



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

कक्षा-7



राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद
उत्तर प्रदेश, लखनऊ
वर्ष 2022-23

शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

कक्षा-7



राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद
उत्तर प्रदेश, लखनऊ
वर्ष 2022-23

मुख्य संरक्षक :

श्री विजय किरन आनन्द, महानिदेशक, स्कूल शिक्षा / राज्य परियोजना निदेशक, समग्र शिक्षा, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

संरक्षक :

डॉ० अंजना गोयल, निदेशक, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

निर्देशन :

डॉ० पवन कुमार, संयुक्त निदेशक (एस०एस०ए०), राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

श्रीमती दीपा तिवारी, सहायक शिक्षा निदेशक, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

समन्वयन एवं सम्पादन :

डॉ० मनीषा शुक्ला, प्रवक्ता (शोध), राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

विशेष सहयोग :

डॉ० शुभ्रांशु उपाध्याय, सलाहकार, यूनीसेफ, लखनऊ ।

डॉ० महेन्द्र कुमार द्विवेदी, सलाहकार, यूनीसेफ, लखनऊ ।

लेखक मण्डल :

श्री दिव्य दर्शन मिश्र, प्रवक्ता (गणित), जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान, लखनऊ ।

श्री रवि प्रताप सिंह, प्रवक्ता (गणित), जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान, मथुरा ।

श्री राकेश कुमार यादव, प्रवक्ता (गणित), जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान, गाजीपुर ।

डॉ० विवेक कुमार पाण्डेय, प्रवक्ता (गणित), जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान, अयोध्या ।

श्री संजय शर्मा, प्रवक्ता (भौतिक विज्ञान), जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान, लखनऊ ।

श्री हरिहर पाठक, सहायक अध्यापक, पूर्व माध्यमिक विद्यालय टी०पी० नगरा, कादीपुर, सुल्तानपुर ।

श्री दिनेश कुमार वर्मा, सहायक अध्यापक, उच्च प्राथमिक विद्यालय कोपवा, सिद्धौर, बाराबंकी (राज्य पुरस्कार विजेता) ।

श्रीमती सूर्या त्रिपाठी, सहायक अध्यापिका, उच्च प्राथमिक विद्यालय मिर्जानगर, बेहटई, देवा, बाराबंकी ।

श्रीमती दीपशिखा राय, प्रधानाध्यापिका, प्राथमिक विद्यालय बरेठी, देवा, बाराबंकी ।

श्रीमती मधुरिमा श्रीवास्तव, सहायक अध्यापिका, उच्च प्राथमिक विद्यालय शीतलपुरवा, बक्शी का तालाब, लखनऊ ।

श्रीमती अंजलि झा, सहायक अध्यापिका, प्राथमिक विद्यालय अकवाबाद-2, बीघापुर, उन्नाव ।

श्री आशुतोष दुबे, सहायक अध्यापक, उच्च प्राथमिक विद्यालय कम्पोजिट तालग्राम, कन्नौज ।

श्री रवि शंकर पाण्डेय, सहायक अध्यापक, कम्पोजिट विद्यालय पत्थरताली, भरावन, हरदोई ।

श्री राजकुमार, सहायक अध्यापक, पूर्व माध्यमिक विद्यालय बिरमा, मलासा, कानपुरदेहात ।

श्री धीरेन्द्र सिंह देशवार, प्रधानाध्यापक, कम्पोजिट विद्यालय सलेमपुर, सहपऊ, हाथरस ।

सुश्री भावना सक्सेना, सहायक अध्यापिका, संविलियन विद्यालय मामूरां, बिसरख, गौतमबुद्धनगर ।

सुश्री कल्पना शर्मा, सहायक अध्यापिका, प्राथमिक विद्यालय चौरौली, जेवर, गौतमबुद्धनगर ।

श्री अश्वनी कुमार अवस्थी, सहायक अध्यापक, उच्च प्राथमिक विद्यालय भरतपुर, शाहजहाँपुर ।

श्री मंजेश कुमार, सहायक अध्यापक उच्च प्राथमिक विद्यालय रानेपुर, झींझक, कानपुरदेहात ।

सुश्री भावना शर्मा, सहायक अध्यापिका, प्राथमिक विद्यालय कमालपुर, हापुड़ ।

श्री प्रशांत बाजपेई, प्रधानाध्यापक, प्राथमिक विद्यालय देवाराकला-2, सि0 सरोसी, उन्नाव ।

समीक्षा

श्री अनिल कुमार, प्रा.वि. परापांतर, पनवाड़ी (महोबा)

कम्प्यूटर ले-आउट एवं डिजाइनिंग :

श्रीमती अपर्णा चक्रवर्ती, आशुलिपिक, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

श्रीमती मोनिका गुप्ता, कम्प्यूटर ऑपरेटर, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।

सुश्री अमरजीत कौर, कम्प्यूटर ऑपरेटर, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उत्तर प्रदेश, लखनऊ ।



निदेशक की कलम से.....



बच्चे किसी भी राष्ट्र या समाज की सर्वोत्तम सम्पत्ति होते हैं एवं उनमें किया गया निवेश ही किसी राष्ट्र की पूंजी होती है। किसी भी राष्ट्र की प्रगति, कल्पना एवं उसका भविष्य, उसके बच्चों की प्रगति से ही होता है। शिक्षा ही वह प्रकाश स्तम्भ है, जो बच्चों के साथ-साथ राष्ट्र के भी प्रगति पथ को प्रशस्त करता है। यह प्रगति पथ तभी प्रशस्त हो सकता है, जब उन्हें गुणवत्तापूर्ण शिक्षा प्रदान की जाए।

अतः शिक्षक को प्रत्येक बच्चे की प्रगति का निरंतर आकलन करते हुए उसकी कमियों में सुधार कर अपेक्षित अधिगम स्तर की प्राप्ति के लिए सतत प्रयास करना चाहिए। विद्यालयी शिक्षा में यदि हम विभिन्न विषयों में बच्चों की रुचि एवं सम्प्राप्ति को देखते हैं, तो गणित विषय में स्थिति अपेक्षाकृत न्यून होती है। इसका कारण सामान्यतः बच्चों में मूलभूत गणितीय जानकारी एवं अवधारणाओं की समझ न होना है जिससे गणित विषय में बच्चों का प्रदर्शन सम्प्राप्ति स्तर के अनुरूप नहीं होता है तथा गणित विषय के प्रति रुझान क्रमशः कम हो जाता है।

उक्त परिप्रेक्ष्य में कक्षा 6, 7 एवं 8 की गणित की विषयवस्तु के आधारभूत सम्बोधों तथा अवधारणाओं को बच्चों के पूर्वज्ञान और पिछली कक्षाओं के सम्बोधों से जोड़ते हुए रुचिकर ढंग से सीखने-सिखाने हेतु शिक्षकों के लिए **“शिक्षक संदर्शिका : गणित”** (उपचारात्मक शिक्षण हेतु) का विकास किया गया है। इसमें प्रारम्भिक गणित से लेकर कक्षा 6, 7 एवं 8 के सम्बोधों को सम्मिलित किया गया है। कठिन सम्बोधों को रुचिकर तरीके से सिखाने हेतु नवाचारी शिक्षण विधियों/पाठयोजनाओं/गतिविधियों का समावेश किया गया है। इसमें दी गयी शिक्षण विधियों से शिक्षक बच्चों की समझ और अनुप्रयोग के स्तर को बढ़ाते हुए उनकी गणित विषय में रुचि उत्पन्न करने में सफल हो सकेंगे।

गणितीय संक्रियाओं को सम्पुष्ट करने तथा अधिकाधिक अभ्यास करने का अवसर देने के उद्देश्य से बच्चों के लिए **“मेरी प्यारी गणित”** अभ्यास पुस्तिका का विकास कराया गया है। इसमें दिये गये अभ्यास कार्यों के माध्यम से बच्चे गणितीय सम्बोधों को आसानी से समझ सकेंगे तथा गणित का व्यावहारिक जीवन में प्रयोग करने में सक्षम हो सकेंगे। यह प्रयास किया गया है कि **“मेरी प्यारी गणित”** में सम्मिलित कार्यपत्रक बच्चों में स्वाध्याय एवं स्वयं करके सीखने की प्रवृत्ति को बढ़ायेंगे। इससे उनके अधिगम सम्प्राप्ति स्तर में वृद्धि होगी।

इस हस्तपुस्तिका एवं कार्यपुस्तिका के विकास से जुड़े विभिन्न जनपदों के जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान के प्रवक्ताओं, बाह्य विशेषज्ञों एवं शिक्षकों को मैं बधाई देती हूँ, जिन्होंने अपने सतत् एवं अथक परिश्रम से इस हस्तपुस्तिका एवं कार्यपुस्तिका के विकास में सहयोग प्रदान किया है। साथ ही इस हस्तपुस्तिका एवं कार्यपुस्तिका के निर्देशन हेतु मैं डॉ. पवन कुमार, संयुक्त निदेशक (एस.एस.ए.), श्रीमती दीपा तिवारी, सहायक शिक्षा निदेशक तथा समन्वय एवं सम्पादन हेतु डॉ. मनीषा शुक्ला, प्रवक्ता (शोध), राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उ.प्र., लखनऊ के प्रति आभार व्यक्त करती हूँ। इस हस्तपुस्तिका एवं कार्यपुस्तिका में विभिन्न स्रोतों से सामग्री ली गयी है, उन सभी के प्रति भी मैं आभार व्यक्त करती हूँ। इस हस्तपुस्तिका एवं कार्यपुस्तिका को और अधिक उपयोगी बनाने के सम्बन्ध में आपके सुझाव सादर आमंत्रित हैं।



(डॉ. अंजना गोयल)

निदेशक

राज्य शैक्षिक अनुसंधान और
प्रशिक्षण परिषद, उ.प्र., लखनऊ

भूमिका

वर्तमान परिदृश्य की चुनौतियों को देखते हुए सीखने-सिखाने की प्रक्रिया में भी निरन्तर सुधार की आवश्यकता है। कोरोना काल में विद्यालय दीर्घ काल तक बन्द रहें यद्यपि विभिन्न ऑनलाइन माध्यमों से अधिगम सम्प्राप्ति हेतु प्रयास किये गये, परन्तु इन प्रयासों के बाद भी अधिगम के क्षेत्र में चिंताजनक ह्रास हुआ है। अन्य विषयों की अपेक्षा गणित, जो कि अभ्यास का विषय है, में अधिगम की क्षति अपेक्षाकृत अधिक है।

बच्चों के अधिगम स्तर को पुष्ट करने के लिए अलग-अलग स्तरों से विभिन्न प्रयास किये जा रहे हैं। सबसे आवश्यक है कक्षानुसार अपेक्षित अधिगम सम्प्राप्ति से न्यून सम्प्राप्ति वाले बच्चों को वर्तमान कक्षा स्तर की दक्षताओं तक लाना। इस उद्देश्य की पूर्ति हेतु उच्च प्राथमिक स्तर की गणित विषय में उपचारात्मक शिक्षण के लिए शिक्षक संदर्शिका तथा विद्यार्थियों हेतु कार्यपुस्तिका का विकास किया गया है।

शिक्षक संदर्शिका के विकास से पूर्व उन अधिगम दक्षताओं की मैपिंग की गयी जहाँ सामान्यतया प्राथमिक कक्षाओं में बच्चों की समझ अपेक्षानुसार कम होती है, जैसे-संख्या पहचान, संख्या पद्धति, संक्रियायें, भिन्न, दशमलव, लघुतम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक, ज्यामिति, क्षेत्रमिति आदि। इन सभी उप विषयों के विभिन्न प्रकरणों पर कार्यपत्रकों के सापेक्ष शिक्षण योजना, नवाचारी विधियों, नये प्रयोगों एवं गतिविधियों को शिक्षक संदर्शिका में सम्मिलित किया गया है। शिक्षक संदर्शिका तथा कार्यपुस्तिका को 50 दिन के सघन अभ्यास से जोड़ा गया है। इनके माध्यम से शिक्षक निर्धारित अवधि में योजनाबद्ध तरीके से गणितीय अवधारणाओं की समझ विकसित कर विद्यार्थियों को वर्तमान कक्षा के स्तर तक सहजता से ला सकेंगे। इस शिक्षक संदर्शिका में दी गयी शिक्षण विधियों, पाठयोजनाओं एवं गतिविधियों के साथ साथ शिक्षक अन्य नवाचारी गतिविधियों का भी प्रयोग कर सकते हैं, लक्ष्य है विद्यार्थियों में गणितीय अवधारणाओं की समझ विकसित करने के साथ-साथ गणित के प्रति रूचि उत्पन्न करना। गतिविधियों में प्रयुक्त सामग्री का चयन परिवेशीय उपलब्धता के अनुसार किया जा सकता है। शिक्षक संदर्शिका में गणित किट के प्रयोग को भी सम्मिलित किया गया है। कक्षा शिक्षण के दौरान शिक्षकों द्वारा गणित किट का प्रयोग किया जाना गणित शिक्षण को अधिक प्रभावी और रूचिकर बनायेगा।

विद्यार्थियों में गणितीय अवधारणाओं को सम्पुष्ट करने, समझ विकसित करने, गणित को दैनिक जीवन से जोड़ने तथा अधिकाधिक अभ्यास करने का अवसर देने के उद्देश्य से “मेरी प्यारी गणित” कार्यपुस्तिका तैयार की गयी है। कक्षा 6, 7 एवं 8 के स्तर पर बच्चे को प्रारम्भिक कक्षाओं में सीखी गयी गणितीय संक्रियाओं का विस्तृत प्रयोग करना होता है। गणितीय संक्रियाओं का आधारभूत ज्ञान न होने पर अथवा अवधारणायें स्पष्ट न होने पर, उन्हें कठिनाईयों का सामना करना पड़ता है। अतः इन कार्यपुस्तिकाओं में पूर्व कक्षाओं को अवधारणाओं से सम्बन्धित अभ्यास कार्यों को जोड़ा गया है। कार्यपुस्तिकाओं में सम्मिलित कार्यपत्रकों तथा विभिन्न गतिविधियों के माध्यम से बच्चे गणित को सरल ढंग से सीख सकेंगे।

प्रत्येक शिक्षण योजना से सम्बन्धित कार्य पत्रकों की संख्या अनुक्रमणिका में दी गयी है।

उपचारात्मक शिक्षण हेतु महत्वपूर्ण बातें

शिक्षण में उत्साह और आनन्द का माहौल बहुत महत्वपूर्ण है। उत्साहहीन व ऊबाऊ शिक्षण विद्यार्थियों को भी उत्साहहीन बना देता है। अतः शिक्षक को शिक्षण की संपूर्ण प्रक्रिया को सकारात्मक उत्साह के साथ करना चाहिए तथा शिक्षण गतिविधियों को भी रुचिपूर्ण तरीके से करवाना चाहिए। शिक्षण के दौरान निम्नलिखित बातों को ध्यान में रखें—

- ✓ यह ध्यान रखें कि शिक्षण कक्ष सुरुचिपूर्ण व व्यवस्थित हो। कक्ष की पर्याप्त साफ-सफाई हो। कुर्सियाँ / दरियाँ आदि ठीक से रखी / बिछाई गयी हों। दीवारों पर सम्बन्धित पोस्टर लगे हों।
- ✓ कक्ष में पर्याप्त रोशनी की व्यवस्था होनी चाहिए।
- ✓ कक्ष का आकार प्रतिभागियों की संख्या के अनुरूप हो। बैठने की व्यवस्था इस प्रकार से की गयी हो कि सभी विद्यार्थी एक दूसरे को देख सकें, जो कि सफल निर्बाध संवाद के लिए अति महत्वपूर्ण है।
- ✓ श्यामपट्ट पर लिखा कमरे के हर कोने से स्पष्ट दिखाई दे सके। श्यामपट्ट की सतह ठीक हो। प्रतिदिन उसे ठीक से साफ किया जाए।
- ✓ शिक्षण के दौरान काम आने वाली सामग्री पर्याप्त मात्रा में उपलब्ध हो जैसे चॉक, डस्टर, पठन सामग्री की पर्याप्त प्रतियाँ, चार्ट पेपर, स्केच पैन, गणित किट आदि।
- ✓ प्रत्येक कालांश हेतु निर्धारित समय-सीमा का ध्यान रखा जाए। शिक्षक कालांश प्रारम्भ करने हेतु निर्धारित समय से थोड़ा पहले ही कक्षा में पहुँच जाये, जिससे कालांश ससमय प्रारम्भ किया जा सके।
- ✓ शिक्षक विद्यार्थियों से सदैव शालीन व्यवहार करें, सभी विद्यार्थियों को बोलने का अवसर दें तथा उनकी बातों को धैर्यपूर्वक सुने।
- ✓ समूह कार्य कराते समय इस बात का ध्यान रखा जाए कि इसमें सभी विद्यार्थी सम्मिलित हों और सभी को समान अवसर प्राप्त हों।
- ✓ समय-समय पर वातावरण को सहज बनाने के लिए मनोरंजक गतिविधियों का संचालन भी किया जा सकता है।
- ✓ सन्दर्शिका में 50 दिवसीय उपचारात्मक शिक्षण की कार्ययोजना दी गयी है।
- ✓ हर कार्य दिवस की एक शिक्षण योजना है।

गणित (रिमीडियल) हस्तपुस्तिका लर्निंग आउटकम

दिन	विषय	निकटतम LO कोड	लर्निंग आउटकम
1	संख्या पहचान	M201.1	बच्चे तीन अंकों की संख्या आसानी से पहचान लेते हैं।
		M301.1	बच्चे चार व पाँच अंकों की संख्या आसानी से पहचान लेते हैं।
			बच्चे सम-विषम संख्याओं में अंतर कर लेते हैं।
2	संक्रियायें	M403	बच्चे तीन एवं चार अंकीय संख्याओं का हासिल वाला जोड़ कर लेते हैं।
		M406	बच्चे जोड़ पर आधारित वार्तिक प्रश्नों को हल कर लेते हैं।
		M403	बच्चे तीन एवं चार अंकीय संख्याओं का उधार वाला घटाव कर लेते हैं।
		M406	बच्चे घटाव पर आधारित वार्तिक प्रश्नों को हल कर लेते हैं।
		M303.1	बच्चे एक अंकीय संख्या का एक अंकीय व दो अंकीय संख्या से गुणा कर लेते हैं।
		M404	बच्चे दो अंकीय संख्या का तीन अंकीय संख्या से गुणा कर लेते हैं।
		M303.2	बच्चे भाग की अवधारणा को समझते हैं एवं एकल चरण की भाग की प्रक्रिया कर लेते हैं।
		M405	बच्चे एक अंकीय व दो अंकीय संख्याओं से दो या दो से अधिक अंकों की संख्या में भाग कर लेते हैं।
			बच्चे 2, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 12 और 15 की विभाज्यता की जांच कर लेते हैं।

3	संख्या पद्धति	M603	बच्चे संख्याओं की BODMAS के आसान प्रश्नों को हल कर लेते हैं।
		M603	बच्चे संख्याओं की BODMAS के कठिन प्रश्नों को हल कर लेते हैं।
		M402	बच्चे संख्याओं की पूर्ववर्ती व अनुवर्ती संख्या एवं पैटर्न के प्रश्नों को बता लेते हैं।
		M602	बच्चे प्राकृतिक, पूर्ण एवं पूर्णांक संख्याओं की अवधारणा से परिचित हैं।
4	लघुतम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	M407	बच्चे दी गयी संख्याओं के अपवर्तक ज्ञात कर सकते हैं।
		M407	बच्चे दी गयी संख्याओं के अपवर्त्य ज्ञात कर सकते हैं।
		M611	बच्चे महत्तम समापवर्तक की अवधारणा को समझ कर दी गयी संख्याओं का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कर लेते हैं।
		M610	बच्चे लघुतम समापवर्त्य की अवधारणा को समझ कर दी गयी संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य ज्ञात कर लेते हैं।
			बच्चे लघुतम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्तक में सम्बन्ध समझ लेते हैं।
5	भिन्न	M505	बच्चे भिन्न का गुणा और भाग कर लेते हैं।
			बच्चे भिन्न को सरलतम रूप से व्यक्त कर लेते हैं और समतुल्य भिन्नों को जानते हैं।
6	दशमलव	M409	बच्चे दसवें, सौवें और हजारवें का उपयोग कर दशमलव को पढ़ और लिख लेते हैं।
		M409	बच्चे दशमलव संख्याओं की तुलना कर लेते हैं।
			बच्चे दैनिक जीवन में (भार, धारिता, मुद्रा, लम्बाई) दशमलव का उपयोग देख व तुलना कर लेते हैं।
		M507	बच्चे दशमलव संख्याओं का जोड़ कर लेते हैं।
		M507	बच्चे दशमलव संख्याओं का घटाव कर लेते हैं।
		M507	बच्चे दशमलव संख्याओं का गुणा कर लेते हैं।
		M507	बच्चे दशमलव संख्याओं का भाग कर लेते हैं।
7	ज्यामिति	M606	बच्चे विभिन्न ज्यामिति अवधारणा जैसे—बिंदु, रेखा, किरण एवं रेखाखण्ड में अन्तर कर लेते हैं।

