर)

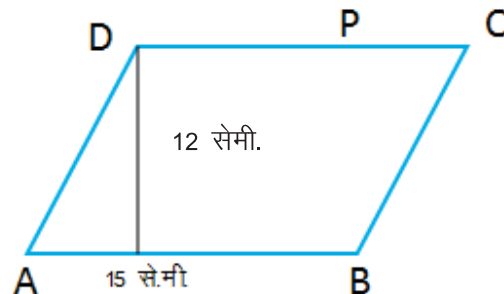


समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= 15 \text{ सेमी} \times 8 \text{ सेमी}$$

$$= 120 \text{ वर्ग सेमी}$$



समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \text{आधार} \times \text{संगत ऊँचाई}$$

$$= 15 \text{ सेमी} \times 12 \text{ सेमी}$$

$$= 180 \text{ वर्ग सेमी}$$

शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 देकर कार्य करने को कहेंगे। जब बच्चे कार्यपत्रक पर कार्य कर रहे होंगे तब शिक्षक बच्चों के पास जाकर अवलोकन कर रहे होंगे बच्चों द्वारा की जा रही गलतियों को समझाकर सुधार करायेंगे।

समेकन— शिक्षक पढ़ाये गये प्रकरण की पुनरावृत्ति करायेंगे तथा बीच-बीच में बच्चों से प्रश्न पूछकर सीखने की प्रगति को देखेंगे।

गृहकार्य— कार्यपत्रक-2, 3 हल करके लायेंगे।

क्षेत्रमिति (Mensuration)

fnol & i pe

l e; & 40 feuV

प्रकरण— समचतुर्भुज का क्षेत्रफल

लर्निंग आउटकम — बच्चे समचतुर्भुजाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री— चॉक, डस्टर, श्यामपट्ट, पेपर आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में — बच्चों! श्यामपट्ट पर बने चित्र को देखो यह कौन सी आकृति है।

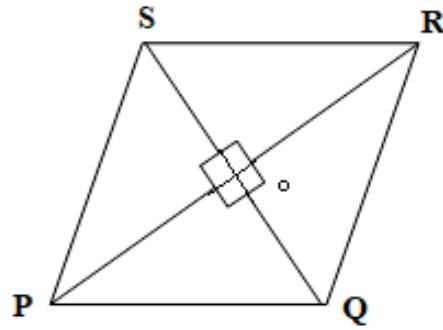
छात्र— समचतुर्भुज

शिक्षक— समचतुर्भुज के बारे में बताएं।

छात्र— ऐसा चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाएं बराबर होती हैं और विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर सम-द्विभाजित करते हैं। समचतुर्भुज कहलाते हैं।

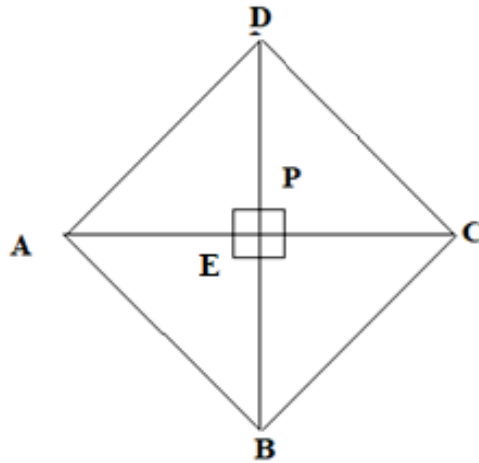
शिक्षक— बच्चो आइए अब हम एक ऐसे समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे, जिसके विकर्णों की लम्बाई ज्ञात हो।

श्यामपट्ट



चित्र-1

शिक्षण के दौरान— अपनी कॉपी पर एक समचतुर्भुज बनाइये जिसकी भुजा की माप अपनी इच्छा के अनुसार ले सकते हैं।