		M609	बच्चे परस्पर लम्ब रेखाओं की अवधारणा और लम्ब रेखाओं के बीच बनने वाले कोण 90° को समझ लेते हैं।
			बच्चे समतल एवं वक्रतल को पहचान लेते हैं और उनके गुणों को समझ लेते हैं।
			बच्चे समांतर रेखा की अवधारणा को समझ लेते हैं।
		M512	बच्चे कोण की अवधारणा को समझ लेते हैं।
			बच्चे तिर्यक रेखा पर बने कोण को पहचान लेते हैं।
		M512	बच्चे विभिन्न प्रकार के कोणों की अवधारणा को समझ लेते हैं।
			बच्चे पूरक एवं अनुपूरक कोणों की अवधारणा को समझ लेते हैं।
		M513	बच्चे कोणों का अनुमानित और चांदे से कोण मापन कर लेते हैं।
		M607	बच्चे चांदे का उपयोग कर कोणों की रचना कर लेते हैं।
8	बीजगणित		बच्चे संख्याओं को दर्शाने के लिए अक्षरों का प्रयोग कर लेते हैं तथा चर-अचर में अन्तर कर लेते हैं।
			बच्चे सजातीय एवं विजातीय पदों की पहचान कर लेते हैं।
		M605	बच्चे बीजीय व्यंजकों की डिग्री ज्ञात कर लेते हैं तथा एक पदी, दो पदीय आदि व्यंजकों को पहचान लेते हैं।
		M605	बच्चे समान पदों वाले बीजीय व्यंजक का जोड़ एवं घटाना कर लेते हैं।
		M605	बच्चे बीजीय व्यंजकों का मान ज्ञात कर लेते हैं।
			बच्चे BODMAS की सहायता से बीजीय व्यंजकों को हल कर लेते हैं।
		M717	बच्चे एक पदीय एवं बहुपदीय व्यंजकों का गुणा कर लेते हैं।
		M804	बच्चे सर्वसमिका को हल कर लेते हैं।
9	क्षेत्रमिति		बच्चे घन और घनाभ की आयतन की अवधारणा को समझ लेते हैं।
		M620	बच्चे घन एवं घनाभ का आयतन ज्ञात कर लेते हैं।

अनुक्रमणिका

सप्ताह	प्रकरण		दिवस	कार्यपत्रकों की संख्या	पृ.सं.
प्रथम	➤ तीन अंकों की संख्या पहचान	संख्या पहचान	1	4	1
	➤ चार व पाँच अंकों की संख्या पहचान	संख्या पहचान	2	3	5
	➤ सम-विषम संख्या	संख्या पहचान	3	3	8
	➤ जोड़ (तीन एवं चार अंकीय संख्याओं का)	संक्रियायें	4	3	10
	➤ जोड़ (वार्तिक प्रश्न)	संक्रियायें	5	2	12
द्वितीय	➤ घटाव (तीन एवं चार अंकीय संख्याओं का)	संक्रियायें	6	4	14
	➤ घटाव (वार्तिक प्रश्न)	संक्रियायें	7	2	16
	➤ गुणा (दो अंकीय संख्या से एक अंकीय संख्या का)	संक्रियायें	8	6	19
	➤ गुणा (तीन अंकीय संख्या से दो अंकीय संख्या का)	संक्रियायें	9	5	22
	➤ भाग (भाग की अवधारणा)	संक्रियायें	10	6	24
तृतीय	➤ भाग (एक अंकीय एवं दो अंकीय संख्या से भाग)	संक्रियायें	11	4	27
	➤ विभाज्यता की जाँच	संक्रियायें	12	2	29
	➤ BODMAS के आसान प्रश्न	संख्या पद्धति	13	2	32
	➤ BODMAS के कठिन प्रश्न	संख्या पद्धति	14	2	34
	➤ पूर्ववर्ती व अनुवर्ती संख्या एवं पैटर्न	संख्या पद्धति	15	2	36
चतुर्थ	➤ प्राकृतिक पूर्ण एवं पूर्णांक संख्या	संख्या पद्धति	16	2	40
	➤ अपवर्तक	ल.स. व म.स.	17	2	43
	➤ अपवर्त्य	ल.स. व म.स.	18	2	47
	➤ महत्तम समापवर्तक	ल.स. व म.स.	19	3	50
	➤ लघुतम समापवर्तक	ल.स. व म.स.	20	3	52
पंचम	➤ ल0स0 एवं म0स0 में सम्बन्ध	ल.स. व म.स.	21	2	55
	➤ भिन्नों का गुणा व भाग	भिन्न	22	4	57
	➤ समतुल्य भिन्न	भिन्न	23	4	63
	➤ दशमलव की अवधारणा	दशमलव	24	4	67
	➤ दशमलव संख्याओं की तुलना	दशमलव	25	4	73

षष्ठम	➤ मापन में दशमलव का प्रयोग	दशमलव	26	1	76
	➤ दशमलव संख्याओं का जोड़	दशमलव	27	4	79
	➤ दशमलव संख्याओं का घटाव	दशमलव	28	4	82
	➤ दशमलव संख्याओं का गुणा	दशमलव	29	3	86
	➤ दशमलव संख्याओं का भाग	दशमलव	30	4	89
सप्तम	➤ बिंदु, रेखा, किरण एवं रेखाखण्ड	ज्यामितीय	31	5	94
	➤ लम्ब रेखायें	ज्यामितीय	32	2	96
	➤ समतल एवं वक्रतल	ज्यामितीय	33	3	99
	➤ समांतर रेखायें	ज्यामितीय	34	2	102
	➤ कोण की अवधारणा	ज्यामितीय	35	1	104
अष्टम	➤ कोण के प्रकार	ज्यामितीय	36	4	107
	➤ तिर्यक रेखा पर बने कोण	ज्यामितीय	37	2	111
	➤ पूरक एवं अनुपूरक कोण	ज्यामितीय	38	3	113
	➤ चांदे से कोण का मापन	ज्यामितीय	39	4	117
	➤ कोणों की रचना	ज्यामितीय	40	4	121
नवम्	➤ चर—अचर राशियाँ	बीजीय व्यंजक	41	1	125
	➤ सजातीय एवं विजातीय पद	बीजीय व्यंजक	42	1	128
	➤ डिग्री तथा उनके पद	बीजीय व्यंजक	43	2	131
	➤ बीजीय व्यंजक का जोड़ एवं घटाव	बीजीय व्यंजक	44	3	135
	➤ बीजीय व्यंजकों का मान	बीजीय व्यंजक	45	3	137
दशम	➤ BODMAS बीजीय व्यंजकों का हल	बीजीय व्यंजक	46	2	140
	➤ सर्वसमिका (एक पदीय एवं बहुपदीय व्यंजकों का गुणा)	बीजीय व्यंजक	47	1	142
	➤ बहुपदीय व्यंजकों का गुणनखण्ड	बीजीय व्यंजक	48	2	145
	➤ आयतन की अवधारणा	क्षेत्रमिति	49	2	149
	➤ घन एवं घनाभ का आयतन	क्षेत्रमिति	50	2	151
	कुल		50	145	

नोट— हर सप्ताह के छठे दिवस पर शिक्षकों द्वारा कक्षा में सप्ताह के पूर्व पांच दिवसों में पढ़ाये गये कार्य की पुनरावृत्ति/आंकलन कराया जायेगा।

संख्या पहचान

दिवस - 1

समय - 40 मिनट

प्रकरण – तीन अंकों की संख्या पहचान

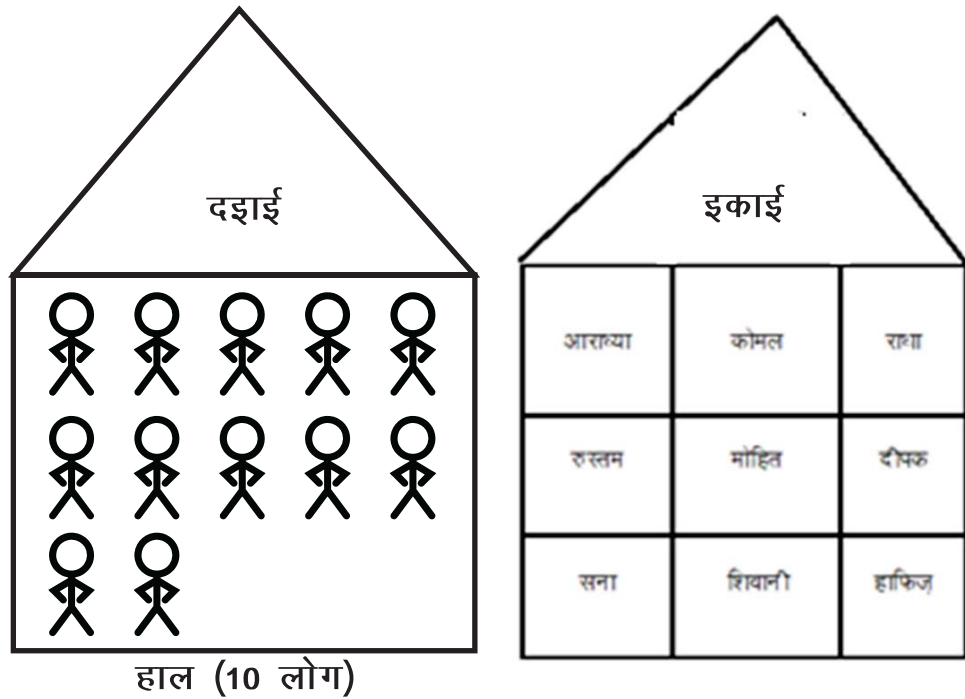
लर्निंग आउटकम – बच्चे तीन अंकों की संख्या पहचान कर लिख लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – निम्नांकित चित्र के अनुसार चार्ट पर बना हुआ टी0एल0एम0, गणित किट, श्यामपट्ट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में –

शिक्षक – बच्चों! आज हम एक कहानी सुनते हैं, सभी लोग तैयार हैं?

बच्चे जवाब देते हैं – हाँ सर तैयार हैं।



एक बहुत सुंदर सा घर है जिसका नाम है इकाई उस घर में कुल 9 कमरे हैं और हर कमरे में 1 बच्चा रह सकता है, तो सबसे पहले एक बच्चा आया, मान लो हाफिज़ और वह पहले कमरे में रहने लगा। फिर दूसरा बच्चा आया, फिर तीसरा बच्चा आया फिर चौथा, पांचवा, छठा, सातवां, आठवां, नवां लेकिन घर में केवल 9 लोग ही रह सकते हैं। इकाई के घर में 9 लोग आ गये लेकिन 1 बच्चे के और आ जाने से समस्या खड़ी हो गयी। तब सभी ने मिलकर एक हाल बनाया, जिसका दहाई नाम रखा गया। इस दहाई के हॉल में 10 से 99 तक बच्चे रह सकते हैं।

शिक्षक – बताओ तो अब इकाई वाले घर में कितने लोग बचे?



बच्चे — एक भी नहीं

शिक्षक — शाबाश! एक भी नहीं बचा यानी शून्य या जीरो बच्चे बचे।

शिक्षक — और दहाई वाले एक हाल में कितने बच्चे हैं?

बच्चे — 10 बच्चे

अच्छा बताओ यह कौन सी संख्या बन गयी? (विचारात्मक)

कुछ बच्चे इस प्रश्न का सही उत्तर दे सकते हैं परन्तु शिक्षक सभी बच्चों को 10 की अवधारणा को स्पष्ट करते हैं। साथ ही संलग्न कार्यपत्रक पर कार्य करवाते हैं।

शिक्षक— फिर इन्हें दहाई वाले हाल में रखेंगे तो दहाई के हाल में जब किसी अन्य के लिए जगह नहीं बचेगी।

अब बताइये क्या किया जायेगा ?

कुछ बच्चे खुश होकर उत्तर देंगे। एक नया घर बनायेंगे।

शिक्षक — वेरी गुड बच्चों! बिल्कुल सही। हम एक नया घर बनायेंगे और इस घर का नाम होगा सैकड़ा। इसमें भी 10 हाल होंगे और हर हाल में 10-10 लोग रह सकते हैं।



संख्या	सैकड़ा	दहाई	इकाई
99	0	9	9
100	1	0	0
200	2	0	0
300	3	0	0
123	1	2	3
214	2	1	4
618	6	1	8
900	9	0	0

शिक्षण के दौरान—

		
संख्या	दहाई	इकाई
10	1	0
13	1	3
.....	2	5
.....	4	2
.....	6	7
.....	8	9
.....	9	1
.....	9	9

अध्यापक — अच्छा बताओ 99 में इकाई का कौन सा अंक कौन सा है?

बच्चे उत्तर देते हैं 9

अध्यापक — और अब 1 आयेगा तो हो जायेंगे 10 और फिर क्या होगा?

छात्र — कमरा भर जायेगा और बच्चे उस कमरे में नहीं आ पायेंगे ।

शिक्षक — सही बताया । तो हम क्या करेंगे? हम इसे दहाई के घर में ले जायेंगे ।



अब यदि एक बच्चा और आ जाए तो क्या होगा?

कुछ बच्चे उत्साह से उत्तर देते हैं – सर पहले इकाई वाले घर में लोग ज्यादा होंगे तो लोग दहाई में आ जायेंगे फिर यहां भी सारे कमरे भर जायेंगे तो फिर 100 लोग सैकड़ा में जायेंगे। सैकड़ों का भी आखिरी कमरा भर जायेगा।

शिक्षक – अब क्या कर सकते हैं?

बच्चे उत्तर देते हैं – सर एक नया घर बनाना पड़ेगा।

शिक्षक – बिल्कुल सही बच्चों

एक नया घर बनाना पड़ेगा और इसका नाम होगा है हजार।

अब शिक्षक श्यामपट्ट अथवा टी0एल0एम0 की सहायता से बच्चों को लाख तक के स्थानों से परिचित करवाते हैं कि बच्चों पहला घर इकाई, उसके बायें में दहाई, फिर सैकड़ा, फिर हजार, उसके बाद दस हजार और फिर लाख।

लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
-----	---------	------	--------	------	------

कक्षाकार्य – शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक 1, 2 और 3 करने को देते हैं। साथ ही करते समय उनकी यथोचित मदद व निरीक्षण भी करते हैं।

समेकन – (श्यामपट्ट कार्य)

शिक्षक – बच्चों बताइये! यदि दहाई के चार कमरे भरे हों और इकाई के तीन कमरे और हों तो संख्या क्या बनेगी?

बच्चे – बच्चे बताते हैं – 43

शिक्षक – अच्छा अब यदि सैकड़े का एक कमरा भरा हुआ है, दहाई के चार और इकाई के तीन कमरे भरे हुए हैं तो संख्या बताइये?

बच्चे – बच्चे बताते हैं 143

शिक्षक – बहुत सुंदर बच्चों।

गृह कार्य – शिक्षक बच्चों का कार्यपत्रक-4 करने के लिए कहे।



संख्या पहचान

दिवस - 2

समय - 40 मिनट

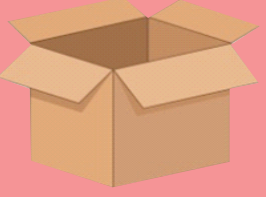
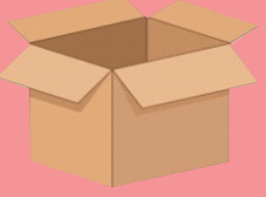

प्रकरण – चार व पाँच अंकों की संख्या पहचान

लर्निंग आउटकम – बच्चे चार अंकों व पाँच अंकों की संख्या को पहचान कर लिख लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – कंकड़, कार्यपत्रक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में –

शिक्षक – बच्चों! आज हम एक खेल खेलेंगे। शिक्षक जमीन पर एक के बाद एक तीन बॉक्स इस प्रकार बनायेंगे या गत्ते के बॉक्स का प्रयोग करेंगे।

		
सैकड़ा	दहाई	इकाई

शिक्षक बच्चों को 9 कंकड़ देकर इन बॉक्स के ऊपर सामने से उछालने को कहेंगे। बॉक्स के बाहर गिरे कंकड़ को नहीं गिना जायेगा। बच्चे बारी-बारी से कंकड़ उछालेंगे और सैकड़ा, दहाई व इकाई के बॉक्स में गिरे कंकड़ों को गिनकर संख्या बनायेंगे। मान लीजिए बच्चों द्वारा 9 कंकड़ उछालने पर 2 कंकड़ सैकड़े वाले बॉक्स में, 4 कंकड़ दहाई वाले बॉक्स में तथा 3 कंकड़ इकाई वाले बॉक्स में गिरते हैं।

(नोट : प्रत्येक बॉक्स में कम से कम एक कंकड़ अवश्य गिरना चाहिए।)

शिक्षक – इकाई के बॉक्स में कितने कंकड़ हैं?

छात्र – 3 कंकड़

शिक्षक – 3 कंकड़ मतलब कितने इकाई?

छात्र – 3 इकाई

शिक्षक – 3 इकाई कितना हुआ?

छात्र – 300

शिक्षक – दहाई वाले बॉक्स में कितने कंकड़ हैं?



छात्र – 4 कंकड़

शिक्षक – 4 कंकड़ मतलब कितने दहाई?

छात्र – 4 दहाई

शिक्षक – 4 दहाई कितना हुआ?

छात्र – 40

शिक्षक – सैकड़े वाले बॉक्स में कितने कंकड़ हैं?

छात्र – 2 कंकड़

शिक्षक – 2 कंकड़ मतलब कितने सैकड़ा?

छात्र – 2 सैकड़ा

शिक्षक – अच्छा 2 सैकड़ा, 4 दहाई व 3 इकाई मिलाकर संख्या कितनी हुई?

छात्र – 243

शिक्षक – बहुत अच्छा बच्चों! 2 सैकड़ा, 4 दहाई व 3 इकाई मिलाकर अर्थात् $200+40+3$ को मिलाकर 243 हुआ।

(शिक्षक सभी बॉक्स की संख्याओं को तथा मिलकर बनी संख्या को ब्लैक बोर्ड पर भी लिखेंगे।)

शिक्षक – बच्चों! अब यदि जमीन पर तीन की जगह 4 बॉक्स बना दे इस प्रकार,

?	सैकड़ा	दहाई	इकाई
---	--------	------	------

तो बताइए कि चौथा बॉक्स किसका होगा?