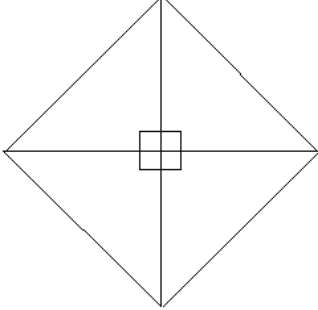


चित्र-2

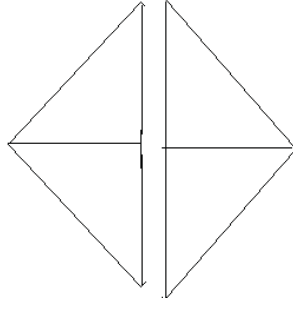
विकर्ण खींचने पर हम देखते हैं कि हमें चार त्रिभुज ADP, DPC, APB, CPB प्राप्त होते हैं। ज्यामिति से हम देखते हैं कि चारों परस्पर सर्वांगसम हैं। (सर्वांगसम को समझने के गतिविधि करते हैं) इसे समझने



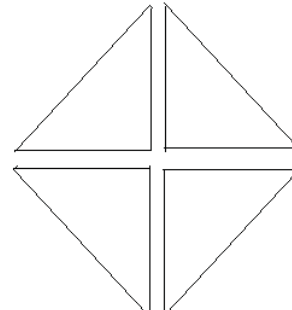
के लिए एक कागज का समचतुर्भुज बनाइये उसके दोनो विकर्णों को खींचिए समचतुर्भुज को काटकर अलग कीजिए जिसे नीचे आकृति में दिखाया गया है।



क



ख



ग

अब इसको विकर्ण **BD** तथा **AC** के अनुपात में मोड़िए। मोड़ के सहारे कैंची से काटकर विकर्णों से त्रिभुजों को अलग कीजिए। हम देखते हैं कि चारों त्रिभुज एक दूसरे को पूरा-पूरा ढक लेते हैं।

अतः समचतुर्भुज में विकर्णों द्वारा बने चारों त्रिभुज सर्वांगसम हैं।

पुनः चित्र II से

$$AP + PC = AC$$

$$DP + PB = DB$$

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = 4 x त्रिभुज **ADP** का क्षेत्रफल

$$= 4 \times \frac{1}{2} (AP \times DP)$$

$$= \frac{1}{2} (2AP \times 2DP)$$

$$= \frac{1}{2} AC \times DB$$

($\therefore 2AP = AC$ और $2DP = DB$)

अतः समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x विकर्णों का गुणनफल

आकलन— शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 का कक्षा में अभ्यास करायेंगे इस दौरान शिक्षक बच्चों के पास जाकर बच्चों द्वारा की जा रही गलतियों को समझाकर सुधार करायेंगे तथा अवलोकन करेंगे।

समेकन— शिक्षक पढ़ाये गये प्रकरण की पुनरावृत्ति करेंगे तथा बच्चों से बीच-बीच में सम्बन्धित प्रकरण से प्रश्न भी पूछेंगे।

गृहकार्य— अभ्यास पत्रक-2 को घर से हल करके लायेंगे।





क्षेत्रमिति (Mensuration)

fnol & 'kBe

I e; & 40 feuV

प्रकरण— आयतन/धारिता की अवधारणा

लर्निंग आउटकम— बच्चे आयतन की अवधारणा से परिचित होकर घन, घनाभ का आयतन ज्ञात करते हैं।
आवश्यक सामग्री— परिवेश की वस्तुएँ, घनाकार टुकड़े और कार्यपत्रक।

शिक्षण के प्रारम्भ में— शिक्षक सभी बच्चों को उन चीजों के नाम बताने को कहें जो उन्होंने पिछले दिन प्रयोग की है। बच्चों द्वारा बतायी गयी वस्तुओं के नाम बोर्ड पर लिखते चलें। बच्चों द्वारा बतायी गयी कुछ वस्तुओं के नाम तालिका में लिख दें और उन्हें अनुमान के आधार पर तालिका भरने को कहें—