छात्र – (मौन)

शिक्षक – बच्चों! चौथा बॉक्स हजार का है। आप तीन अंकों की संख्या को पहचान कर तो लिख लेते हैं। आज हम चार व पाँच अंकों की संख्याओं को पहचानना व लिखना सीखेंगे।

शिक्षण के दौरान – शिक्षक चार बॉक्स जमीन पर इस प्रकार बनायेंगे—

हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
------	--------	------	------

(शिक्षक पुनः बच्चों को बॉक्स के सामने बैठाकर 9 कंकड़ उछालने को कहेंगे। सभी बॉक्स में कंकड़ गिरते हैं। शिक्षक बच्चों से सभी बॉक्स में गिरे कंकड़ों की संख्या पूछकर संख्या बताने को कहेंगे।)

अब इसी प्रकार शिक्षक 5 बॉक्स बनायेंगे और सबसे बायें बॉक्स में दस हजार लिखेंगे। कंकड़ उछलवाकर बच्चों से प्रत्येक बॉक्स के अन्दर कंकड़ों की संख्या पूछेंगे। दस हजार व हजार वाले बॉक्स के अन्दर की संख्या को एक साथ इकाई व दहाई की तरह पढ़ने को कहेंगे।



जैसे— यदि दस हजार वाले बॉक्स में 2 कंकड़ अर्थात् एक कंकड़ मतलब दस हजार तो 2 कंकड़ मतलब 20 हजार व हजार वाले बॉक्स में 5 कंकड़ का मतलब 5 हजार। 20 हजार व 5 हजार मिलकर हो गये पच्चीस हजार।

शिक्षक — हजार वाले बॉक्स में कितने कंकड़ हैं?

छात्र — 2 कंकड़

शिक्षक — 2 कंकड़ मतलब कितने हजार हुए?

छात्र — 2 हजार

शिक्षक — सैकड़े वाले बॉक्स में कितने कंकड़ हैं?

छात्र — 3 कंकड़

शिक्षक — 3 कंकड़ मतलब कितने सैकड़े हुए?

छात्र — 3 सैकड़े

शिक्षक — और दहाई व इकाई वाले बॉक्स में कितने—कितने कंकड़ हैं?

छात्र — दहाई वाले में 1 कंकड़ व इकाई वाले बॉक्स में 2 कंकड़ है।

शिक्षक — कंकड़ों के आधार पर दहाई व इकाई को मिलाकर संख्या क्या होगी?

छात्र — 12

शिक्षक — यदि सैकड़ा व हजार का भी मिला लें तो संख्या क्या होगी?

छात्र — दो हजार तीन सौ बारह (2312)

(शिक्षक संख्या को श्यामपट्ट पर लिखेंगे। इसी प्रकार शिक्षक कई बार बच्चों से कंकड़ उछलवाकर संख्या पूछते हैं व छोटे समूह में बच्चे इस गतिविधि को बार—बार करते हैं। शिक्षक गतिविधि के आधार पर बच्चों से कार्यपत्रक—1 हल करने को कहेंगे।)

शिक्षण के अन्त में — शिक्षक श्यामपट्ट पर दस हजार, हजार, सैकड़ा, दहाई व इकाई बॉक्स में लिखकर उनके नीचे कुछ बिन्दु बनायेंगे और बच्चों से प्रत्येक बॉक्स के नीचे बने बिन्दुओं को गिनकर संख्या बताने को कहेंगे।

दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
•••••	••••	••	•••••	••

छात्र — (छात्र गिनकर बतायेंगे) 54262

गृहकार्य — शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक— 2 एवं 3 गृहकार्य में देंगे।





संख्या पहचान

दिवस - 3

समय - 40 मिनट

प्रकरण – सम-विषम संख्या

लर्निंग आउटकम – बच्चे सम (Even) व विषम (Odd) संख्याओं में अन्तर कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – कार्यपत्रक, श्यामपट्ट, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में-

शिक्षक-बच्चों! आओ हम एक खेल खेलते हैं। शिक्षक बच्चों से एक लाइन में खड़ा होने को कहते हैं। (माना कुल पच्चीस बच्चे हैं) अब हर बच्चे के आगे संख्या कार्ड क्रमशः रख दिया जाता है, जिसमें लिखी संख्या उस बच्चे की अपनी संख्या बन जाती है।

शिक्षक बच्चों से अपनी संख्या बोलने को कहते हैं। बच्चे क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
...24, 25 तक संख्यायें बोलते हैं।

शिक्षक 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 24 संख्या कार्ड वाले बच्चों को बगल में शिफ्ट होकर एक नयी लाइन बनाने को कहते हैं। लाइन बनने के बाद शिक्षक बच्चों से अपनी संख्या क्रम से बोलने को कहते हैं। बच्चे उत्तर देते हैं- 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 आदि।

शिक्षक – बच्चों इन संख्याओं के आखिरी अंक (इकाई) को ध्यान से देखें। आपको इनमें क्या एकरूपता दिख रही है?

बच्चे उत्तर देते हैं – इन संख्याओं के आखिर में 2, 4, 6, 8 या 0 है।

शिक्षक – वेरी गुड बच्चों ऐसी संख्याएं जिनके आखिर में 2, 4, 6, 8 या 0 होता है उन्हें क्या कहते हैं?
(विचारात्मक)

शिक्षण के दौरान-

ऐसी संख्याएं जिनके इकाई का अंक 2, 4, 6, 8 या 0 होता है उन्हें सम संख्या कहते हैं क्योंकि यह दो से विभाजित हो जाती है और जिन संख्याओं के इकाई का अंक 1, 3, 5, 7, 9 होता है उन्हें विषम संख्या कहते हैं क्योंकि यह दो से विभाजित नहीं। गतिविधि शिक्षक बच्चों से पुनः एक लाइन में संख्या कार्ड के आधार पर खड़ा होने को कहते हैं व बच्चों से बोलकर अपनी संख्या सम है या विषम यह बताने को कहते हैं।

बच्चे उत्तर देते हैं – 1 विषम संख्या, 2 सम संख्या, 3 विषम संख्या, 4 सम संख्या आदि।



1	11	21	31	41	विषम संख्या
2	12	22	32	42	सम संख्या
3	13	23	33	43	विषम संख्या
4	14	24	34	44	सम संख्या
5	15	25	35	45	विषम संख्या
6	16	26	36	46	सम संख्या
7	17	27	37	47	विषम संख्या
8	18	28	38	48	सम संख्या
9	19	29	39	49	विषम संख्या
10	20	30	40	50	सम संख्या

शिक्षक बच्चों को सम एवं विषम संख्या का चार्ट बच्चों को दिखाकर उनकी अवधारणा और अधिक स्पष्ट करते हैं।

समेकन – शिक्षक श्यामपट्ट पर $-3, 5, 0, 16, 24$ संख्याएं लिखकर बच्चों से प्रश्न पूछकर सम और विषम संख्याओं की अवधारणा को स्पष्ट करते हैं।

गृह कार्य— कार्यपत्रक-1, 2, 3 घर से करके लाने को कहेंगे।





संक्रियायें

दिवस - 4

समय - 40 मिनट

प्रकरण – जोड़ (Addition) (तीन अंकीय एवं चार अंकीय संख्याओं का हासिल वाला जोड़)

लर्निंग आउटकम – तीन अंकीय एवं चार अंकीय संख्याओं का हासिल वाला जोड़ कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – पेंसिल, पेन, गणित किट, रबर (अन्य कोई वस्तु उसी संख्या में)।

शिक्षण के प्रारंभ में – (शिक्षक छात्रों से बातचीत करते हुए)

शिक्षक – (शिक्षक 15 पेंसिलें, 4 पेन और 10 रबर लेकर कक्षा में जायेंगे और बच्चों से पूछेंगे) बच्चों! बताइए मेरे पास 15 पेंसिल और 4 पेन है तो पेंसिल और पेन दोनों मिलाकर कुल कितनी वस्तुएँ हुईं?

छात्र – 19 (संभावित उत्तर)

शिक्षक – अच्छा बच्चों! अगर हम इसमें 10 रबर भी मिला दें तो कुल कितनी वस्तुएँ होंगी?

छात्र – 29 (संभावित उत्तर)

शिक्षक – शाबाश बच्चों! अच्छा अब बताओ इस कक्षा में 15 लड़के और 10 लड़कियाँ हैं तो कक्षा में कुल कितने बच्चे हैं?

छात्र – 25 (संभावित उत्तर)

शिक्षक – बच्चों! आपने यह सब कैसे पता लगाया?

छात्र – जोड़कर/गिनकर (संभावित उत्तर)

शिक्षक – ठीक बताया हम जोड़कर या गिनकर कुल वस्तुएँ पता कर लेते हैं। यानी जहाँ पर कुल संख्या पता करनी हो वहाँ जोड़ की प्रक्रिया करते हैं।

शिक्षक – अब बताइए बच्चों! अगर हमारे विद्यालय में 135 लड़के और 112 लड़कियाँ हैं तो विद्यालय में कुल कितने छात्र/छात्रायें हैं?

छात्र – (उत्तर देने में समय लेते हैं)

शिक्षण के दौरान –

शिक्षक – आइए बच्चों अब हम इन संख्याओं को जोड़ते हैं। 135 और 112 में अधिकतम तीन अंकीय संख्या है तो हम सबसे पहले सैकड़ा (सै0), दहाई (द0) और इकाई (इ0) का स्तम्भ बनायेंगे और इन संख्याओं को स्थानीय मान के अनुसार स्तम्भ में इस प्रकार लिखेंगे—

सै0	द0	इ0	<ul style="list-style-type: none"> • अब इकाई के स्तम्भ के अंकों को एक साथ जोड़कर इकाई के स्तम्भ के नीचे लिखेंगे (5+2=7) • इसी प्रकार दहाई के स्तम्भ के अंकों को एक साथ जोड़ेंगे और सैकड़े के स्तम्भ को एक साथ जोड़ेंगे। 	
1	3	5		
+	1	1		2
	2	4		7



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

(अब शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 हल करने को देंगे और आवश्यकता होने पर उनकी मदद भी करेंगे।)

हासिल वाला जोड़-अब शिक्षक बच्चों को बोर्ड पर एक हासिल वाले जोड़ को करके बतायेंगे। अब शिक्षक बच्चों को एक प्रश्न के माध्यम से हासिल वाला जोड़ सिखायेंगे।

	ह०	सै०	द०	इ०
	4	5	3	4
+	3	8	8	9

अब हम इकाई के स्तम्भ को जोड़ते हैं (4+9=13)

शिक्षक – बच्चों! बताओ अब हम इकाई के नीचे कितना लिखें। यहाँ 13 में 1 दहाई और 3 इकाई है तो इकाई वाले अंक को इकाई के नीचे और दहाई वाले अंक को दहाई वाले स्तम्भ में हासिल के रूप में लिखेंगे। इस प्रकार-

<table style="border-collapse: collapse; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>ह०</td><td>सै०</td><td>द०</td><td>इ०</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>①</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>+</td><td>3</td><td>8</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td colspan="5" style="border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>		ह०	सै०	द०	इ०				①			4	5	3	4	+	3	8	8	9									2	3	<p style="text-align: right;">(1 दहाई का मतलब-10 का समूह)</p> <ul style="list-style-type: none"> ● अब दहाई वाले स्तम्भ के अंकों को जोड़ेंगे (1+3+8=12) अब 12 में 2 दहाई वाले स्तम्भ में लिखेंगे और 1 को सैकड़े के स्तम्भ में हासिल के रूप में जोड़ेंगे।
	ह०	सै०	द०	इ०																											
			①																												
	4	5	3	4																											
+	3	8	8	9																											
			2	3																											
<table style="border-collapse: collapse; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>ह०</td><td>सै०</td><td>द०</td><td>इ०</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>①</td><td>①</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>+</td><td>3</td><td>8</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td colspan="5" style="border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>4</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>		ह०	सै०	द०	इ०			①	①			4	5	3	4	+	3	8	8	9								4	2	3	<p style="text-align: right;">(1 सैकड़ा का मतलब-100 का एक समूह)</p> <ul style="list-style-type: none"> ● अब सैकड़े वाले स्तम्भ के अंकों को जोड़ेंगे (1+5+8=14) अब 14 में 4 सैकड़े वाले स्तम्भ में और 1 को हजार के स्तम्भ में हासिल के रूप में जोड़ेंगे।
	ह०	सै०	द०	इ०																											
		①	①																												
	4	5	3	4																											
+	3	8	8	9																											
		4	2	3																											
<table style="border-collapse: collapse; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>ह०</td><td>सै०</td><td>द०</td><td>इ०</td></tr> <tr><td></td><td>①</td><td>①</td><td>①</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>+</td><td>3</td><td>8</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td colspan="5" style="border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td></td><td>8</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>		ह०	सै०	द०	इ०		①	①	①			4	5	3	4	+	3	8	8	9							8	4	2	3	<p style="text-align: right;">(1 हजार का मतलब-1000 का एक समूह)</p> <ul style="list-style-type: none"> ● अब हजार के स्तम्भ के अंकों को जोड़ेंगे- 1 + 4 + 3 = 8
	ह०	सै०	द०	इ०																											
	①	①	①																												
	4	5	3	4																											
+	3	8	8	9																											
	8	4	2	3																											

शिक्षण के अंत में (समेकन) – अब शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-2 को हल कराते हुए जोड़ की प्रक्रिया का अभ्यास करवायेंगे।

गृहकार्य – शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-3 गृहकार्य के लिए देंगे।





संक्रियायें

दिवस - 5

समय - 40 मिनट

प्रकरण – जोड़ (वार्तिक प्रश्न)

लर्निंग आउटकम – बच्चे जोड़ पर आधारित वार्तिक प्रश्नों को हल कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – मेले का एक चित्र, कार्यपत्रक, गणित किट आदि।



शिक्षण के प्रारंभ में – (शिक्षक छात्रों से बातचीत करते हुए)

शिक्षक – बच्चों! आप कभी मेले में गये हैं?

छात्र – हाँ

शिक्षक – आपके गाँव में मेला कब लगता है?

छात्र – दशहरा / दीवाली (संभावित)

शिक्षक – मेले में क्या-क्या सामान मिलते हैं?

छात्र – (संभावित उत्तर) खिलौने, कपड़े, मिठाईयाँ, चूड़ियाँ।

शिक्षक – पता है बच्चों! मैं भी एक मेले में गयी थी। वहाँ मैंने एक खिलौने वाला हाथी रु. 135 का और एक खिलौने वाली गाड़ी रु. 124 की खरीदी। अच्छा बच्चों! बताओ मैंने दुकानदार को कुल कितने रुपये दिये, यह हम कैसे पता करेंगे?

छात्र – (संभावित उत्तर) जोड़कर

शिक्षक – अच्छा बच्चों! अब बताओ अगर मैंने रु. 335 की शर्ट, रु. 212 की चूड़ियाँ और रु. 180 की मिठाई खरीदी तो बताइए मैंने कुल कितने रुपये खर्च किये?

(बच्चों को जोड़ करने में थोड़ा समय लगेगा।)

शिक्षण के दौरान—

बच्चों! ऐसे प्रश्नों को हम वार्तिक प्रश्न कहते हैं। यदि प्रश्न में कुल कितना / कुल मिलाकर / सब एक साथ



कितना, इस प्रकार के शब्द आयें तो हम जोड़ की संक्रिया करते हैं। वार्तिक प्रश्नों को हल करने के लिए सबसे पहले प्रश्न में जो दिया गया है वो लिखते हैं—

शर्ट का मूल्य = रु. 335

चूड़ियों का मूल्य = रु. 212

मिठाइयों का मूल्य = रु. 180

अब हम इन तीनों वस्तुओं के मूल्य को जोड़ेंगे। यहाँ पर अधिकतम तीन अंकों की संख्या है तो हम सैकड़े तक का स्तम्भ बनायेंगे और अंकों को उनके स्थानीय मान के स्तम्भ में लिखेंगे।

सै0	द0	इ0
3	3	5
2	1	2
+	1	8
<hr/>		

- अब जैसा कि हमने पहले भी किया था सबसे पहले इकाई के स्तम्भ को जोड़ेंगे फिर इसी प्रकार दायें से बायें दहाई के स्तम्भ को और फिर सैकड़े के स्तम्भ को जोड़ेंगे।

सै0	द0	इ0
①		
3	3	5
2	1	2
+	1	8
<hr/>		
7	2	7

- इकाई का स्तम्भ के अंकों को जोड़ने पर $5+2+0=7$ इकाई के ही स्तम्भ में नीचे लिखेंगे।
फिर दहाई के स्तम्भ को जोड़ेंगे ($3+1+8=12$) यहाँ 2 दहाई वाले स्तम्भ में नीचे और 1 सैकड़ा वाले स्तम्भ के अंकों में हासिल के रूप में जोड़ेंगे।
 $1+3+2+1=7$

अतः तीनों वस्तुओं का मूल्य हमने जोड़कर पता लगा लिया कि रु. 727 खर्च किये हैं। (अब शिक्षक कार्यपत्रक-1 बच्चों को हल करने को देंगे और उन्हें प्रश्न हल करने को कहेंगे।)

शिक्षण के अंत में (समेकन)— कार्यपत्रक हल करने में बच्चों को जहाँ समस्या आयेगी, वहाँ सहायता करेंगे और जोड़ पर आधारित वार्तिक प्रश्न को समझने में मदद करेंगे।

गृहकार्य — शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-2 गृहकार्य के लिए देंगे।





संक्रियायें

दिवस - 6

समय - 40 मिनट

प्रकरण – घटाव (तीन अंकीय एवं चार अंकीय संख्याओं का)

लर्निंग आउटकम – बच्चे तीन अंकीय एवं चार अंकीय संख्याओं का उधार वाला घटाव कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – अंकों के फ्लैश कार्ड (कार्यपत्रक), गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में – (शिक्षक छात्रों को एक कहानी सुनाते हैं।)

एक बार जंगल में बंदर ने फूलों की दुकान लगायी। खरगोश वहाँ फूल खरीदने आया। खरगोश ने बंदर से पूछा कि एक माला बनाने के लिए कितने फूल लेने पड़ेंगे। बंदर ने बोला 35 फूल लग जायेंगे। खरगोश ने बंदर से 35 फूल ले लिये। खरगोश को रास्ते में गिलहरी मिल गयी। गिलहरी ने खरगोश से कहा कि खरगोश भईया कुछ फूल मुझे भी दे दो। खरगोश ने 12 फूल गिलहरी को दे दिये। अब बताइए खरगोश के पास कितने फूल बचे?

छात्र – 23 (संभावित उत्तर)

शिक्षक – बच्चों! आपने यह कैसे पता किया?

छात्र – 35 फूल में से 12 फूल निकालकर।

शिक्षक – (कहानी को आगे बढ़ाते हुए) पता है बच्चों! बन्दर के दुकान पर फूल की बिक्री इतनी बढ़ गयी कि उसे और फूल लाना पड़ा। बन्दर ने पूरे जंगल से 459 फूल इकट्ठा किये पर जब उसने दुकान में फूल बेचने के लिए रखे तो देखा कि 108 फूल मुरझा गये थे। बन्दर ने मुरझाये फूलों को फेंक दिया। अब बताइए बन्दर के पास कितने फूल बचे?

छात्र – (छात्रों को उत्तर देने में समय लगेगा।)

शिक्षण के दौरान–

(शिक्षक प्रश्न को श्यामपट्ट पर हल करते हुए स्पष्ट करेंगे।) आइए बच्चों! हम इसे घटा कर सीखते हैं। यहाँ अधिकतम तीन अंकों की संख्या है। सबसे पहले हम सैकड़ा (सै0), दहाई (द0) और इकाई (इ0) के तीन स्तम्भ बनायेंगे। अब बड़ी संख्या को ऊपर और छोटी संख्या को नीचे लिखेंगे।

सै0	द0	इ0
4	5	9
-	1	0
		8
		1
सै0	द0	इ0
4	5	9
-	1	0
		8
	5	1
सै0	द0	इ0
4	5	9
-	1	0
		8
	3	5
		1

• अब सबसे पहले इकाई वाले स्तम्भ में घटा करेंगे, $9-8=1$, इसी स्तम्भ में नीचे लिखेंगे। (शिक्षक बच्चों से पूछते हुए ही श्यामपट्ट पर लिखेंगे, जिससे बच्चों की सहभागिता बनी रहे।)

• अब दहाई के स्तम्भ में घटा करेंगे, $5-0=5$, इसे दहाई के स्तम्भ में नीचे लिखेंगे।

• अब सैकड़ा वाले स्तम्भ में घटाव की संक्रिया करेंगे, $4-1=3$, इसे सैकड़ा के स्तम्भ में नीचे लिखेंगे।



(शिक्षक कार्यपत्रक-1 बच्चों को देंगे और बच्चों की सहायता करते हुए सभी प्रश्नों को हल करवायेंगे।)

उधार वाले घटाव – अब शिक्षक बोर्ड पर एक उधार वाले घटाव के प्रश्न लिखेंगे।

$$\begin{array}{r} \text{सै0} \quad \text{द0} \quad \text{इ0} \\ 7 \quad 4 \quad 5 \\ - \quad 8 \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

(1 दहाई = 10)

शिक्षक – अब बताइए बच्चों! सबसे पहले कौन सी संख्या घटायेंगे?