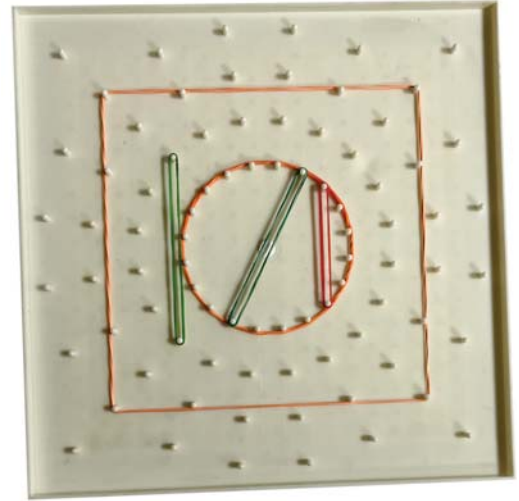
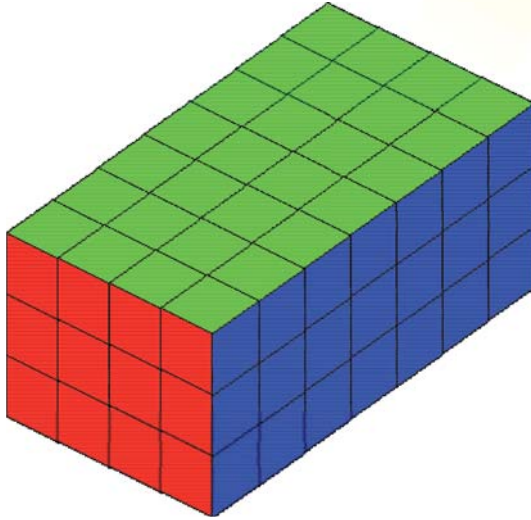
वस्तु का नाम	लम्बाई	चौड़ाई	ऊंचाई
पुस्तक			
कॉपी			
ईट			
लकड़ी का डस्टर			

शिक्षक बच्चों से चर्चा करें कि यदि ये सभी वस्तुएँ सोने की बनी हों तो कौन सी वस्तु ज्यादा मंहगी होगी?

गणित का एक प्रमुख उद्देश्य अनुमान लगाने की क्षमता में वृद्धि करना है। इस प्रकार की गतिविधि का आयोजन करने से जहां एक ओर बच्चों को अनुमान लगाने का मौका मिलेगा वहीं जब वस्तुओं को उनकी कीमत के घटते कम में लिखने का काम कर रहे होंगे उस समय उनके मन में परोक्ष रूप से उन वस्तुओं के आयतन के सम्बन्ध में विचार चल रहा होगा।

शिक्षण के दौरान — शिक्षक बच्चों को पाँच समूहों में विभाजित कर दें। प्रत्येक समूह को इकाई माप के घनाकार टुकड़े दे दें और हर समूह को इन घनाकार टुकड़ों को जमाते हुए घनाभ बनाने को कहें और घनाभ बनाने में लगे कुल घनों की संख्या को गिनकर बताने को कहें। घनाभ बनाने में लगे कुल घनों की संख्या उस घनाभ का आयतन होगा। बच्चों द्वारा बनाए गए घनाभ में लगे घनों की संख्या के आधार पर तालिका भरने को कहें—

समूह संख्या	लम्बाई में लगे घनों की संख्या	चौड़ाई में लगे घनों की संख्या	ऊंचाई में लगे घनों की संख्या	कुल घनों की संख्या
1				
2				
3				
4				
5				



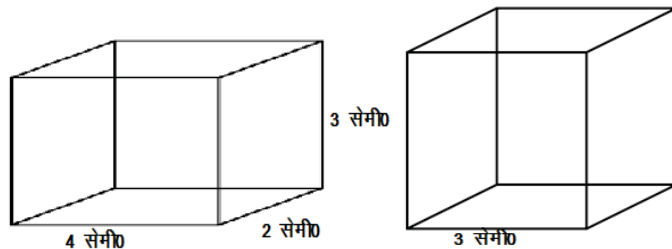
तालिका पूरी हो जाने के बाद बच्चों से चर्चा करें कि लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई में लगे घनों की संख्या और कुल घनों की संख्या में सम्बन्ध खोजें—

$$\begin{aligned} \text{घनाभ का आयतन} &= \text{घनाभ बनाने में लगे कुल घनों की संख्या} \\ &= \text{लम्बाई में लगे घनों की संख्या} \times \text{चौड़ाई में लगे घनों की संख्या} \\ &\quad \times \text{ऊंचाई में लगे घनों की संख्या} \\ &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊंचाई} \\ &= \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई} \end{aligned}$$

आयतन पर इस प्रकार काम करने से यह बात भी स्पष्ट हो जाती है कि इसकी इकाई घन इकाई क्यों होती है।

शिक्षक इसी प्रक्रिया का पालन करते हुए घन का आयतन ज्ञात करने के लिए क्रियाकलाप करवाये।

घनाभाकार आकृति का आयतन—ल० x चौ० x ऊँ०
4 सेमी० x 2 सेमी० x 3 सेमी०
= 24 घन सेमी०
इसी प्रकार घनाकार आकृति का आयतन— भुजा x भुजा x भुजा
3 सेमी० x 3 सेमी० x 3 सेमी० = 27 घन सेमी०



गतिविधि 2 – बच्चों आज हम कप, गिलास, जग, बाल्टी लेते हैं। पहले कप से गिलास में पानी भरते हैं फिर गिलास से जग में पानी भरते हैं और जग से बाल्टी में पानी भरते हैं। अब हम देखते हैं—



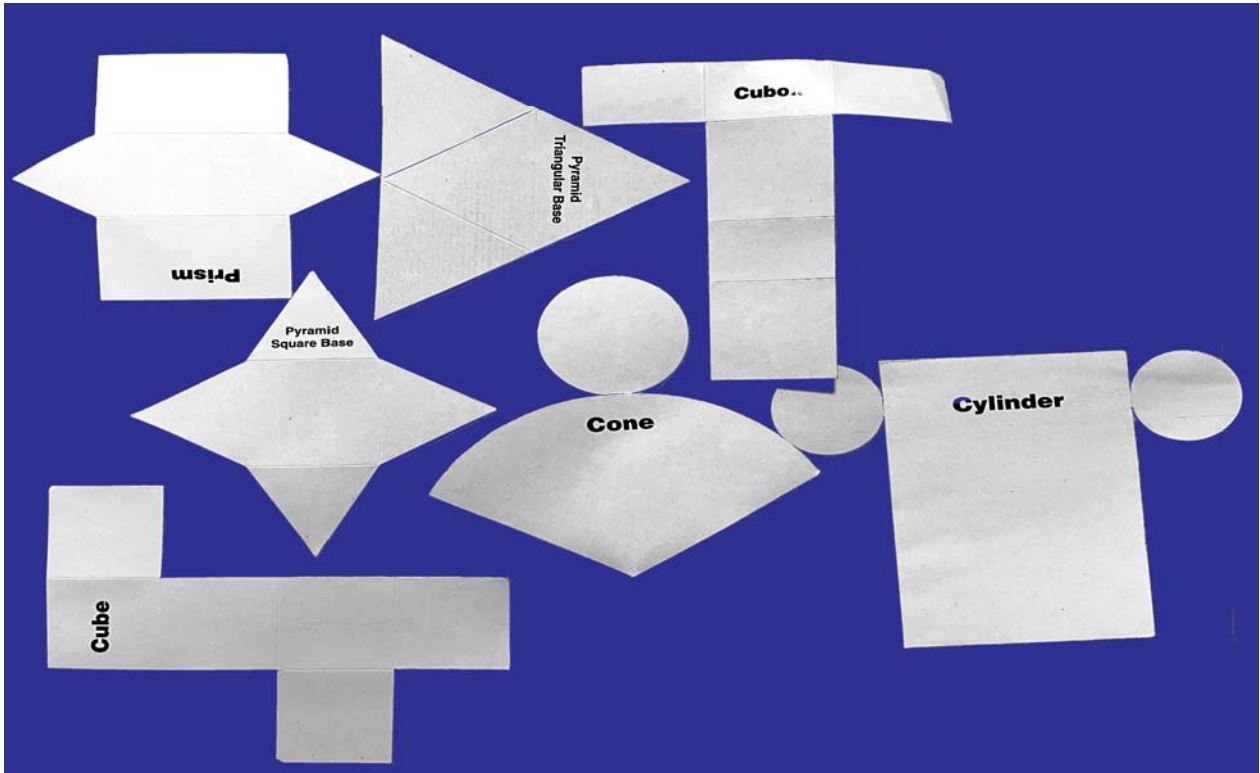
किसी बर्तन में जितना द्रव (तरल) पदार्थ भरा जा सकता है वही उसकी धारिता है। यदि गिलास में चार कप पानी आता है। तो गिलास की धारिता—4 कप होगी। और यदि जग में 5 गिलास पानी आता है तो जग की धारिता —5 गिलास होगी। बाल्टी में 6 जग पानी आता है तो बाल्टी की धारिता—6 जग होगी।