छात्र – इकाई वाले स्तम्भ के अंकों से शुरू करेंगे।

(शिक्षक बच्चों से बातचीत करते हुए प्रश्न हल करेंगे)

शिक्षक – बताइए बच्चों! क्या 5 में से 7 को घटा सकते हैं?

छात्र – (संभावित उत्तर) नहीं।

शिक्षक – अब 5 अपने बगल में दहाई से उधार मांगेगा। यहाँ दहाई के स्थान पर 4 दहाई है। अब यह एक दहाई, इकाई वाले स्तम्भ को देगा, तो इकाई के स्थान पर एक दहाई और 5 इकाई मिलाकर 15 हो जायेगा और दहाई के स्थान पर 3 बचेगा।

- अब इकाई वाले स्तम्भ में $15-7=8$ ।
- अब दहाई वाले स्तम्भ में $3-8$ बचा। अब 3 सैकड़े से 1 उधार माँगेगा। सैकड़े के स्थान पर 7 है। जब यह 1 सैकड़ा दहाई को उधार देगा तो यहाँ 13, हो जायेगा $13-8=5$ ।
- अब सैकड़ा के स्थान पर 6 बचा। सैकड़े के स्तम्भ में नीचे कुछ नहीं है, मतलब $6-0=6$, सैकड़े के स्तम्भ में लिखेंगे।

1 सैकड़ा
= 10 दहाई
= 10X10
= 100

(अब शिक्षक कार्यपत्रक-2 बच्चों को हल करने के लिए देंगे।)

समेकन – अब शिक्षक कार्यपत्रक पर दिये गये दिशा निर्देश को पढ़कर बच्चों को बतायेंगे और स्पष्ट करेंगे कि सभी प्रश्न कैसे हल करने हैं। बच्चों को कार्यपत्रक हल करने में जहाँ भी समस्या आयेगी शिक्षक उनकी पुनः समझायेंगे और उधार वाले घटाव की समझ को स्पष्ट करेंगे।

गृहकार्य – बच्चों को कार्यपत्रक- 3 एवं कार्यपत्रक- 4 गृहकार्य के लिए देंगे।



संक्रियायें

दिवस - 7

समय - 40 मिनट

प्रकरण – घटाव (वार्तिक प्रश्न)

लर्निंग आउटकम – बच्चे घटाव पर आधारित वार्तिक प्रश्नों को हल कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – पत्तियाँ, कार्यपत्रक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में –

शिक्षक कक्षा में कुछ पत्तियाँ (15) लेकर जायेंगे और बच्चों से बातचीत के माध्यम से पूछेंगे।

शिक्षक – बच्चों! मेरे पास कितनी पत्तियाँ हैं?

छात्र – (पत्तियाँ गिनकर बतायेंगे) 15 पत्तियाँ

शिक्षक – अब इनमें से 5 पत्तियाँ अलग कर देंगे तो बच्चों बताइए कितनी पत्तियाँ बची?

छात्र – (संभावित उत्तर) 10 पत्तियाँ

शिक्षक – अच्छा बच्चों! बताओ अगर हमारी कक्षा में कुल 25 बच्चे हैं और 5 बच्चों को मैंने लाइब्रेरी की पुस्तक पढ़ने के लिए भेजा है, तो कक्षा में कुल कितने बच्चे शेष बचे?

छात्र – (संभावित उत्तर) 20 बच्चे

शिक्षक – अच्छा बच्चों! अब बताइए अगर रीता ने गणित विषय में 76 अंक प्राप्त किये हैं और सोहन ने गणित विषय में 63 अंक प्राप्त किये हैं तो रीता सोहन से कितने अंक अधिक पायी है?

छात्र – (उत्तर देने में थोड़ा समय लगाते हैं)

शिक्षण के दौरान –

अब शिक्षक बच्चों को बतायेंगे कि कुछ प्रश्न ऐसे होते हैं जिसमें यह नहीं दिया होता है कि किसी एक संख्या में से दूसरी संख्या को घटाना है। प्रश्न को पढ़कर हमें स्वयं पता लगाना होता है कि इसमें गणित की कौन सी संक्रिया प्रयुक्त की जायेगी। जैसे ऊपर दिये गये प्रश्न में रीता सोहन से कितने अंक अधिक पायी है, यह पता लगाने के लिए हमें 76 में से 63 को घटाना है।

वार्तिक प्रश्नों को हल करने के लिए सबसे पहले जो प्रश्न में दिया है वो लिखते हैं। (अब शिक्षक



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

श्यामपट्ट पर वार्तिक प्रश्न को हल करने के प्रत्येक चरण को समझायेंगे।) शिक्षक बच्चों से प्रश्न में जो दिया है वो पूछते हुए श्यामपट्ट पर लिखेंगे।

शिक्षक — बच्चों! रीता ने गणित में कितने अंक पाये हैं?

छात्र — (संभावित उत्तर) 76

शिक्षक — और सोहन ने गणित में कितने अंक पाये हैं?

छात्र — (संभावित उत्तर) 63

(शिक्षक श्यामपट्ट पर साथ-साथ लिखेंगे)

दिनांक xx/xx/xx

कक्षा—7

घटाव

प्रश्न— रीता ने गणित विषय में 76 अंक प्राप्त किये हैं और सोहन ने गणित विषय में 63 अंक प्राप्त किये हैं तो रीता सोहन से कितने अंक अधिक पायी है?

रीता के गणित विषय में अंक	=	76
सोहन के गणित विषय में अंक	=	63
रीता ने सोहन से कितने अंक अधिक पाये	=	
		7 6
		- 6 3

		1 3

रीता ने सोहन से 13 अंक अधिक पाये।

अब शिक्षक बच्चों से बातचीत करते हुए घटाव के प्रश्न करेंगे।

शिक्षक — बच्चों! मोहिता बाजार में बाल्टी का मूल्य पता करने गयी। बाल्टी का मूल्य रु. 525 था। मोहिता के पास रु. 340 थे। बताइए अगर मोहिता बाल्टी खरीदती तो कितने रुपयों की और आवश्यकता पड़ती?

(कुछ बच्चे बतायेंगे कि 525 में से 340 घटाकर पता लगा लेंगे।)

शिक्षक — बहुत अच्छे बच्चों! अब इसे लिखेंगे कैसे?

(कुछ बच्चे थोड़ा समय लेंगे, कुछ बच्चे बतायेंगे।)

(अब शिक्षक बोर्ड पर प्रश्न हल करके दिखायेंगे। शिक्षक वार्तिक प्रश्न को चरणबद्ध तरीके से बच्चों को समझाते हुए बोर्ड पर लिखेंगे।)



दिनांक xx/xx/xx

कक्षा-7

घटाव

प्रश्न- मोहिता बाजार में बाल्टी का मूल्य पता करने गयी। बाल्टी का मूल्य ₹525 था। मोहिता के पास ₹340 थे। बताइए अगर मोहिता बाल्टी खरीदती तो उसको कितने रुपयों की और आवश्यकता पड़ती?

बाल्टी का मूल्य	=	₹525
मोहिता के पास कुल रूपये	=	₹340
बाल्टी खरीदने के लिए आवश्यक रुपया	=	
		5 2 5
		- 3 4 0

		1 8 5

मोहिता को बाल्टी खरीदने के लिए ₹ 185 की और आवश्यकता पड़ती।

शिक्षक – बच्चों! जिन प्रश्नों में ये पूछा जाये कितना शेष, कितना अन्तर, कितना अधिक या कितना कम ऐसे प्रश्नों में घटा की संक्रिया करते हैं।

(अब शिक्षक कार्यपत्रक-1 बच्चों को हल करने को कहेंगे।)

समेकन – बच्चे दिये गये कार्यपत्रक पर प्रश्न हल करेंगे और बच्चों को जहाँ भी समस्या आयेगी, शिक्षक उनकी सहायता करेंगे।

गृहकार्य – कार्यपत्रक-2 बच्चों को गृहकार्य के लिए देंगे।





संक्रियायें

दिवस - 8

समय - 40 मिनट

प्रकरण – गुणा (एक अंकीय संख्या से दो अंकीय संख्या का गुणा)

लर्निंग आउटकम

बच्चे एक अंकीय संख्या से दो अंकीय संख्या का गुणा कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – पेंसिल, फूल, पत्ती, कंकड़, स्ट्रॉ, गणित किट आदि।

शिक्षण के दौरान – बच्चों! हम सब जोड़ तो बहुत अच्छे से कर लेते हैं।

सम्भावित उत्तर – हाँ

शिक्षक – आज जब मैं स्कूल आई तो 2 बच्चों के हाथ में 3-3 पेंसिल थी। जरा बताओ दोनों के हाथ में कुल कितनी पेंसिल थीं?

छात्र – सम्भावित उत्तर – 6

शिक्षक – अच्छा बताओ तुमने कैसे पता लगाया कि कुल पेंसिलों की संख्या 6 थी?

छात्र – सम्भावित उत्तर – 3 को दो बार जोड़ दिया।

शिक्षक – बहुत बढ़िया!

शिक्षक – अब जरा सोचो अगर हम 3 को तीन बार जोड़ दें तो हमें कौन सी संख्या मिलती?

छात्र – सम्भावित उत्तर – 3+3+3 यानी 9।

$$3+3+3=9$$

बिल्कुल ठीक बताया।

ऐसे ही अगर 3 को 9 बार जोड़ना होता तो?

सम्भावित उत्तर देने में बच्चे समय लगाते हैं।

शिक्षक – देखो बच्चों इसमें तो बहुत समय लग रहा है पर इसे करने का एक आसान तरीका भी है संख्याओं का गुणा करना। चलो आज हम लोग गुणा करना सीखते हैं।

शिक्षण के दौरान—

(निर्देश शिक्षक बच्चों को 2-2 के जोड़े में बैठने को कहेंगे) शिक्षक 3 जोड़ों को बुलायेंगे और बच्चों से पूछेंगे कुल कितने बच्चे यहां खड़े हैं?



सम्भावित उत्तर – 6

बच्चों यहां दो का जोड़ा तीन बार आया है इसलिए हम इसे ऐसे भी कह सकते हैं।

3 बार 2 या $2 + 2 + 2$ (दो का समूह 3 बार)

3×2

यहां पर (x) चिह्न गुणा का चिह्न कहा जाता है। एक ही संख्या को बार-बार जोड़ने को ही गुणा कहते हैं।

चलो अब 4 जोड़े यहां पर आयेंगे (चार जोड़ी बच्चे खड़े होते हैं)

अब बताओ दो का जोड़ा कितनी बार आया है?











सम्भावित उत्तर—4 बार

अब हम इसे श्यामपट्ट पर लिखेंगे

4 बार 2 ($2 + 2 + 2 + 2$)

या $4 \times 2 = 8$

अब हम इस पर आधारित एक कार्यपत्रक करेंगे। शिक्षक कार्यपत्रक को समझाकर कक्षा में हल करवायेंगे।

	1×2	2
	2×2	4
	3×2	6
	4×2	8
	5×2	10
	6×2	12
	7×2	14
	8×2	16
	9×2	18
	10×2	20

शिक्षक बच्चों को चार्ट पेपर दिखाते हुए फूलों के जोड़ों को बार-बार गिनना सिखायेंगे और फिर इन्हीं संख्याओं के माध्यम से गुणा के रूप में लिखना सिखायेंगे। साथ ही साथ 2 के पहाड़े की अवधारणा भी बच्चों को देंगे। इसी प्रकार 3 के समूह में कंकड़ों को रखकर बच्चों को तीन का पहाड़ा स्वयं बनाने को कहेंगे। बच्चों को कार्यपत्रक—3 देकर कंकड़ों के माध्यम से हल करने को कहेंगे।

जब बच्चे गतिविधि कर रहे हो तब शिक्षक उनका अवलोकन, आकलन और सहायता करेंगे। एक अंक की



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

संख्या का एक अंक की संख्या से गुणा करना सिखाने के बाद शिक्षक बच्चों को एक अंक की संख्या से दो अंकीय संख्या में गुणा करना सिखायेंगे। (बिना हासिल वाला) जैसे— $24 \times 2 = ?$

शिक्षक संख्याओं को स्तम्भ में लिखकर समझायेंगे कि पहले हम इकाई संख्या 2 का गुणा संख्या 24 के इकाई के अंक 4 से करेंगे और गुणनफल 8 ($=4 \times 2$) आयेगा जिसे हम रेखा के नीचे इकाई अंक के नीचे लिखेंगे। इसके बाद संख्या 2 का गुणा संख्या 24 के दहाई के अंक से करेंगे और गुणनफल 4 ($=2 \times 2$) प्राप्त होगा जिसको हम रेखा के नीचे दहाई अंक के नीचे लिखेंगे और इस प्रकार हमें $24 \times 2 = 48$ प्राप्त होगा।

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 2 \\ \hline 48 \end{array}$$

शिक्षक इस प्रकार के कुछ प्रश्न समझाकर बच्चों को कार्यपत्रक-4 करने को देगा।

समेकन — कक्षा शिक्षण के दौरान बताये गए प्रश्नों द्वारा शिक्षक अवधारणा का समेकन करेंगे। कुछ नये प्रश्नों को बच्चों को श्यामपट्ट पर हल करने को देंगे।

गृहकार्य — कार्यपत्रक-5 और 6 हल करके लाने को कहेंगे।





संक्रियायें (गुणा)

दिवस - 9

समय - 40 मिनट

प्रकरण – गुणा (दो अंकीय संख्या का तीन अंकीय संख्या से गुणा)

लर्निंग आउटकम

बच्चे दो अंकीय संख्या का तीन अंकीय संख्या से गुणा कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – पेंसिल, फूल, पत्ती, कंकड़, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में – बच्चों फूल तो आप सभी को बहुत पंसद होंगे। रवि को भी फूल बहुत पंसद है और वह अपनी बगिया में पौधों की बहुत देखभाल करता है। रवि की बगिया में फूलों के 3 पौधे हैं और प्रत्येक पौधे में 6-6 फूल खिले हैं तो बताइये कि रवि की बगिया में कितने फूल खिले हैं?

बच्चे बताते हैं – 18 (सम्भावित उत्तर)

अगले दिन तीनों पौधों में प्रत्येक में 12-12 फूल खिले तो बताइये कि बगिया में कुल कितने फूल खिले होंगे?

बच्चे 12 का 3 से गुणा करके बताते हैं – 36 फूल

अगले दिन रवि ने देखा कि फूलों की संख्या और बढ़ गयी है प्रत्येक पौधे पर 18-18 फूल खिले हैं। बच्चों बताओं अब बगिया में फूलों की कुल संख्या कितनी हैं?

बच्चे बताने में समय लेते हैं।

शिक्षक – आज हम दो अंकों की संख्या में एक अंक की संख्या से गुणा (हासिल के साथ) व तीन अंको की संख्या का दो अंकों की संख्या से गुणा करना सीखेंगे।

शिक्षण के दौरान (40-45 मिनट) – शिक्षक बच्चों को पहले दो अंको की संख्या में एक अंक की संख्या से गुणा (हासिल के साथ) करना सिखायेंगे। जैसे- 18 x 3 को पहले स्तम्भ में लिखकर 3 से पहले संख्या 18 के इकाई के अंक 8 में गुणा करेंगे। गुणनफल 8 x 3 = 24 प्राप्त होगा। संख्या 24 के इकाई का अंक 4 रेखा के नीचे इकाई अंक के नीचे लिखेंगे तथा दहाई का अंक 2 हासिल के रूप में संख्या 18 के दहाई अंक 1 के ऊपर लिख लेंगे। अब 3 की गुणा 1 से करने पर 3 प्राप्त होगा। 3 में 2 हासिल जोड़कर 5 को रेखा के नीचे दहाई के नीचे लिखेंगे। इस प्रकार 18 का 3 से गुणा करने पर गुणनफल 54 होगा।

1	8
x	3
5	4

शिक्षक बच्चों को 0 व 1 से गुणा की अवधारणा से भी परिचित करायेंगे। जैसे- 1 x 15 अर्थात 15 एक बार। गुणनफल 15 ही आयेगा या 15 x 1 अर्थात 15 बार 1 अर्थात (एक को 15 बार जोड़ेंगे तो 15 प्राप्त होगा) गुणनफल = 15



किसी की संख्या को एक से गुणा करने पर गुणनफल वही संख्या होती है।

शून्य से गुणा — 0×15 अर्थात 15 शून्य व अर्थात 15 हमने एक बार भी नहीं लिया तो गुणनफल शून्य ही आयेगा। इसी प्रकार 15×0 का तात्पर्य शून्य 15 बार (अगर 0 को 15 बार जोड़े तो 0 ही प्राप्त होगा।)

अतः यदि किसी संख्या को शून्य से गुणा की जाती है, तो गुणनफल शून्य ही आता है। इस प्रकार के अन्य उदाहरण प्रश्नों द्वारा शिक्षक बच्चों को समझायेंगे तथा आकलन एवं अभ्यास के लिए बच्चों को कार्यपत्रक-1,2 देंगे। अब शिक्षक दो अंकों की संख्या से 3 अंकीय संख्या को गुणा करना सिखायेंगे। जैसे—

$$\begin{array}{r} 232 \\ \times 12 \\ \hline 464 \\ + 2320 \\ \hline \boxed{2784} \end{array}$$

पूर्व की भांति संख्या 232 में संख्या 12 के इकाई के अंक 2 से गुणा करेंगे। संख्या 12 के दहाई के अंक 1 से गुणा करने के लिए पहले वाले गुणनफल के नीचे इकाई के अंक के नीचे शून्य लगा देंगे (क्योंकि 0 का मतलब दूसरी बार में हम 1 से नहीं 10 से गुणा कर रहे हैं।) और गुणा करके दहाई के अंक से लिखना शुरू करेंगे। दोनो गुणनफल के नीचे रेखा खींच कर दोनों जोड़ देंगे। वही अभीष्ट गुणनफल होगा। शिक्षक इस प्रकार के कुछ प्रश्न समझाकर बच्चों को कार्यपत्रक-3 करने को देंगे। जब बच्चे वर्कशीट कर रहे हो तब शिक्षक उनका अवलोकन, आकलन और सहायता करेंगे।

गुणनफल ज्ञात करें—

a

$$\begin{array}{r} 243 \\ \times 22 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

b

$$\begin{array}{r} 621 \\ \times 32 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

c

$$\begin{array}{r} 543 \\ \times 21 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

d

$$\begin{array}{r} 302 \\ \times 43 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

समेकन — कक्षा शिक्षण के दौरान बताये गए प्रश्नों द्वारा शिक्षक अवधारणा का समेकन करेंगे। कुछ नये प्रश्नों को बच्चों को श्यामपट्ट पर हल करने को देंगे।

गृहकार्य — शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-4, 5 घर से करके लाने को कहेंगे।





संक्रियायें

दिवस - 10

समय - 40 मिनट

प्रकरण – भाग की अवधारणा

लर्निंग आउटकम

बच्चे भाग की अवधारणा को समझते हैं एवं एकल चरण के भाग की प्रक्रिया कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – कंकड़, पत्ती, डण्डी, माचिस की तीलियाँ, स्ट्रॉ व कक्षा-कक्ष में उपलब्ध सामग्री, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

बच्चों आज आपको राजू के बारे में बताते हैं। राजू के चार दोस्त हैं। अब राजू के पास यदि आठ पेंसिल हैं और राजू पेन्सिलों को अपने चार दोस्तों को बराबर-बराबर बांटना चाहता है तो वह पेन्सिलों को कैसे बांटेगा?