अतः हम कह सकते हैं कि अलग—अलग बर्तनों की धारिता अलग—अलग होगी। (जो बर्तन की लम्बाई, चौड़ाई, ऊँचाई पर निर्भर करती है।) द्रव पदार्थ की प्रकृति बहने की है। अतः पानी, पेट्रोल, दूध, मिट्टी का तेल आदि पदार्थ बर्तन में रखे जाते हैं। बर्तन में लम्बाई, चौड़ाई तथा गहराई (ऊँचाई) होती है। इसलिए द्रवों की माप भी आयतन के रूप में होती है। जिसे धारिता कहते हैं। धारिता की इकाई लीटर है इस संक्षेप में लीटर और मिलीलीटर को मिली लिखते हैं। 1 लीटर=1000 मिली लीटर

आकलन— जब बच्चे कार्यपत्रक—1 पर कार्य कर रहे होंगे। तब शिक्षक बच्चों के पास जाकर बच्चों का अवलोकन करेंगे तथा बच्चों द्वारा की जा रही गलतियों को समझाकर सुधार करवायेंगे।

समेकन— शिक्षक पढ़ाये गए प्रकरण की पुनरावृत्ति करेंगे तथा बच्चों से सम्बन्धित प्रकरण से प्रश्न पूछेंगे जो बच्चे उत्साहपूर्वक सही जवाब दे रहे होंगे उन्हें कक्षा में बच्चों से तालियाँ बजवाकर तथा धन्यवाद देकर उत्साहवर्धन करेंगे।

गृहकार्य— कार्यपत्रक—2, 3 को हल करके लायेंगे।





क्षेत्रमिति (Mensuration)

fnl & lre

l e; & 40 feuV

प्रकरण— घन और घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ

लर्निंग आउटकम— बच्चे ठोस आकृतियों का सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री— गिफ्ट (उपहार) का खाली डिब्बा, श्यामपट्ट

बच्चे ठोस आकृतियों का आयतन निकालना जानते हैं।

शिक्षण के प्रारम्भ में —

शिक्षक— बच्चों! आपने गिफ्ट (उपहार) देखे हैं।

छात्र— हाँ

शिक्षक— बच्चों जो उपहार होते हैं वे चमकीली पन्नी से ढके (बन्द) होते हैं।

छात्र— हाँ

शिक्षक— गिफ्ट (उपहार) छोटे बड़े भी होते हैं।

छात्र— हाँ होते हैं।

शिक्षक— बच्चों बता सकते हैं कि छोटे बड़े उपहारों में कितनी चमकीली पन्नी लगी होती है।

छात्र— जवाब नहीं दे पाते हैं।

शिक्षक— बच्चों उपहार छोटा होगा तो कम चमकीली पन्नी लगी होगी और उपहार बड़ा होगा तो अधिक चमकीली पन्नी लगेगी। इसको ज्ञात करने के लिए इसका सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात करेंगे।

शिक्षण के दौरान— अब हम एक गिफ्ट (उपहार) को खोलते हैं। (जो घनाभाकार आकृति का है) चमकीली पन्नी को हटाते हैं। फिर उसके बाद उसके अन्दर की आकृति को खोलते हैं। तो हमें निम्न प्रकार की आकृति प्राप्त होती है। (जो चित्र-I में प्रदर्शित है।)

	पीछे का फलक (4)		
बायाँ फलक (5)	तली का फलक (1)	दाहिना फलक (6)	ढक्कन का फलक (2)
	सामने का फलक (3)		

चित्र (I)



उपरोक्त चित्र से स्पष्ट है कि गिफ्ट (उपहार) की तली का फलक (1) ढक्कन का फलक (2) के सर्वांगसम है। इसी प्रकार सामने का फलक (3) पीछे के फलक (4) के सर्वांगसम के है और बायां फलक (5) दाये फलक (6)

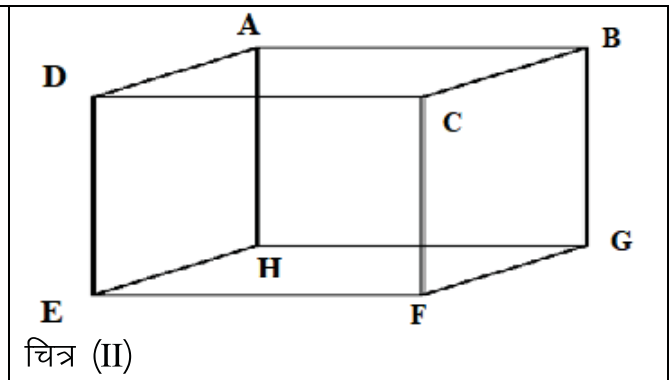
आप चॉक का डिब्बा या माचिस की डिब्बी को खोलकर स्पष्ट कर सकते हैं। छः आयताकार फलक दिखा सकते हैं।

गिफ्ट के इस सभी फलकों के क्षेत्रफलों का योगफल को इसका (गिफ्ट) का सम्पूर्ण पृष्ठ कहते है।

किसी तल पर ठोस आकृति को बनाना सम्भव नहीं है परन्तु हम एक आभासी चित्र-(II) बनाकर सम्बन्धित भागों को दर्शा सकते है।

इस प्रकार हम देखते है कि घनाभ में—

1. आठ शीर्ष होते है।
2. बारह कोर होती है।
3. छः फलकें होती है।
4. ऊपरी फलक सम्मुख निचला फलक समान होता है।
5. दायें और बाये फलक समान होते हैं।
6. सामने और पीछे के फलक समान होते है।



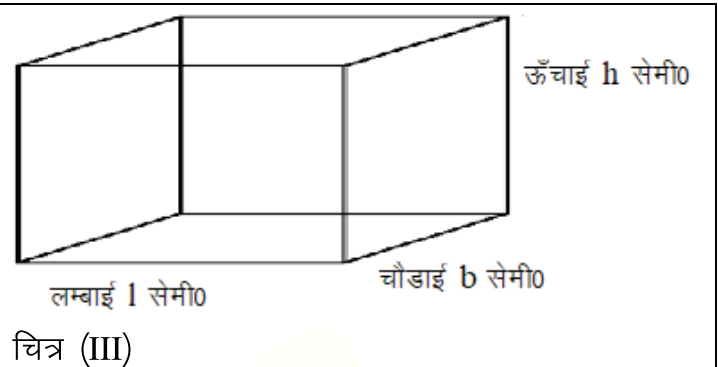
चित्र-(II) में

ऊपरी फलक $ABCD = EFGH$ निचला फलक $ADEH, BCFG$ क्रमशः दायें, बाये फल बराबर है।

$ABGH$ और $DCFE$ क्रमशः पीछे और सामने के फलक बराबर है। हमने देखा कि बाजार में बहुत सी वस्तुएं गिफ्ट स्टील के बक्सो, अलमारी में चमकीली पन्नी, स्टील की चद्दर दपती के बक्सो या मोटे कागज के बक्सो में पैक कर बेची जाती है। इनमें बहुत सी पैकिंग घन और घनाभ आकार की होती है। निर्माता के लिए आवश्यक होता है कि कितनी चमकीली पन्नी, स्टील चद्दर दपती, मोटा कागज आदि लगेगा इसे जानने के लिए सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात करना जरुरी होता है।

चित्र (III) में देखिये—

घनाभ की लम्बाई l , चौड़ाई b , ऊँचाई h है। हम जानते हे घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ उसके सभी छः फलकों के क्षेत्रफल के योगफल के बराबर होता है।