चलो इस समस्या के लिए एक गतिविधि करते हैं।

5 बच्चे आगे आ जाये एवं एक बच्चा राजू और चार उसके बच्चे दोस्त बन जाए। अब राजू बना बच्चा पहली बार में अपने चारो दोस्तों को एक-एक पेंसिल देगा। शिक्षक बच्चों से पूछेंगे कि राजू ने आठ में से चार पेंसिल अपने चार दोस्तों को दे दी तो उसके पास कितनी पेंसिल बचीं?

बच्चे उत्तर देते है – चार पेंसिल बचीं।

शिक्षक – आपने बिल्कुल ठीक बताया। 8 पेंसिल में से 4 पेंसिल कम हो गई तो बाकी 4 पेंसिल राजू के पास बचीं। अर्थात् $8-4=4$

अब यदि राजू अपने दोस्तों को एक-एक पेंसिल और दे दें तो राजू के पास कितनी पेंसिल बचेगी?

बच्चे बताते हैं अब एक भी पेंसिल नहीं बचीं। अर्थात् $4-4=0$

शिक्षक – शाबाश बच्चों! आपने बिल्कुल ठीक बताया, राजू के पास कोई भी पेंसिल नहीं बचेगी।

शिक्षक – बच्चों आपने 8 में से 4 कितनी बार घटाया?

बच्चे – 2 बार

शिक्षक – अच्छा बच्चों 4 दोस्तों में प्रत्येक को कितनी पेंसिल मिली।

बच्चे बताते हैं – प्रत्येक को 2-2 पेंसिल मिलीं।

शिक्षक – वेरी गुड बच्चों! इस प्रकार राजू ने अपने चारों दोस्तों को 8 पेंसिल बराबर-बराबर बांट दी और प्रत्येक दोस्त को 2 पेंसिल मिलीं।

अच्छा बच्चों! वस्तुओं को समूहों में समान रूप से बांटने को क्या कहते हैं?



बच्चे नहीं बता पाते हैं (विचारात्मक)

शिक्षक — बच्चों वस्तुओं को समूहों में समान रूप से बांटने की प्रक्रिया भाग कहलाती है या वस्तुओं के समूह में से समान संख्या में वस्तुओं को बार-बार कम करने (घटाने) की प्रक्रिया को भाग कहते हैं। आज हम वस्तुओं को बराबर-बराबर बांट कर भाग की प्रक्रिया को समझेंगे।

शिक्षण के दौरान—

भाग की प्रक्रिया को समझाने के लिए शिक्षक बच्चों के साथ मिलकर निम्नलिखित गतिविधि करते हैं। बच्चों यदि 6 कंकड़ों को 2 बच्चों में बराबर-बराबर बांटा जाए तो प्रत्येक को कितने-कितने कंकड़ मिलेंगे?

बच्चे— 3-3 कंकड़

शिक्षक — क्या कोई कंकड़ शेष बचेगा?

बच्चे बताते हैं — नहीं, कोई कंकड़ शेष नहीं बचेगा।

बच्चों इस प्रकार वस्तुओं को बराबर-बराबर बांटने को भाग कहते हैं और इसे $6 \div 2 = 3$ के रूप में लिखते हैं। बच्चों यह (\div) भाग का चिह्न है। चलिए अब कुछ कार्यपत्रक करते हैं।

(शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1, 2 करने को देते हैं। साथ ही कार्यपत्रक करते समय उनकी यथोचित मदद व निरीक्षण भी करते हैं।)

गतिविधि — बच्चों यदि 20 टॉफियाँ 5 बच्चों में बराबर-बराबर बांटी जाए तो प्रत्येक को कितनी टॉफी मिलेगी और कितनी टॉफी शेष बचेगी? 4 टॉफियाँ सबको मिलेंगी और कोई भी टॉफी शेष नहीं रहेगी। बच्चों गणित की भाषा में 4 को भागफल कहते हैं। जितनी कुल वस्तुयें होती हैं उन्हें भाज्य कहते हैं व जितने बराबर-बराबर भागों में बांटा जाता है उसे भाजक कहते हैं। इस प्रश्न में भाज्य 20 टॉफियाँ हैं जिन्हें 5 लोगों में बराबर-बराबर बांटा गया है अतः 5 भाजक है। भाजक से भाज्य को विभाजित करने पर जो संख्या प्राप्त होती है व भागफल है यहाँ संख्या 4 भागफल है तथा बराबर-बराबर बांटने पर कोई भी टॉफी शेष नहीं है। अतः शेषफल शून्य है।

20 (भाज्य)
5 (भाजक)
4 (भागफल)
0 (शेषफल)

शिक्षक — बच्चों 17 कंकड़ों को 5 बच्चों में बराबर-बराबर बांटा जाए तो प्रत्येक को कितने कंकड़ मिलेंगे व कितने कंकड़ शेष रहेंगे? भाज्य, भाजक, भागफल और शेषफल क्या होगा?

बच्चे बताते हैं— भाज्य = 17, भाजक = 5, भागफल = 3, तथा शेषफल = 2

भाजक) भाज्य (भागफल

5)17(3

-15

2

(शेषफल)



$17 \div 5 = 3$, शेषफल = 2 सभी बच्चों को 3-3 कंकड़ मिलेंगे व 2 कंकड़ शेष बच जायेंगे। बच्चों भाग के सवालों को ')(' चिह्न का द्वारा भी प्रदर्शित किया जाता है।

भाजक से भाज्य में भाग देने पर प्राप्त भागफल व शेषफल रिक्त स्थान में भरिए—(श्यामपट्ट कार्य)

भाज्य	÷	भाजक	=	भागफल	शेषफल
12	÷	3	=	4	0
24	÷	4	=		
40	÷	8	=		

समेकन — शिक्षक बच्चों को ब्लैकबोर्ड पर बुलाकर निम्नांकित सारणी बारी-बारी से भरने को कहेंगे—
रिक्त स्थानों की पूर्ति करिये—

भाज्य	÷	भाजक	=	भागफल	शेषफल
16	÷	3	=	5	1
27	÷	4	=		
41	÷	8	=		

गृहकार्य — शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-3, 4, 5 को घर से हल करने को देंगे।





संक्रियायें

दिवस - 11

समय - 40 मिनट

प्रकरण – भाग (एक अंकीय व दो अंकीय संख्या से भाग)

लर्निंग आउटकम

बच्चे एक अंकीय व दो अंकीय संख्याओं से दो या दो से अधिक अंकों की संख्या में भाग कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – कंकड़, डंडियाँ, तीलियाँ, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में – बच्चों आप सभी अपने घरों में तथा आस-पास पौधे तो अवश्य लगाते होंगे। बताइये आप सभी ने कहाँ-कहाँ लगाये?

बच्चे बताते हैं – सम्भावित उत्तर (घर में, स्कूल में, गाँव में, सड़क के किनारे)

अच्छा बच्चों यदि सोनम के पिताजी 20 पौधे लाये और उन्हें चार बच्चों में बराबर-बराबर बांट कर कहा कि इन्हें क्यारी में लगा दो तो चारों को कितने-कितने पौधे मिले?

बच्चे इसे हल करने की कोशिश करते हैं। शिक्षक उनकी मदद करके अपेक्षित उत्तर तक पहुंचने में उनकी सहायता करते हैं।

शिक्षण के दौरान-

बच्चों हम लोग 20 पौधों को 4 बराबर भाग में बांटने का प्रयास करते हैं। शिक्षण 20 कंकड़ बच्चों को देकर 4 बराबर-बराबर भागों में बांटने के लिए कहते हैं।

$$\begin{array}{r} 4)20(5 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

$\begin{array}{r} 2) 24 (12 \\ \underline{-2\downarrow} \\ 04 \\ \underline{-4} \\ \underline{XX} \end{array}$	$\begin{array}{r} 4) 51 (12 \\ \underline{-4} \\ 11 \\ \underline{-8} \\ \underline{03} \text{ शेषफल} \end{array}$	$\begin{array}{r} 6) 64 (10 \\ \underline{-6\downarrow} \\ 04 \\ \underline{-0} \\ \underline{4} \text{ शेषफल} \end{array}$
3) 37 (5) 57 (7) 71 (



4 का पहाड़ा हम लोग इस प्रकार पढ़ते हैं कि या तो 20 या 20 से कम आ जाए।

$4 \times 5 = 20$ इस प्रकार चारों बच्चों ने 5-5 पौधे क्यारी में लगा दिए और कोई पौधा शेष नहीं बचा।

शिक्षक बच्चों से — बच्चों इस प्रश्न में भाज्य, भाजक, भागफल व शेषफल क्या है?

बच्चे— यहाँ भाज्य = 20, भाजक = 4, भागफल = 5 व शेष फल शून्य है। बच्चों अब हम लोग कुछ अभ्यास कार्य करते हैं। अध्यापक कक्षा-कक्ष में घूम-घूम कर बच्चों को अभ्यास प्रश्न करने में सहायता करते हैं।

शिक्षक — बच्चों सोचकर बताइये कि यदि कुल 369 तीलियाँ हो तो तीन-तीन तीलियों के कितने समूह बनाये जा सकते हैं?

छात्र — विचारात्मक

शिक्षक कार्यपत्रक-1, 2 व श्यामपट्ट का उपयोग कर के बच्चों को इस सवाल को हल करने में सहायता करते हैं।

समेकन — बच्चों 369 को 3 से भागकर के भागफल व शेषफल ज्ञात करिए।

गतिविधि — शिक्षक बच्चों को क्रमवार श्यामपट्ट पर बुलाकर सवाल हल करने को कहते हैं जहाँ आवश्यकता होती है शिक्षक बच्चों को सवाल समझने व हल करने में सहायता करते हैं। इस प्रकार बच्चे अपेक्षित उत्तर तक आसानी से पहुंचने में समर्थ होते हैं।

हल—

$$\begin{array}{r} 5)324(64 \\ \underline{-30} \\ 024 \\ \underline{20} \\ 4 \end{array}$$

इस प्रकार भागफल-64 व शेषफल-04

गृहकार्य — बच्चों दिए गये कार्यपत्रक- 3, 4 को गृहकार्य में करके लाइये।





लघुतम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

दिवस - 12

समय - 40 मिनट

प्रकरण – विभाज्यता की जाँच

लर्निंग आउटकम – बच्चे 2, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 12 और 15 से विभाज्यता की जाँच कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री –

शिक्षण के प्रारम्भ में – शिक्षक कक्षा को दो समूहों में बाँटेगा।

शिक्षक (प्रथम समूह से) – बच्चों! हम कैसे पता करेंगे कि संख्यायें 410 और 332 क्या 2 से विभाजित किया जा सकता है।

प्रथम समूह के छात्र – भाग देकर।

शिक्षक – शाबाश!

शिक्षक (दूसरे समूह से) – बच्चों! अब तुम बताओ कैसे पता करेंगे कि संख्याएँ 420 और 117 क्या 3 से विभाजित किया जा सकता है।

दूसरे समूह के छात्र – भाग देकर।

शिक्षक – बहुत अच्छे बच्चों! संख्याओं की विभाज्यता को हम और आसानी से बिना पूरी तरह से संख्याओं को विभाजित किये पता कर सकते हैं।

शिक्षण प्रक्रिया के दौरान – बच्चों! अब हम एक-एक कर किसी संख्या में 2, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 12 और 15 से विभाज्यता की जाँच करेंगे।

- **2 से विभाज्य संख्याएँ** – कोई भी संख्या जिसका इकाई का अंक शून्य हो या 2 से विभाजित (सम संख्या) होती है, वह संख्या 2 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाती है। जैसे— 8, 24, 168, 510, 6452,
.....
- **3 से विभाज्य संख्याएँ**— यदि किसी संख्या के अंकों का योग 3 से विभाजित हो, तो वह संख्या 3 से विभाजित होती है। जैसे— 27, 69, 387, 729, 24129,

स्पष्टीकरण –

$$\rightarrow \text{संख्या } 729 = 7 + 2 + 9 = 18 \text{ अर्थात् } \frac{18}{3} = 6$$

अतः संख्या 729, संख्या 3 से पूर्णतः विभाजित होगी।

$$\rightarrow \text{संख्या } 24129 = 2 + 4 + 1 + 2 + 9 = 18 \text{ अर्थात् } \frac{18}{3} = 6$$

अतः संख्या 24129, संख्या 3 से पूर्णतः विभाज्य है।

- **4 से विभाज्य संख्याएँ**— बच्चों संख्याओं 124, 3428, 100, 1200 को देखिए। प्रथम दो संख्याओं में इकाई और दहाई से बनी संख्याएँ 24 और 28 है। ये संख्यायें 4 से पूरी-पूरी विभाजित हो जाती है



अर्थात् यह 4 से विभाज्य हैं।

स्पष्टीकरण –

→ संख्या 124 अंतिम दो अंक= 24, परन्तु $\frac{24}{4} = 6$

अतः संख्या 124, संख्या 4 से पूर्णतः विभाज्य है।

→ इसी प्रकार संख्या 3428 में अंतिम दो अंक= 28, परन्तु $\frac{28}{4} = 7$

अतः यदि किसी संख्या के इकाई और दहाई के अंकों से बनी संख्या 4 से विभाजित होती है तो वह संख्या 4 से विभाज्य होगी, जिस संख्या के इकाई और दहाई के अंक शून्य हो, वह संख्या भी 4 से विभाजित होती है।

- **5 से विभाज्य संख्याएँ**— यदि किसी संख्या के इकाई के स्थान पर 0 या 5 हो तो वह संख्या 5 से विभाजित होती है। जैसे— 70, 85, 340, 7890, 5785,

(शिक्षक श्यामपट्ट पर कुछ उदाहरण लेकर दिखायेंगे।)

- **6 से विभाज्य संख्याएँ** — बच्चों संख्याओं 12, 36, 48, 300,को देखिए। ये संख्याएँ 2 तथा 3 दोनों से विभाज्य है।

(छात्र अपनी कॉपी पर विभाजित करेंगे तथा शिक्षक अवलोकन करेंगे।)

शिक्षक — बच्चों! 6 के अपवर्तक क्या है?

छात्र — 3 और 2

शिक्षक — $6=3 \times 2$

अतः ऐसी संख्याएँ जो 2 और 3 दोनों से विभाज्य हों, वे 6 से भी विभाजित होती हैं।

- **8 से विभाज्य संख्याएँ**— बच्चों संख्याओं 1000, 15000, 15128,को देखिए। संख्याओं 1000 और 15000 में इकाई, दहाई और सैकड़े के स्थानों पर शून्य है। संख्याएँ 1000 और 15000 दोनों ही 8 से विभाज्य है। (शिक्षक छात्रों से हल करवायेंगे तथा स्वयं श्यामपट्ट पर स्पष्टीकरण देंगे।)

15128 में इकाई, दहाई और सैकड़े के स्थानों वाले अंकों से बनी संख्या 128 है। संख्या 128, 8 से विभाज्य हैं, क्योंकि $128 \div 8 = 16$

अतः ऐसी संख्याएँ जिनके इकाई, दहाई और सैकड़े के अंकों से बनी संख्याएँ 8 से विभाज्य हो या इकाई, दहाई और सैकड़े तीनों स्थान पर शून्य हो, वे संख्याएँ भी 8 से पूरी-पूरी विभाजित होती है।

- **11 से विभाज्य संख्याएँ**— किसी संख्या के विषम स्थानों के अंकों का योग निकालिए तथा सम स्थानों के अंकों का योग निकालिए। यदि विषम स्थानों के अंकों का योग तथा सम स्थानों के अंकों के योग का अंतर 11 अथवा 11 का अपवर्त्य (गुणज) हो तो वह संख्या 11 से विभाजित होगी।



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

उदाहरण— 8 0 5 1 3 0 4 2 5

विषम स्थानों पर स्थित अंकों का योग = $8+5+3+4+5=25$

सम स्थानों पर स्थित अंकों का योग = $0+1+0+2=3$

योग का अन्तर = $25-3=22\div 2=11$

चूँकि 22, 11 से विभाजित है, अतः दी गयी संख्या 11 से विभाजित है।

- **12 से विभाज्य संख्याएँ**— बच्चों संख्याओं 12, 36, 60,.....को देखिए। इन संख्याओं को शिक्षक 3 और 4 से विभाजित करवायेंगे। तत्पश्चात् शिक्षक बतायेंगे कि $12=3\times 4$ में लिख सकते हैं। अतः ऐसी संख्यायें जो 3 और 4 दोनों से विभाज्य होती हैं, वे 12 से भी विभाज्य होगी।

- **15 से विभाज्य संख्याएँ**— इसी प्रकार शिक्षक 15 से विभाज्यता की जाँच करवायेंगे। अतः ऐसी संख्याएँ जो 3 और 5 से विभाजित हैं, वे 15 से भी विभाज्य होती हैं।

(शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक-1 (A&B) भरवायेंगे तथा स्वयं कक्षा अवलोकन करेंगे।)

समेकन —

- **2 से विभाज्य संख्याएँ**— यदि दी गयी संख्या एक सम संख्या है।
- **3 से विभाज्य संख्याएँ**— यदि दी गयी संख्या के अंकों का योग 3 से विभाज्य हो।
- **4 से विभाज्य संख्याएँ**— यदि संख्या के अंतिम दो अंकों से बनी संख्या 4 से विभाज्य हो।
- **5 से विभाज्य संख्याएँ**— यदि संख्या में इकाई का अंक 0 या 5 हो।
- **8 से विभाज्य संख्याएँ**— यदि संख्या के अंतिम तीन अंकों से बनी संख्या 8 से विभाज्य हो।

आकलन —

1. नीचे दिये गये कथन सत्य हैं अथवा असत्य।

a. 78,3 से विभाजित हो सकती है।

b. संख्या 345 में 3, 5 वा 15 से पूर्णतया विभाजित हो जाती है।

c. जिस संख्या में इकाई का अंक 5 हो वह संख्या 10 से विभाजित होगी।

d. 856592, 11 से विभाजित है।

e. संख्या 100080, क्रमशः 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11 से पूर्णतः विभाजित है।

2. विभाजिता के नियमों का प्रयोग करते हुए ज्ञात कीजिए कि 643212, 2, 3, 4, 6, 8, 11 से विभाजित है या नहीं।

गृहकार्य — कार्यपत्रक-2



संख्या पद्धति

दिवस - 13

समय - 40 मिनट

प्रकरण – BODMAS के आसान प्रश्न

लर्निंग आउटकम – बच्चे BODMAS के आसान प्रश्नों को हल कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – फ्लैश कार्ड, कार्यपत्रक, श्यामपट्ट, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में

शिक्षक – बच्चों! आपने पिछली कक्षाओं में जोड़, घटाना, गुणा व भाग सीख लिया है। इसी पर हम लोग कुछ नयी मजेदार बातें करेंगे। जरा सोच कर बताइये कि—

2 + 3 = कितना आयेगा? (फ्लैश कार्ड) बच्चे उत्तर देते हैं 5	2+3= ?
और 5 + 4-2 = कितना आयेगा? (फ्लैश कार्ड) बच्चे उत्तर देते हैं- 7 वेरी गुड बच्चों अब बताइये 3+4-2x2 में पहले जोड़ करेंगे या घटाव या गुणा ? (फ्लैश कार्ड) (विचारात्मक)	5+4-2 9-2=7

शिक्षण के दौरान—

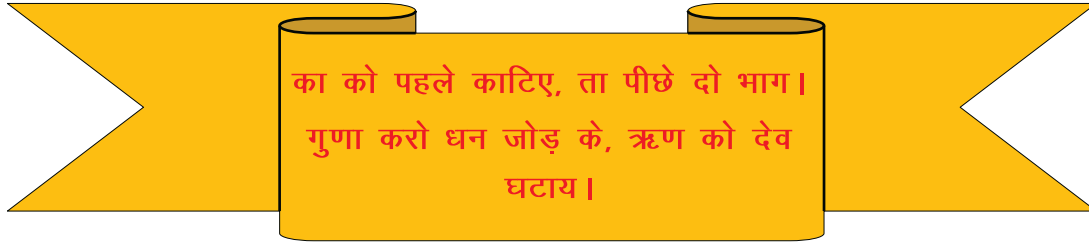
शिक्षक – बच्चों आज की कक्षा में हम यही सीखेंगे कि कौन सी संक्रिया किस क्रम में की जाती है?