अतः ऊपरी और निचले फलको के क्षेत्रफल का योग—

$$= (lxb+lxb) \text{ सेमी}^2 = 2lb \text{ सेमी}^2$$

बायें और दायें फलको के क्षेत्रफल का योगफल—

$$= (bxh+bh) \text{ सेमी}^2 = 2bh \text{ सेमी}^2$$

सामने और पीछे वाले फलकों का योगफल—

$$= (hxl+hxl) \text{ सेमी}^2 = 2hl \text{ सेमी}^2$$

घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ घनाभ के सभी छः फलकों के क्षेत्रफलों का योग

$$= (2lb + 2bh + 2hl) \text{ सेमी}^2$$

$$= 2(lb+ bh+hl) \text{ सेमी}^2$$

अतः घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ

2 (लम्बाई x चौड़ाई+चौड़ाई x ऊँचाई+ ऊँचाई x लम्बाई)

$$= 2(lb+ bh+hl)$$

इसी प्रकार यदि घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान है तो वह घन बन जाता है। इसमें भी छः फलक होते हैं।

सभी फलक वर्गाकार होते हैं।

सभी का क्षेत्रफल समान होता है।

माना घन की भुजा a है।

एक फलक का क्षेत्रफल = a^2

घन का सम्पूर्ण पृष्ठ = 6 x एक फलक का क्षेत्रफल

घन का सम्पूर्ण पृष्ठ= $6 a^2$

आकलन— बच्चे कार्यपत्रक-1 पर जब कार्य कर रहे होंगे। उस दौरान शिक्षक बच्चे के पास जाकर बच्चों का अवलोकन करेंगे तथा बच्चों द्वारा की जा रही गलतियों को समझाकर सुधार करवायेंगे।

समेकन— शिक्षक पढ़ाये गये प्रकरण की पुनरावृत्ति करेंगे तथा प्रकरण से सम्बन्धित प्रश्नों को बच्चों से पूछेंगे।

गृहकार्य— कार्यपत्रक-2 को हल करके लायेंगे।





घातांक (Exponent)

fnol & i Ze

l e; & 40 feuV

प्रकरण – घातांक की अवधारणा

लर्निंग आउटकम –

1. बच्चे घातांक की अवधारणा से परिचित हैं।
2. संख्या के गुणन रूप को घातांक के रूप में लिख लेते हैं।

आवश्यक सामग्री : पेपर गतिविधि के लिए कुछ पेपर, दीक्षा ऐप, पाठ्यपुस्तक, वर्कशीट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में –

शिक्षक : बच्चों, आप संख्याओं को पढ़ना व गुणा करना तो जानते ही हैं।

छात्र : हाँ में जवाब देते हैं।

शिक्षक बच्चों से ब्लैकबोर्ड पर 100 लिखकर पूछेंगे कि कौन सी संख्या लिखी है पढ़कर बताइए?

छात्र : सौ

शिक्षक एक बड़ी संख्या 10000 लिखकर बच्चों से पूछते हैं, कौन सी संख्या है ? पढ़कर बताइए।

छात्र : दस हजार।

शिक्षक पुनः एक बड़ी संख्या 10000000000 ब्लैकबोर्ड पर लिखकर बच्चों से संख्या पढ़कर बताने को कहते हैं। छात्र नहीं बता पाते हैं।

शिक्षक : इस संख्या को पढ़ना या ऐसी ही अन्य बहुत बड़ी संख्याओं को पढ़ना, उनका योग व अन्तर करना, उनकी तुलना करना सामान्य विधियों से बहुत मुश्किल है। अतः ऐसी समस्याओं के समाधान के लिए घातांक प्रणाली विकसित की गयी है। आज हम घातांक विधि का प्रयोग कर बड़ी संख्याओं को पढ़ना व लिखना सीखेंगे।

शिक्षण के दौरान – हम एक संख्या लेते हैं 10000, जिसको गुणन रूप में इस प्रकार लिख सकते हैं –

$$10 \times 10 \times 10 \times 10$$

अब बताइए कि संख्या 10 गुणन में कितनी बार प्रयुक्त हुई है ?

छात्र : 4 बार

शिक्षक : इसे संक्षिप्त रूप में अर्थात् घात रूप में 10^4 लिखेंगे और इसे 10 की घात 4 पढ़ते हैं। जिस संख्या का बार-बार गुणा किया जाता है उसे आधार कहते हैं और जितनी बार गुणा किया जाता है वह घात है। जैसे यहाँ 10^4 में 10 का 10 से 4 बार गुणा किया गया है, तो 10 आधार है तथा 4 घात है।



$$10^4 \begin{array}{l} \longrightarrow \text{घात} \\ \longrightarrow \text{आधार} \end{array}$$

1000000 को गुणा रूप में लिखिए।

बच्चे लिखते हैं – $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$

शिक्षक : 10 को 10 से आपने कितनी बार गुणा किया ?

छात्र : 6 बार।

शिक्षक : इस संख्या को घातांक में इस प्रकार लिखेंगे – 10^6

और इसे 10 की घात 6 पढ़ेंगे।

अब बताइये 10^6 में आधार व घात क्या है ?

छात्र : आधार 10 व घात 6 है।

शिक्षक : $10 \times 10 \times 10$ को घातांक में क्या लिखेंगे ?

छात्र : 10^3

शिक्षक : 10^3 में आधार व घात क्या है ?

छात्र : आधार = 10 तथा घात = 3 है।

शिक्षक बच्चों को पेपर देकर पेपर गतिविधि से भी घातांक व घातांक में लिखी संख्या का मान निकालना सिखायेंगे। शिक्षक बच्चों को निर्देश देंगे वैसा ही बच्चे पेपर से करेंगे।

शिक्षक : बच्चों पेपर को बीच से एक बार मोड़िये एवं खोलकर देखें कि यह कितने भागों में बँट गया है ?

छात्र : 2 भागों में।

शिक्षक : यह 3^2 की घात 1 है अर्थात् 2 बार 3

शिक्षक : अब पेपर (मुड़े हुए पेपर से) को पुनः एक बार बीच से मोड़िये। खोलकर देखिए कितने बराबर भागों में बँट गया ?

छात्र : 4 भागों में।

शिक्षक : इसे घातांक रूप में क्या लिखेंगे ?

छात्र : 2^2



शिक्षक : फोल्ड गिनकर 2^2 का मान बताइये ?

छात्र : (बच्चे गिनकर 4 बताते हैं)।

शिक्षक : अब इस मुड़े पेपर को पुनः बीच से एक बार और मोड़िए। अब पेपर को कितनी बार दो हिस्सों में विभाजित किया गया ?

छात्र : तीन बार।

शिक्षक : इसे घातांक में कैसे लिखेंगे ?

छात्र : 2^3

शिक्षक : 2^3 का मान क्या होगा ?

छात्र : फोल्ड गिनकर 8 बताते हैं।

इसी प्रकार शिक्षक 2^4 , 2^5 , 3^1 , 3^2 आदि का मान पेपर गतिविधि से निकालना बच्चों को सिखाते हैं।

गतिविधि के बाद शिक्षक बच्चों को वर्कशीट करने को देंगे तथा स्वयं निरीक्षण एवं अवलोकन करेंगे।

समेकन – शिक्षक पढ़ाये गये पाठ के महत्वपूर्ण बिन्दुओं को ब्लैकबोर्ड पर लिखेंगे तथा पुनः बच्चों को बतायेंगे कि –

1. संख्याओं को घातांकीय रूप में व्यक्त किया जा सकता है।
2. घातांक के प्रयोग से संख्याओं को पढ़ना, समझना, तुलना करना व उन पर संक्रियाएँ करना आसान हो जाता है।
3. जिस संख्या को बार-बार गुणा किया जाता है उसे आधार व जितनी बार गुणा किया जाता है उसे संख्या की घात कहते हैं।

गृहकार्य – बच्चों, आपको यह कार्यपत्रक घर से करके लाना है –





राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद उत्तर प्रदेश, लखनऊ

पता : जे.बी.टी.सी. कैम्पस, निशातगंज, लखनऊ
दूरभाष : 0522-2780385, 2780505, फैक्स : 0522-2781125
ई-मेल : dscertup@gmail.com
वेबसाइट : www.scert-up.in
फेसबुक : [@dscertup](https://www.facebook.com/dscertup)