बच्चों जब बहुत संक्रियाएं एक साथ होती हैं तो एक नियम के द्वारा उनको क्रम से हल करते हैं वह नियम है BODMAS का नियम है। चलिए इसको विस्तार से पढ़ते हैं। (समझाने के लिए शिक्षक ब्लैक बोर्ड और टी0एल0एम0 की सहायता लेते हैं)

B- Bracket	
Line Bracket _ रेखा कोष्ठक	_____
Small Bracket _ छोटा कोष्ठक	()
Curly Bracket _ मंझला कोष्ठक	{ }
Big Bracket _ बड़ा कोष्ठक	[]
O-off का	
D-Division भाग	÷
M-Multiplication गुणा	x
A-Addition जोड़	+
S-Subtraction घटाना	-



फिर शिक्षक बच्चों को एक दो लाइन का सूत्र बतायेंगे, जो **BODMAS** की संक्रिया पर है।



बच्चों सबसे पहले कोष्ठकों को छोटे से बड़े के क्रम में हल करते हैं। सबसे पहले रेखा, फिर छोटा कोष्ठक, फिर मंजला कोष्ठक और फिर बड़ा कोष्ठक हल किया जाता है। यहां 'का' का अर्थ गुणा होता है। फिर 'का' को गुणा में बदलकर हल करते हैं फिर भाग, गुणा, जोड़ व घटाना की संक्रिया की जाती है। चलिए अब इन प्रश्नों की मदद से इसको समझने की कोशिश करते हैं।

प्रश्न-1

$$8-5-3+1$$

= 9-5-3 (यहां शिक्षक बच्चों को स्पष्ट करते हैं कि जिन संख्याओं के पहले कोई चिह्न नहीं होता वहां धन चिह्न लिया जाता है एवं धनात्मक संख्या, धनात्मक संख्या से ही जोड़ी जाती है।)

$$= 4-3$$

$$= 1 \text{ (उत्तर)}$$

प्रश्न-2

$$= 12 \div 3 - 5 + 9 \quad (\text{पहले भाग को हल किया})$$

$$= 4 - 5 + 9 \quad (\text{फिर जोड़ किया})$$

$$= 13 - 5 \quad (\text{अंत में घटाने की संक्रिया की})$$

$$= 8 \text{ (उत्तर)}$$

चलिए बच्चों एक प्रश्न और करते हैं। शिक्षक बच्चों को श्यामपट्ट पर बुलाकर क्रमशः एक-एक चरण करने को कहते हैं व उनकी सहायता करते हैं। शिक्षक बच्चों के कार्यपत्रक-1 हल करने को देंगे और उनकी सहायता करेंगे।

समेकन — शिक्षक बच्चों से मौखिक प्रश्न पूछकर व श्यामपट्ट की सहायता से बच्चों को अभ्यास कराते हैं व आवश्यक प्रश्न पूछते हैं।

गृहकार्य — शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-2 देते हैं और घर से हल करके लाने को कहते हैं।





संख्या पद्धति

दिवस - 14

समय - 40 मिनट

प्रकरण – BODMAS के कठिन प्रश्न

लर्निंग आउटकम – बच्चे संख्याओं की BODMAS के कठिन प्रश्नों को हल कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – फ्लैश कार्ड, कार्यपत्रक, श्यामपट्ट, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में –

शिक्षक – बच्चों! आपने पिछली कक्षाओं में BODMAS के प्रश्नों में संक्रियाओं को हल करने का तरीका सीख लिया है। अब जरा सोच कर बताइये कि—

$1 + 2 + 3 =$ कितना आयेगा? (फ्लैश कार्ड)	$1+2+3=?$
बच्चे उत्तर देते हैं— 6	
और $10 \div 2 + 3 \times 2 - 2 =$ कितना आयेगा? (फ्लैश कार्ड)	$10 \div 2 + 3 \times 2 - 2 = ?$
बच्चे उत्तर देते हैं— 9	
वेरी गुड बच्चों अब बताइये $3 + \{4 - (2 \times 2) \div 2\}$ को किस प्रकार हल करेंगे? (फ्लैश कार्ड) (विचारात्मक)	

शिक्षण के दौरान –

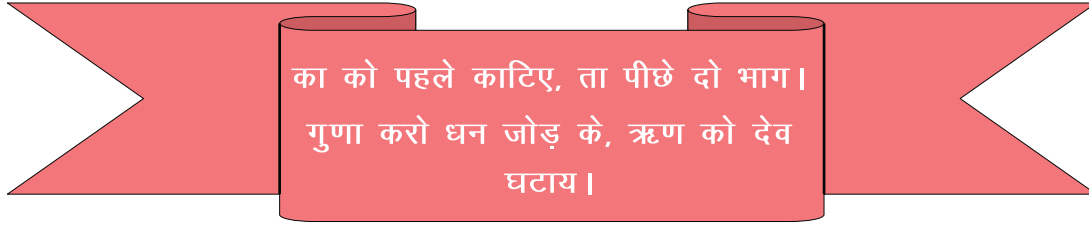
शिक्षक – बच्चों आज की कक्षा में हम यही सीखेंगे कि BODMAS के प्रश्नों में कोष्ठकों व संक्रियाओं दोनों को किस क्रम में हल किया जाता है?

बच्चों जब बहुत सी संक्रियाएं व कोष्ठक एक साथ होती हैं तो एक नियम के द्वारा उनको क्रम से हल करते हैं वह नियम है BODMAS का नियम। चलिए इसको विस्तार से पढ़ते हैं। (समझाने के लिए शिक्षक ब्लैक बोर्ड और टी0एल0एम0 की सहायता लेते हैं)

B- Bracket	
Line Bracket _ रेखा कोष्ठक	_____
Small Bracket _ छोटा कोष्ठक	()
Curly Bracket _ मंझला कोष्ठक	{ }
Big Bracket _ बड़ा कोष्ठक	[]
O-off का	
D-Division भाग	÷
M-Multiplication गुणा	X
A-Addition जोड़	+
S-Subtraction घटाना	-



शिक्षक एक बार पुनः नीचे लिखी पंक्तियों से BODMAS को जोड़ते हुए बच्चों को समझायेंगे।



बच्चों सबसे पहले कोष्ठकों को छोटे से बड़े के क्रम में हल करते हैं। सबसे पहले रेखा, फिर छोटा कोष्ठक, फिर मंजला कोष्ठक और फिर बड़ा कोष्ठक हल किया जाता है। यहां 'का' का अर्थ गुणा होता है। फिर 'का' को गुणा में बदलकर हल करते हैं फिर भाग, गुणा, जोड़ व घटाव की संक्रिया की जाती है। चलिए अब इन प्रश्नों की मदद से इसको समझने की कोशिश करते हैं।

प्रश्न-1

$$\begin{aligned}
 &6 + 3(2 + 5 - 3) \\
 &6 + 3(7 - 3) \\
 &6 + 3(4) \\
 &6 + 3 \times 4 \\
 &6 + 12 \\
 &18 \text{ उत्तर}
 \end{aligned}$$

प्रश्न-2

$$\begin{aligned}
 &16 - [4\{21 - 3(8 - 2)\}] \\
 &16 - [4\{21 - 3(6)\}] \\
 &16 - [4\{21 - 18\}] \\
 &16 - [4\{3\}] \\
 &16 - [4 \times 3] \\
 &16 - [12] \\
 &16 - 12 \\
 &4 \text{ उत्तर}
 \end{aligned}$$

समेकन – शिक्षक बच्चों से मौखिक प्रश्न पूछकर व श्यामपट्ट की सहायता से बच्चों को अभ्यास कराते हैं व आवश्यक प्रश्न पूछते हैं।

गृहकार्य – शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 और 2 देते है और घर से हल करके लाने को कहते है।





संख्या पद्धति

दिवस - 15

समय - 40 मिनट

प्रकरण – पूर्ववर्ती व अनुवर्ती संख्या एवं पैटर्न

लर्निंग आउटकम – बच्चे संख्याओं की पूर्ववर्ती व अनुवर्ती संख्याओं एवं पैटर्न के प्रश्नों को बता लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – संख्या कार्ड, संख्या चार्ट, कार्यपत्रक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में –

शिक्षक – बच्चों! आओ एक खेल खेलते हैं। शिक्षक बच्चों से एक लाइन लगाने को कहते हैं। माना कुल पच्चीस बच्चे हैं।

अब हर बच्चे के आगे संख्या कार्ड क्रमशः रख दिया जाता है, जिससे बच्चे को अपनी संख्या साफ दिखे व समझ में आये।

शिक्षक बच्चों से अपनी संख्या बोलने को कहते हैं। बच्चे क्रमशः 1, 2, 3 आदि संख्यायें बोलते हैं।

शिक्षक – 3 के पहले कौन सी संख्या है?

बच्चे उत्तर देते हैं – 2

शिक्षक – 20 के पहले कौन सी संख्या है?

बच्चे उत्तर देते हैं – 19

शिक्षक – इस प्रकार 20 के बाद कौन सी संख्या है?

बच्चे उत्तर देते हैं – 21

बच्चों किसी संख्या के पहले या बाद की संख्या को क्या कहते हैं? (विचारात्मक)

शिक्षक – बच्चों किसी संख्या के पहले की संख्या को पूर्ववर्ती संख्या व बाद की संख्या को अनुवर्ती संख्या कहते हैं।

शिक्षण के दौरान–

शिक्षक संख्या चार्ट के माध्यम से अलग-अलग उदाहरणों से पूर्ववर्ती एवं अनुवर्ती संख्याओं को स्पष्ट करते हैं। साथ ही बच्चों से प्रश्न पूछकर आगे व पीछे की संख्या की धारणा स्पष्ट करते हैं।

बच्चों अब हम लोगो ने अनुवर्ती व

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

पूर्ववर्ती संख्याओं की धारणा समझ चुके हैं। अब हम 100 से आगे की संख्याओं पर कार्य करेंगे।

कक्षा कार्य – शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 देते हैं व कक्षा-कक्ष में घूम-घूमकर सभी बच्चों को कार्यपत्रक करने में आवश्यक सहायता करते हैं।

साथ ही अब शिक्षक यह भी स्पष्ट करते हैं कि पैटर्न, जोड़, घटाना, गुणा, भाग या अन्य किसी भी निश्चित नियम के आधार पर बनाया जा सकता है।

श्यामपट्ट कार्य–

25,22,19,16,13,10,7,

अब अगली संख्या क्या होगी?

बच्चे उत्तर देते हैं-4

2,4,8,16,

इसमें अगली संख्या क्या होगी?

बच्चे उत्तर देते हैं – 32

वेरी गुड बच्चों

शिक्षक कार्यपत्रक-2 को समझने व करने में बच्चों की सहायता करते हैं।

खेल गतिविधि – शिक्षक बच्चों को एक लाइन में खड़ा होने को कहते हैं। सभी बच्चों को क्रमानुसार 1,2,3.... के संख्या कार्ड देते हैं।

1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,,17,18,19,20,21,22

अब शिक्षक एक छोड़ कर एक जैसे 1 के बाद 3 फिर 5,

इस प्रकार बच्चों को बगल में शिफ्ट होने को कहते हैं।

अर्थात् एक लाइन 1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21 की और

दूसरी लाइन 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20 की बन जाती है।

शिक्षक बच्चों से प्रश्न पूछते हैं पहली लाइन में 13 के बाद कौन सी संख्या है?

बच्चे उत्तर देते हैं – 15

अच्छा बताइये दूसरी लाइन में 20 के बाद कौन सी संख्या आयेगी?

बच्चे उत्तर देते हैं – 22

वेरी गुड बच्चों

इसी प्रकार शिक्षक निम्नलिखित अंकों के अनुसार लाइन लगवाकर बच्चों में पैटर्न की अवधारणा स्पष्ट करते हैं।

1,4,7,10,13,16,19,



5,10,15,20

निम्नवत् श्रृंखलाओं के पैटर्न समझकर रिक्त स्थान भरिए।

1, 5, 9, 13,

80, 75, 70, 65,

4, 16, 64

3, 6, 9, 12,

70, 63, 56, 49, 42,

0, 25, 50, 75,, 125,, 175, 200

1000, 900,, 700, 500

समेकन – शिक्षक श्यामपट्ट पर पूर्ववर्ती एवं अनुवर्ती संख्याओं तथा पैटर्न के निम्नलिखित प्रश्नों को हल करने को कहते हैं।

प्रश्न-1 , 89

प्रश्न-2 257,

पैटर्न पहचानकर अगली संख्या बताओ।

11, 21, 31, 41,

गृहकार्य – अग्रलिखित संख्याओं की पूर्ववर्ती व अनुवर्ती संख्या लिखिए।



पूर्ववर्ती संख्या	संख्या	अनुवर्ती संख्या
155	156	157
	123	
	528	
	256	
	861	
	196	
	289	
	100	





संख्या पद्धति

दिवस - 16

समय - 40 मिनट

प्रकरण – प्राकृतिक, पूर्ण एवं पूर्णांक संख्यायें

लर्निंग आउटकम – बच्चे प्राकृतिक संख्याओं (Natural Number), पूर्ण संख्याओं (Whole number), व पूर्णाकों (Integers) की अवधारणा से परिचित हैं।

आवश्यक सामग्री— गणित किट, टॉफियाँ, कंकड़ या कांच की गोलियां, जो भी आसानी से उपलब्ध हो।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

शिक्षक – बच्चों! आओ एक खेल खेलते हैं। शिक्षक कुछ बच्चों को आगे बुलाकर कांच की गोलियां गिनने को कहते हैं। बच्चे गिनकर बताते हैं—20 गोलियां है। अब फर्श पर एक सीधी रेखा में शिक्षक 1 से 20 तक संख्यायें लिखते हैं व हर संख्या के स्थान पर 1—1 कांच की गोली बच्चों से रखवाते हैं।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

शिक्षक बच्चों से पूछते हैं— बच्चों जिन संख्याओं का वस्तुओं को गिनने में प्रयोग किया जाता है, उन्हें क्या कहते हैं?

बच्चे असहजता का अनुभव करते हुए गिनती, संख्या आदि उत्तर देते हैं। (विचारात्मक)

शिक्षक – बच्चों जिन संख्याओं का वस्तुओं को गिनने में प्रयोग किया जाता है, उन्हें प्राकृतिक संख्याएं कहते हैं। आज हम प्राकृतिक व अन्य संख्या रूपों को विस्तार से पढ़ेंगे।

शिक्षण के दौरान –

इस प्रकार जिन संख्याओं का उपयोग वस्तुओं को गिनने में किया जाता है उन्हें प्राकृतिक संख्याएं कहते हैं। प्राकृतिक संख्याएं 1 से प्रारम्भ होकर अनन्त तक हो सकती है।

1, 2, 5, 16, 38, 69, 124, 268, 281 आदि प्राकृतिक संख्याओं के उदाहरण हैं।

अच्छा बच्चों सोचकर बताइये कि यदि आपकी जेब में 4 टॉफी हैं और चारों आपने खा ली तो अब आपकी जेब में कितनी टॉफी बचीं।

बच्चे उत्तर देते हैं – एक भी टॉफी नहीं बची या शून्य टॉफी बचीं।

वेरी गुड बच्चों।

बच्चों जब शून्य को प्राकृतिक संख्याओं के समूह में जोड़ दिया जाता है, तो उन्हें पूर्ण संख्याएं कहते हैं।

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

शिक्षक चार्ट व प्लैश कार्ड की सहायता से बच्चों को प्राकृतिक संख्या और पूर्ण संख्याओं की अवधारणाओं में



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

अंतर स्पष्ट करते हैं कि जो संख्याएं वस्तुओं को गिनने में प्रयोग होती हैं वे प्राकृतिक संख्याएं कहलाती हैं और जब शून्य को भी प्राकृतिक संख्याओं के साथ शामिल कर लिया जाता है तो इन्हें पूर्ण संख्याएं कहते हैं।

गतिविधि – शिक्षक तीन बच्चों को बाहर बुलाते हैं। उनका नाम दीपक, हाफिज़ और वैष्णवी है। अब मान लीजिए दीपक के पास 7 रुपये हैं, वैष्णवी के पास 3 रुपये हैं। हाफिज़, दीपक से 10 रुपये उधार मांगते हैं। अब दीपक वैष्णवी से 3 रुपये लेकर $7+3=10$ रुपये हाफिज़ को दे देता है।

अब बताइये हाफिज़ के पास कितने रुपये हैं?

बच्चे उत्तर देते हैं – 10

वैष्णवी के पास कितने रुपये हैं?

बच्चे उत्तर देते हैं – शून्य

दीपक के पास कितने रुपये हैं?

बच्चे उत्तर देते हैं – शून्य

यहां शिक्षक बच्चों को स्पष्ट करते हैं कि दीपक के पास तीन रुपये का उधार है जो उसने वैष्णवी से लिया है। अर्थात् दीपक के पास जो भी रुपये आयेंगे उसमें तीन रुपये घट जायेंगे और वैष्णवी के बढ़ जायेंगे।

दीपक (-3)

वैष्णवी (+3)

इस प्रकार संख्याएं धनात्मक भी होती हैं और ऋणात्मक भी।

चलिए इनका अध्ययन करते हैं।





इस प्रकार पूर्णांक 3 प्रकार के होते हैं।

1. ऋण पूर्णांक
2. धन पूर्णांक
3. शून्य पूर्णांक

समेकन – शिक्षक श्यामपट्ट पर 3,5,0,16,-24 संख्याएं लिखकर बच्चों से प्राकृतिक, पूर्ण संख्याओं व पूर्णाकों की अवधारणा स्पष्ट करते हैं।

गृहकार्य – निम्नवत् कार्यपत्रक-1, 2 को घर से करके लाने को कहेंगे।

संख्या	प्राकृतिक संख्या (Natural Number)	पूर्ण संख्या (Whole Number)	धन पूर्णांक (Positive Integer)	शून्य पूर्णांक (Zero)	ऋण पूर्णांक (Negative Integer)
-5					
10					
52					
-34					
0					
149					
-504					



लघुतम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

दिवस - 17

समय - 40 मिनट

प्रकरण – अपवर्तक (Factors)

लर्निंग आउटकम – बच्चे दी गयी संख्याओं के अपवर्तक ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – पेन, चॉक, डस्टर, कार्यपत्रक, गणित किट।

शिक्षण के प्रारम्भ में – (शिक्षक बच्चों के साथ संवाद करते हैं)

शिक्षक – रवि के घर में कुल पाँच सदस्य हैं। रवि के घर में आवश्यक सामग्री (जैसे— आटा, चावल, दाल व सब्जी इत्यादि) खत्म हो गयी है। रवि की माँ ने रवि को रु. 500 देकर बाजार से आवश्यक सामान लाने के लिए कहा। रवि सामान लेने बाजार जाता है और आवश्यक सामान को खरीदता है। सामान खरीदने के बाद रवि के पास 24 शेष बच जाते हैं। रवि बचे हुए रु. 24 से 12 समोसे भी सामान के साथ खरीद लेता है। घर आने पर उसे पता चलता है कि—

केस 1 – रवि के मामा भी घर आ चुके हैं। रवि की माँ सभी को समान मात्रा में समोसे बाँट देती है। बच्चों बताइए कि रवि को कितने समोसे मिले?

छात्र – विचारात्मक (शिक्षक बच्चों को सोचने के लिए एक से दो मिनट का समय देते हैं।)

केस 2 – रवि के पिता खाना खा चुके थे इसलिए उन्होंने समोसे खाने से मना कर दिया। शेष सदस्यों में रवि की माँ ने समान मात्रा में समोसे बाँट दिये। बच्चों बताइए कि रवि को कितने समोसे मिले? (जबकि मामा घर से जा चुके थे)

छात्र – बच्चे सोचते हैं। (शिक्षक, बच्चों को सोचने के लिए 1, 2 मिनट का समय देते हैं।)

केस 3 – रवि के पिता काम के लिए खेत पर जा चुके हैं तथा रवि की माँ खाना बनाने में व्यस्त हैं। रवि की माँ ने रवि के सभी भाई—बहनों में समोसे समान मात्रा में बाँटकर खा लेने के लिए कहा। बच्चों रवि को कितने समोसे मिले?

छात्र – (सम्भावित उत्तर) 4 समोसे (शिक्षक, बच्चों को सोचने के लिए कुछ समय देते हैं।)

केस 4 – अच्छा! बच्चों बताइए कि यदि रवि अपनी एकलौती बहन के साथ सभी समोसों को समान मात्रा में बाँट लेता है, तब रवि को कितने समोसे मिलेंगे?

छात्र – सम्भावित उत्तर 6 समोसे (शिक्षक, बच्चों को सोचने के लिए कुछ समय देते हैं।)

शिक्षण के दौरान – (शिक्षक गतिविधि के माध्यम से उक्त चारों केस पर चर्चा करते हैं।)

केस 1 के लिए

शिक्षक कक्षा के पाँच छात्रों को कक्षा के एक कोने में खड़ा करते हैं। फिर कक्षा के शेष बच्चों से यह पूछते हैं कि



यहाँ कितने छात्र खड़े हैं? (कोने में खड़े हुए छात्रों की ओर संकेत करते हुए)

छात्र — पाँच (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक — एक छात्र को और बुलाकर पाँचों छात्रों के साथ खड़ा करेंगे और बच्चों से पूछेंगे कि अब कितने छात्र हो गये?

छात्र — छः (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक कक्षा में उपलब्ध सामग्री जैसे—पेन, पेन्सिल, चॉक इत्यादि में से कोई भी एक सी 12 वस्तुएँ (माना पेन) लेते हैं। इसे 6 छात्रों (जो खड़े हैं) में बराबर—बराबर पेन बाँट देते हैं। फिर छात्रों से पूछेंगे कि इनको कितने पेन मिले हैं?

छात्र — 2 पेन (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक — यह आप लोगों ने कैसे ज्ञात किया?

छात्र — सम्भावित उत्तर (भाग द्वारा)

शिक्षक — (श्यामपट्ट पर करके दिखाते हैं)

$$\begin{array}{r} 6)12(2 \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$$

भागफल— 2

अर्थात् $6 \times 2 = 12$

केस 2 के लिए

शिक्षक कक्षा के कोने में खड़े 6 छात्रों में से एक—एक करके (छात्रों के साथ चर्चा करते हुए) दो छात्रों को कक्षा में अपने स्थान पर बैठने के लिए कहेंगे। फिर छात्रों से पूछेंगे कि अब कितने छात्र खड़े हैं?

छात्र — चार (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक — 12 पेन (उपलब्ध सामग्री) को इन 4 छात्रों में छात्र की सहायता से बाँट देते हैं। फिर बच्चों से पूछेंगे कि बताइए इन छात्रों को कितने—कितने पेन मिले हैं?

छात्र — 3 पेन (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक — (श्यामपट्ट पर करके दिखायेंगे)

$$\begin{array}{r} 4)12(3 \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$$

भागफल — 3

अर्थात् $4 \times 3 = 12$



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

केस 3 के लिए

शिक्षक कक्ष के कोने में खड़े 4 छात्रों में से एक और छात्र को कक्ष में अपने स्थान पर बैठने के लिए कहेंगे। फिर छात्रों से पूछते हैं कि अब कितने छात्र खड़े हैं?

छात्र — तीन (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक — 12 पेन (उपलब्ध सामग्री) को इन 3 छात्रों में छात्र की सहायता से बाँट देते हैं। फिर बच्चों से पूछते हैं कि बताइए इन छात्रों को कितने-कितने पेन मिले हैं?

छात्र — सम्भावित उत्तर (4 पेन)

शिक्षक — (श्यामपट्ट पर करके दिखायेंगे)

$$\begin{array}{r} 3)12(4 \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$$

भागफल— 4

अर्थात् $3 \times 4 = 12$

केस 4 के लिए

शिक्षक कक्ष के कोने में खड़े 3 छात्रों में से एक और छात्र को कक्ष में अपने स्थान पर बैठने के लिए कहेंगे। फिर छात्रों से पूछते हैं कि अब कितने छात्र खड़े हैं?

छात्र — दो

शिक्षक — 12 पेन (उपलब्ध सामग्री) को इन 2 छात्रों में छात्र की सहायता से बाँट देते हैं। फिर बच्चों से पूछते हैं कि बताइए इन छात्रों को कितने-कितने पेन मिले हैं?

छात्र — सम्भावित उत्तर (6 पेन)

शिक्षक — (श्यामपट्ट पर करके दिखायेंगे)

$$\begin{array}{r} 2)12(6 \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$$

भागफल— 6

अर्थात् $2 \times 6 = 12$

(शिक्षक गतिविधि को आगे बढ़ाते हुए)

शिक्षक कक्ष के कोने में खड़े 2 छात्रों में से एक और छात्र को कक्ष में अपने स्थान पर बैठने के लिए कहेंगे। फिर छात्रों से पूछते हैं कि अब कितने छात्र खड़े हैं?



छात्र – एक (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक – 12 पेन (उपलब्ध सामग्री) को इन 1 छात्र को देंगे और छात्रों से पूछते हैं कि बताइए इस छात्र को कितने पेन मिलेंगे?

छात्र – 12 पेन (सम्भावित उत्तर)।

शिक्षक – अर्थात् $12 \times 1 = 12$

शिक्षक समेकित करते हुए बच्चों से पूछते हैं कि 12 किन-किन संख्याओं से विभाजित हो जाता है?

छात्र – सम्भावित उत्तर 1, 2, 3, 4, 6 और 12 से

शिक्षक छात्रों को स्पष्ट करेंगे कि प्रत्येक संख्या का विभाजक एक और संख्या स्वयं होती है और संख्या 12, 2, 3 एवं 6 से भी पूर्णतः विभाजित हो जा रहा है। इसलिए 12 के विभाजक = 1, 2, 3, 4, 6 और 12 है। अर्थात् 12 के विभाजकों की कुल संख्या 6 है। इन्हीं विभाजकों की संख्या को 12 का अपवर्तक कहते हैं।

प्रयास कीजिए—

10 और 22 के अपवर्तक ज्ञात कीजिए।

(शिक्षक शिक्षण कार्य के दौरान छात्रों से अपवर्तक ज्ञात करने के लिए कहेंगे तथा अवलोकन करेंगे।)

शिक्षक कार्यपत्रक – 1 एवं 2 को छात्रों से हल करने को कहेंगे और अवलोकन करेंगे।

समेकन – हमने पाया कि—

- 1 प्रत्येक संख्या का अपवर्तक है।
- प्रत्येक संख्या स्वयं का अपवर्तक होती है।
- किसी संख्या का प्रत्येक अपवर्तक उस संख्या का एक पूर्ण विभाजक है।
- किसी संख्या के अपवर्तकों की संख्या सीमित है।
- किसी संख्या का प्रत्येक अपवर्तक उस संख्या से छोटा या उसके बराबर होता है।

आकलन—

प्रश्न 1— खाली जगह भरिए—

- a. $4 \times 5 = 20$ में 4 और 5, 20 के हैं।
b. $4 \times 6 = 24$ में और, 24 के अपवर्तक हैं।
c. $6 \times 7 = 42$ में और, 42 के अपवर्तक हैं।

प्रश्न 2— सही उत्तर पर (✓) चिह्न लगाइए—

- a. 71 का अपवर्तक 8 है। हाँ / नहीं
b. 81 का अपवर्तक 9 है। हाँ / नहीं

गृहकार्य – कार्यपत्रक 3



लघुतम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

दिवस - 18

समय - 40 मिनट

प्रकरण – अपवर्त्य (Multiple)

लर्निंग आउटकम – बच्चे दी गयी संख्याओं के अपवर्त्य ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – गणित किट, कार्यपत्रक।

शिक्षण प्रक्रिया के प्रारम्भ में – (शिक्षक प्रथम दिन की पुनरावृत्ति करते हुए)

शिक्षक – बच्चों! आज हम एक खेल खेलते हैं। कोई दो छात्र मेरे पास आ जायें।

(रमेश और गीता शिक्षक के पास आ जाते हैं। शिक्षक गणित किट से 50 कार्ड निकालते हैं और उन्हें मेज पर चित्रानुसार सजाते हैं।)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

अब खेल शुरू करते हैं—

गीता पहले खेलती है। वह मेज से एक कार्ड उठाती है और देखती है कि उस पर 14 लिखा है। उसे अपने पास रख लेती है।

अब रमेश वे सभी कार्ड उठाता है जिन पर गीता के कार्ड पर लिखी संख्या 14 के अपवर्तक लिखे हैं और उन्हें अपने पास में रख लेता है।

शिक्षक यह खेल तब तक जारी रखते हैं जब तक कि सभी कार्ड समाप्त न हो जायें।

रमेश और गीता अपने कार्डों पर लिखी संख्याओं को जोड़ते हैं। जिसका योग अधिक होता है उसे विजेता माना जाता है।

जब शिक्षक $14=2 \times 7$ लिखते हैं तो छात्र कहते हैं कि 2 और 7 संख्या 14 के अपवर्तक हैं।

अब शिक्षक छात्रों से प्रश्न करते हैं कि 14, संख्या 2 और 7 का क्या है? छात्र सोच में पड़ जाते हैं।



शिक्षण के दौरान – शिक्षक गणित किट से ब्लॉक को मेज पर रखकर निम्नलिखित आकृति के अनुसार छात्रों को सजाने के लिए कहेंगे—

7	7					
7	7	14				
7	7	7	21			
7	7	7	7	28		
7	7	7	7	7	35	
7	7	7	7	7	7	42

शिक्षक छात्रों को स्पष्ट करेंगे कि एक ब्लॉक का मान 7 है। छात्रों अब हम इस चित्र से एक गणितीय अवधारणा को समझने का प्रयास करते हैं।

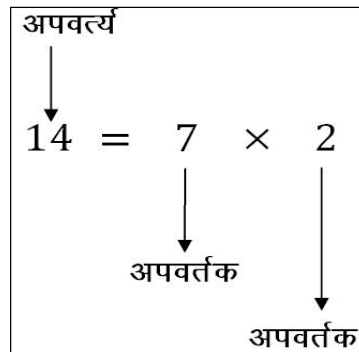
ऊपरी पट्टी की लम्बाई = $7=1 \times 7$ मात्रक है।

इसके नीचे वाली पट्टी की लम्बाई = $7+7=14$ मात्रक = 7×2 मात्रक

शिक्षक छात्रों को स्पष्ट करेंगे कि ऊपर हम पढ़ चुके हैं कि $14=7 \times 2$ में 7 और 2 संख्या 14 के अपवर्तक है।

यदि हम संख्या 7 और 2 का 14 से सम्बन्ध ज्ञात करते हैं तो 14 संख्या 7 और 2 का अपवर्त्य (गुणज) कहलाता है।

अर्थात्,



उपरोक्त गतिविधि को आगे बढ़ाते हुए शिक्षक संख्या के ऐसे सभी अपवर्त्य निकलवायेंगे जो कि 100 से कम हो।

शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक-1 को हल करायेंगे तथा अवलोकन करेंगे।

समेकन – हमने पाया कि—

- दो या दो से अधिक संख्याओं का गुणनफल, उन संख्याओं का अपवर्त्य होता है।
- प्रत्येक संख्या 1 की अपवर्त्य है जैसे— $7=1 \times 7, 4=1 \times 4$



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

- प्रत्येक संख्या स्वयं की अपवर्त्य है जैसे $-7=7 \times 1, 6=6 \times 1$
- प्रत्येक संख्या का अपवर्त्य दी हुई संख्या से बड़ा या उस संख्या के बराबर होता है।
- किसी संख्या के अपवर्त्य उस संख्या में 1, 2, 3, 4, 5 आदि प्राकृतिक संख्याओं से गुणा करने पर प्राप्त होते हैं।

आकलन—

प्रश्न 1— सही (✓) का निशान लगाइए—

- क्या 6 का अपवर्त्य 24 है? हाँ / नहीं
- क्या 87, 3 का अपवर्त्य है? हाँ / नहीं

प्रश्न 2— रिक्त स्थान भरिए—

- $4 \times 7 = 28$, तो और का अपवर्त्य है 28।
- $45 \times 3 = 135$, तो 45 और 3 का अपवर्त्य है

गृहकार्य— कार्यपत्रक—2





लघुतम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

दिवस - 19

समय - 40 मिनट

प्रकरण— महत्तम समापवर्तक (H.C.F.)

लर्निंग आउटकम— बच्चे महत्तम समापवर्तक की अवधारणा को समझकर दी गयी संख्याओं का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री — दो चॉक लाल एवं सफेद, चॉक के डिब्बे, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में — (शिक्षक कार्यपत्रक-1 को भरवायेंगे।)

इसके बाद जब सभी छात्र कार्यपत्रक भर लेंगे। फिर शिक्षक छात्रों से चर्चा करेंगे कि उक्त संख्याओं के अपवर्तक में कोई अपवर्तक समान है।

छात्र — हाँ (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक — इन समान अपवर्तकों को क्या कहते हैं?

छात्र — विचार करेंगे।

शिक्षण के दौरान—

शिक्षक — बच्चों! आज क्रियाकलाप के माध्यम से उक्त गणितीय अवधारणा को सीखने का प्रयास करेंगे। आज हम इस चॉक के डिब्बे से एक-एक चॉक निकालकर मेज पर सजायेंगे। चॉक दो रंग लाल एवं सफेद में है, जिसमें 36 लाल चॉक है और 60 सफेद चॉक है। चॉक को सजाते समय निम्नलिखित नियमों का पालन करेंगे—

- चॉक एक सीधी लाइन में रखेंगे।
- एक लाइन में लाल रंग की चॉक और दूसरी लाइन में सफेद रंग की चॉक रखनी है।
- हर लाइन में लाल और सफेद चॉकों की संख्या बराबर-बराबर हो।

शिक्षक — सोचिए! हर लाइन में चॉक की अधिकतम संख्या कितनी होनी चाहिए?

(सभी बच्चे सोचने लगे।)

छात्र — (मौन)

शिक्षक — हर लाइन में अधिकतम 12 चॉक होंगे।

छात्र — कैसे?

शिक्षक — महत्तम समापवर्तक से चॉक की अधिकतम संख्या का पता चला। आइए हम 36 और 60 का महत्तम समापवर्तक निकालते हैं। पूर्व में हम किसी संख्या के सभी सम्भव अपवर्तक निकालना सीख चुके हैं। यहाँ हम 36 और 60 के सभी सम्भव अपवर्तक निकालते हैं—



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

36 के अपवर्तक — 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

60 के अपवर्तक — 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 20, 30, 60

इसमें 36 और 60 के समान अपवर्तक— 1, 2, 3, 4, 6, 12 है। इन समान अपवर्तक को ही हम समापवर्तक कहते हैं।

शिक्षक — इनमें सबसे बड़ा अपवर्तक क्या है?

छात्र — इनमें सबसे बड़ा अपवर्तक 12 है।

अतः 36 और 60 का महत्तम समापवर्तक 12 है। (शिक्षक छात्रों को बतायेंगे)

शिक्षक कम से कम पाँच उदाहरणों को हल करवायेंगे। तत्पश्चात् कार्यपत्रक 2 को हल करवायेंगे और अवलोकन करेंगे।

समेकन —

- यदि दो संख्याओं का समापवर्तक 1 हो तो उन संख्याओं को सह-अभाज्य कहते हैं।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्तक (म0स0) वह बड़ी से बड़ी संख्या है जो सभी संख्याओं का अपवर्तक हो।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का म0स0 उनमें से किसी भी संख्या से बड़ा नहीं हो सकता।

आकलन —

प्रश्न 1 — निम्नलिखित संख्याओं के सम-अपवर्तक ज्ञात कीजिए।

- a. 9 और 15 b. 24 और 40 c. 30 और 50

प्रश्न 2 — निम्नलिखित संख्याओं का म0स0 सभी अपवर्तक लिखकर ज्ञात कीजिए।

- a. 18 और 42 b. 52 और 78 c. 12 और 18 d. 6, 9 और 12

गृहकार्य — कार्यपत्रक—3





लघुतम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

दिवस - 20

समय - 40 मिनट

प्रकरण – लघुतम समापवर्त्य

लर्निंग आउटकम – बच्चे लघुतम समापवर्त्य की अवधारणा को समझकर दी गयी संख्याओं का ल0स0 ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – पौधे (विद्यालय में उपलब्ध अन्य सामग्री का भी उपयोग किया जा सकता है), गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में – (शिक्षक श्यामपट्ट पर निम्नलिखित तालिका बनायेंगे)

शिक्षक – यहाँ दी गयी तालिका को ध्यान से देखिए–

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

बच्चों! अब हम इसमें 3, 4 एवं 6 के अपवर्त्य पर क्रमशः गोला (○), आयत (□) एवं त्रिभुज(△) को बनायेंगे।

(सभी छात्र क्रियाकलाप को अपनी कॉपी पर करेंगे तथा शिक्षक अवलोकन करेंगे।)

शिक्षक – क्या 3, 4 एवं 6 के कोई अपवर्त्य समान है?

छात्र – हाँ (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक – बच्चों! जो अपवर्त्य आपस में समान है उनको क्या कहते हैं?

छात्र – (सोचने लगेंगे)

शिक्षक – बच्चों! इस अवधारणा को हम समापवर्त्य कहते हैं और हम इससे सम्बन्धित अवधारणाओं को समझेंगे।



शिक्षण के दौरान—

रवि और विवेक दो मित्र हैं। दोनों एक ही विद्यालय में पढ़ते हैं। पर्यावरण दिवस (5 जून) को रवि ने कहा कि मैं अपने विद्यालय में गुलाब के पौधे लगाना चाहता हूँ। विवेक ने कहा मैं भी अपने विद्यालय में चमेली का पौधा लगाना चाहता हूँ। दोनों ने विद्यालय के पास की नर्सरी से अच्छे पौधे खरीदने का निर्णय किया। दोनों नर्सरी जाते हैं। उनको पता चलता है कि गुलाब के एक पौधे की कीमत 15 है। चमेली के एक पौधे की कीमत 10 है। दोनों ने यह भी तय किया कि पौधे के लिए—

- बराबर रूपये खर्च करेंगे।
- कम से कम रूपये लेकर जायेंगे।
- पौधे खरीदने के बाद रूपये भी नहीं बचने चाहिए।

दोनों सोचते रहे लेकिन तय नहीं कर पाये कि कितने रूपये लेकर जायें। दोनों ने अपनी समस्या शिक्षक को बतायी। शिक्षक ने कुछ सोचकर बताया, “तुम दोनों कम से कम 30 लेकर जाओ।” दोनों को आश्चर्य हुआ। उन्होंने तुरन्त पूछा, “सर, आपने कैसे बता दिया?” शिक्षक बोले 15 और 10 का लघुतम समापवर्त्य निकालकर बता दिया। दोनों ने पूछा, “सर, यह लघुतम समापवर्त्य क्या है और कैसे निकालते हैं?”

शिक्षक ने बताया—

15 के अपवर्त्य— 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120,

10 के अपवर्त्य— 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120,

अगर उन्हें बराबर रूपये खर्च करने हैं तो किसी समापवर्त्य के बराबर खर्च करना होगा। जैसे रु. 30, रु. 60, रु.90 या कोई अन्य समापवर्त्य

15 और 10 के समापवर्त्य — 30, 60, 90, 120,

और कम से कम रूपयों के लिए सबसे छोटा समापवर्त्य अर्थात् लघुत्तम समापवर्त्य लेते हैं। यहाँ सबसे छोटा समापवर्त्य 30 है। अतः 15 और 10 का लघुत्तम समापवर्त्य = 30 होगा।

अर्थात् रवि और विवेक को रु. 30 लेकर जाना चाहिए।

आइए हम और संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करते हैं।

उदाहरण—

- i. 2, 3 और 4 का लघुत्तम समापवर्त्य निकालिए।
- ii. 15 और 25 का लघुत्तम समापवर्त्य निकालिए।
- iii. 12, 18 और 30 का लघुत्तम समापवर्त्य निकालिए।
- iv. 12, 18 और 24 का लघुत्तम समापवर्त्य निकालिए।

शिक्षक कार्यपत्रक बच्चों से 1 भरवायेंगे तथा अवलोकन करेंगे।



समेकन –

- दो या दो से अधिक संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य वह छोटी से छोटी संख्या होती है, जो उन सभी संख्याओं से पूरा-पूरा विभाजित हो जाती है।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य उनमें से किसी भी संख्या से छोटा नहीं हो सकता।

आकलन –

1. 16 और 24 का ल0स0 ज्ञात कीजिए।
2. 12, 30, 24 का ल0स0 ज्ञात कीजिए।
3. 180, 184, 144 का ल0स0 ज्ञात कीजिए।
4. 6 घंटियाँ एक साथ बजना प्रारंभ हुईं यदि वे क्रमशः 2, 4, 6, 8, 10, 12 सेकेण्ड के अन्तराल में बजती हैं तो 30 मिनट में कितनी बार इकट्ठी बजेंगी?
5. किसी दिवस पर लखनऊ से कानपुर की बसें 40 मिनट के अन्तराल से और कानपुर से लखनऊ की बसें 45 मिनट के अन्तराल में चलती हैं। यदि विपरीत दिशा से आने वाली दो बसें किसी पुल से 10:05 बजे प्रातः गुजरती हैं तो उसके बाद उसी पुल से दो विपरीत दिशा की बसें किस समय से गुजरेंगी?

गृहकार्य – कार्यपत्रक 2 एवं 3



लघुतम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक

दिवस - 21

समय - 40 मिनट

प्रकरण – ल0स0 एवं म0स0 में सम्बन्ध

लर्निंग आउटकम – बच्चे ल0स0 और म0स0 में सम्बन्ध ज्ञात कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – गणित किट

शिक्षण के प्रारम्भ में—

शिक्षक – बच्चों! पिछली कक्षाओं में हमने कौन-कौन सी अवधारणाओं को सीखा है?

छात्र – ल0स0 एवं म0स0 (संभावित उत्तर)

शिक्षक – बच्चों! आओ अब हम एक कार्यपत्रक को भरते हैं।

छात्र – कार्यपत्रक-1 को भरेंगे। (शिक्षक कक्षा में घूम-घूम कर अवलोकन करेंगे।)

शिक्षण प्रक्रिया के दौरान—

शिक्षक – बच्चों! कार्यपत्रक-1 को ध्यान से देखिए और बताइए आपने अब तक क्या-क्या ज्ञात किया है?

छात्र – समापवर्तक, समापवर्त्य, ल0स0 एवं म0स0।

शिक्षक – अच्छा बच्चों! बताइए कि क्या इन संख्याओं और म0स0 तथा ल0स0 में कोई सम्बन्ध है?

छात्र – (सोचने लगेंगे)

शिक्षक – बच्चों! आइए हम इनके बीच में सम्बन्ध ज्ञात करने का प्रयास करते हैं।

शिक्षक – बच्चों! कार्यपत्रक-1 में प्राप्त म0स0 और ल0स0 का आपस में गुणा कीजिए।

छात्र – ल0स0 × म0स0 = 36 × 6 = 216

(शिक्षक भी श्यामपट्ट पर करके दिखायेंगे।)

शिक्षक – बच्चों! अब दी गयी संख्याओं का आपस में गुणा कीजिए।

छात्र – पहली संख्या ~~36~~ × 18 = 216

(शिक्षक भी श्यामपट्ट पर करके दिखायेंगे।)

शिक्षक – बच्चों! ल0स0 और म0स0 का गुणनफल कितना आया?

छात्र – 216 (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक – बच्चों! दोनों संख्याओं का गुणनफल कितना आया?

छात्र – 216 (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक – बच्चों! ल0स0 और म0स0 का गुणनफल तथा दोनों संख्याओं का गुणनफल समान आया या



भिन्न-भिन्न आया?

छात्र – समान ($216=216$) आया।

(शिक्षक उपरोक्त सम्बन्ध को कक्षा में कम से कम तीन या चार और उदाहरणों को लेकर स्पष्ट करेंगे।)

शिक्षक – शिक्षक बच्चों को श्यामपट्ट पर समझाते हुए इस निष्कर्ष पर पहुँचेंगे कि—

$$\text{दो संख्याओं का गुणनफल} = \text{संख्याओं का ल०स०} \times \text{संख्याओं का म०स०}$$

उपर्युक्त सम्बन्ध को और स्पष्ट करने के लिए शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक-2 भरवायेंगे।

समेकन – दो संख्याओं का गुणनफल उनके ल०स० और म०स० के गुणनफल के बराबर होता है।

आकलन— $a \times b = \text{ल०स०} \times \text{म०स०}$

दी गयी सारिणी में संख्याओं का ल०स० व म०स० निकाल कर ऊपर दिये गये सूत्र (सम्बन्ध) की जाँच कीजिए।

पहली संख्या	दूसरी संख्या	ल.स.	म.स.	सूत्र की जाँच का परिणाम
12	20	60	4	सही / गलत
24	36	238	12	सही / गलत

क्या दो संख्याओं का म०स० 14 और ल०स० 204 हो सकता है? तर्क दीजिए।

गृहकार्य – दी गई संख्याओं के ल.स. औ. म.सम. निकाल कर उपयुक्त सम्बन्ध की जाँच कीजिए।

1. 14 और 42
2. 25 और 55
3. 18 और 24
4. 3 और 5



भिन्न (Fraction)

दिवस - 22

समय - 40 मिनट

प्रकरण – भिन्नों का गुणा एवं भाग

लर्निंग आउटकम – बच्चे भिन्नों का गुणा एवं भाग कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – चौकौर और वृत्ताकार कागज़, छोटी कैंचियाँ, स्केच पेन, रंगीन चॉक आदि।

प्रशिक्षण के प्रारम्भ में – बच्चों, अब हम भिन्नों का घटाना सीखने के बाद उनके गुणा करके देखेंगे। आप जानते हो कि गुणा जोड़ को तेजी से करने की प्रक्रिया है। जैसे हम 2 को पांच बार जोड़ें या 2 को 5 से गुणा करें तो हमें एक ही परिणाम प्राप्त होगा।

$$2+2+2+2+2=10$$

$$\text{या } 5 \times 2 = 10$$

(शिक्षक बच्चों को अन्य किसी संख्या को लेकर उक्त क्रिया करने को कहें।)

तो हम आज भिन्नों में गुणा की संक्रिया को देखते हैं

$$\frac{1}{2} \times 4$$

शिक्षक – प्रश्न को कैसे पढ़ेंगे ?

बच्चे – एक बटा दो को चार से गुणा करना है।

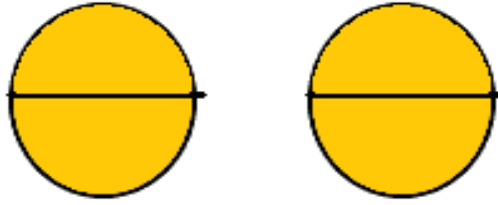
शिक्षक – इसका अर्थ हुआ हम $1/2$ को चार बार जोड़ेंगे ??

शिक्षण के दौरान–

गतिविधि– 01 शिक्षक बच्चों को 03 वृत्ताकार कागज़ के टुकड़े देकर उन्हें 2 बराबर भागों में बांटने के लिए कहे। बच्चे पहले टुकड़े के एक भाग का छायांकन करें और दूसरे तथा तीसरे टुकड़े के दोनों भागों का छायांकन उन्हें अलग-अलग कर लें।



शिक्षक – अब हम आधे-आधे चार हिस्सों को अपनी अभ्यास पुस्तिका पर वृत्त के रूप में चिपकायेंगे।
(सहायता करें)



शिक्षक — कितने वृत्त बनें ?

बच्चे — 2

शिक्षक — इसका अर्थ हुआ कि $1/2$ और 4 की गुणा का परिणाम 02 है ।

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{2}{2} + \frac{2}{2} \end{aligned}$$

= 1 पूर्ण + 1 पूर्ण = 2 पूर्ण

शिक्षक — अब हम कार्यपत्रक -1 पर अभ्यास कार्य करेंगे ।

अब हम इसे गणना करके हल करेंगे ।

(किसी पूर्ण संख्या को हम उसके हर में 1 देकर लिख सकते हैं जैसे 8 या $8/1$ क्योंकि हमने 8 पूर्ण है, इसे हमने अभी तक विभाजित नहीं किया है)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times 4 &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{2} \\ &= 2 \text{ पूर्ण} \end{aligned}$$

शिक्षक — आइये ! अब $1/2$ और $1/3$ की गुणा करते हैं ।

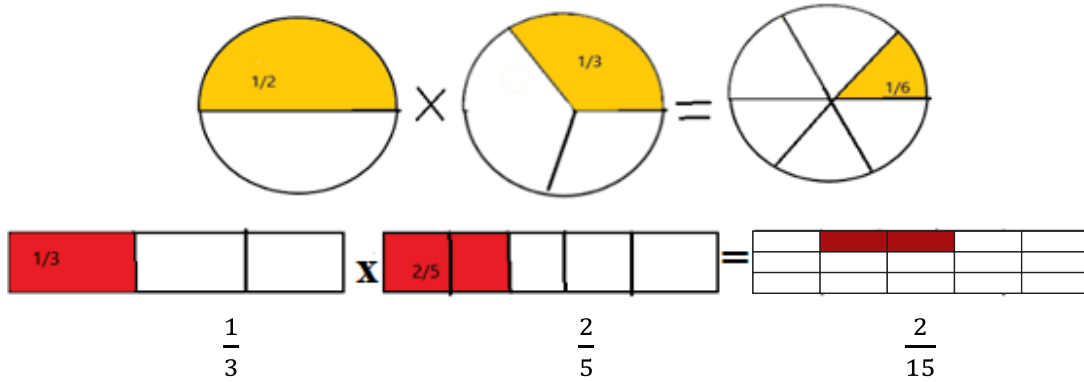
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

इसके बाद अंश को अंश से तथा हर को हर से गुणा कर देना है । गुणा एक प्रकार का जोड़ है इसलिए हम अंश में अंश की तथा हर में हर को जोड़ते अर्थात् गुणा करते हैं ।

शिक्षक — अब हम कार्यपत्रक -2 पर अभ्यास कार्य करेंगे ।

शिक्षक — अब हम $1/2$ और $1/3$ की गुणा का चित्रात्मक निरूपण करते हैं । कुछ बच्चे $1/3$ और $2/5$ की गुणा का चित्रात्मक निरूपण कर सकते हैं ।

(शिक्षक श्यामपट्ट पर बच्चों से निर्देश प्राप्त करते हुए चित्रात्मक निरूपण करें)



शिक्षक – हमने देखा कि भिन्न को पूर्ण संख्या से गुणा करने पर उसका मान बढ़ता है जबकि भिन्न को भिन्न से गुणा करने पर उसका मान घटता है ।

शिक्षक – ऐसे ही हम भाग की प्रक्रिया को समझने का प्रयास करते हैं ।

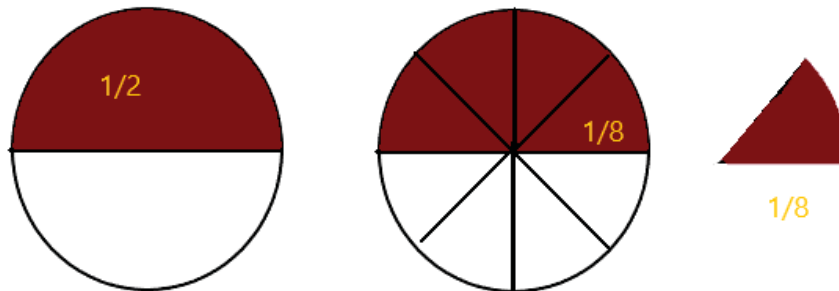
आइये ! $1/2$ को 4 से भाग करें

भाग का अर्थ है बराबर भागों में बांटना

अर्थात् हम $1/2$ को 4 बराबर भागों में बाटेंगे ।

गतिविधि-02

शिक्षक बच्चों को वृत्ताकार कागज़ के टुकड़े देकर उन्हें 2 बराबर भागों में बांटने के लिए कहे । बच्चे आधे भाग का छायांकन करें और पुनः छायांकित भाग को चार बराबर भागों में बांटे । इसके बाद एक भाग को कैंची से सावधानी पूर्वक काट कर निकाल लें ।



शिक्षक – कैंची से निकाला गया एक भाग $1/8$ है । अब हम इसको गणना करके हल करने का प्रयास करेंगे ।

$$\frac{1}{2} \div 4$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$



पहले चरण में प्रश्न है

दूसरे चरण में हमने पूर्ण संख्या 4 को $4/1$ के रूप में लिखा,

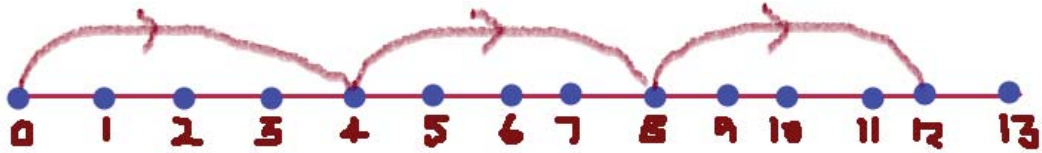
तीसरे चरण में हमने भाग की जगह की गुणा का चिन्ह लगाया और भिन्न को व्युत्क्रम यानी अंश के स्थान पर हर और हर के स्थान व पर अंश कर देंगे।

इस पर विचार करते हैं कि ऐसा हमने क्यों किया ?

इसे हम संख्या रेखा की सहायता से देखते हैं

12 को 4 से भाग करने पर उत्तर प्राप्त होता है $= 3$

हम इसे संख्या रेखा पर करके देखते हैं



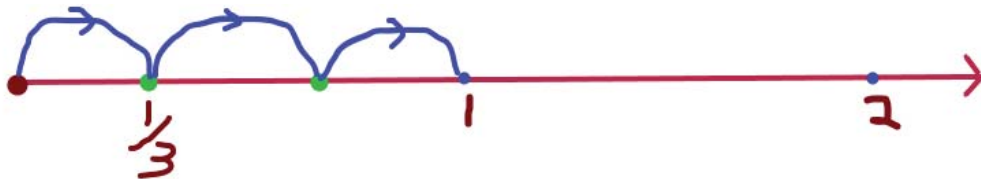
हमें 12 तक $4-4$ के स्टेप में पहुँचना है।

इसके लिए हमें शून्य से तीन बार छलांग लगानी पड़ी।

अब हम निम्नलिखित भिन्न का भाग संख्या रेखा की सहायता करने का प्रयास करते हैं।

$$4 \div \frac{1}{3}$$

4 तक $1/3$ के स्टेप में पहुँचना है



इसे हम लॉजिक से हल करने का प्रयास करते हैं—

1 तक पहुँचने के लिए $1/3$ स्टेप में $= 3$ बार छलांग

2 तक पहुँचने के लिए $1/3$ स्टेप में $= 2 \times 3 = 6$ बार छलांग

3 तक पहुँचने के लिए $1/3$ स्टेप में $= 3 \times 3 = 9$ बार छलांग

4 तक पहुँचने के लिए $1/3$ स्टेप में $= 4 \times 3 = 12$ बार छलांग

या 4×3

या $= 4 \times 3 = 12$



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

भाग की संक्रिया में भाग के स्थान पर गुणा का चिन्ह लगाकर हम दाहिनी तरफ वाली भिन्न को व्युत्क्रम (Reciprocal) कर देते हैं ।

ऐसे ही-----

$$\frac{1}{2} \div 4$$



हमें शून्य से चलकर $1/2$ पहुँचने में अपना स्टेप 1 से छोटा करना होगा ।

1 तक 1 स्टेप में पहुँचने के लिए $1-1$ की 1 छलांग

1 तक 2 स्टेप में पहुँचने के लिए $1/2-1/2$ की 02 छलांग

1 तक 4 स्टेप में पहुँचने के लिए $1/4-1/4$ की 04 छलांग

$1/2$ तक 4 स्टेप में पहुँचने के लिए $1/8-1/8$ की 04 छलांग

$$\frac{1}{2} \div 4$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

शिक्षक — अब हम कार्यपत्रक 3 और 4 पर अभ्यास कार्य करेंगे ।

समेकन — प्रश्न पूछ कर बच्चों का आकलन करें । असमान हर वाली भिन्नों को घटाना के प्रश्नों स्पष्ट करें ।

गृहकार्य —

गुणा करिए ।

$$\frac{1}{5} \times 6 =$$

$$\frac{1}{4} \times 12 =$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{5}{6} =$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{8} =$$



भाग करिए—

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{6} =$$

$$\frac{1}{3} \div 9 =$$

$$\frac{1}{5} \div 15 =$$

$$\frac{1}{12} \div \frac{7}{3} =$$



भिन्न (गुणा व भाग)

दिनांक - 23

समय - 40 मिनट

प्रकरण – भिन्नों का गुणा व भाग (समतुल्य भिन्न)

लर्निंग आउटकम –

1. बच्चे भिन्न को सरलतम रूप में व्यक्त कर लेते हैं ।
2. समतुल्य भिन्नों को जानते हैं ।

आवश्यक सामग्री – चौकौर और वृत्ताकार कागज़ , छोटी कैंचियाँ, स्केच पेन, रंगीन चॉक

शिक्षण प्रक्रिया प्रारम्भ में – बच्चों, अब हम भिन्नों को सरलतम रूप में व्यक्त करना सीखेंगे ।

इन चित्रों को गौर से देखिये और अपने पूर्व ज्ञान के अनुसार भिन्न के दृष्टिकोण से विचार व्यक्त कीजिये !

शिक्षक – इस चित्र रंगे भाग को हम भिन्नात्मक रूप में क्या कहेंगे ?

बच्चे – $10/15$

शिक्षक – अब इस दूसरे चित्र को देखिये, दोनों चित्र समान हैं लेकिन हमने विभाजन के तरीके को बदल दिया है ।

--	--	--

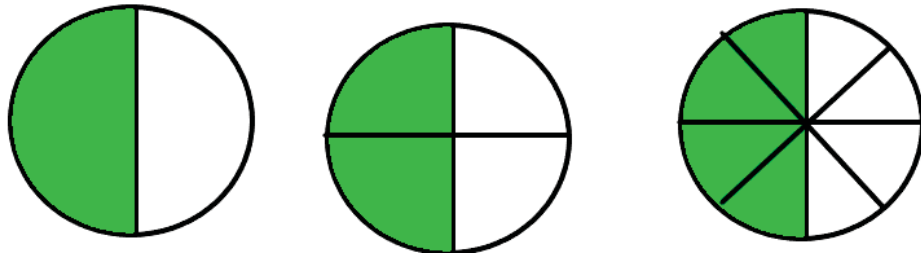
शिक्षक – भिन्नात्मक रूप में इस चित्र को हम क्या कहेंगे ?

बच्चे – $2/3$

शिक्षक – क्या $10/15$ और $2/3$ बराबर हैं ?

शिक्षण के दौरान –

शिक्षक – हम इन तीनों चित्रों पर विचार करते हैं । माना कि यह एक पिज्जा है जिसके हमने दो बराबर भाग किये और आधा ($1/2$) भाग खा लिया । दूसरी बार हमने 4 बराबर भाग किये और उनमें से 2 यानी ($2/4$) भाग खा लिए । फिर तीसरी बार हमने इसे 8 बराबर भागों में विभाजित किया और इस बार हमने चार ($4/8$) भाग खाए ।



शिक्षक – अब आपको बताना है कि तीनों बार मैंने कितना पिज्जा खाया ?

बच्चे – सर ! तीनों बार आपने आधा-आधा पिज्जा खाया ।

शिक्षक – अर्थात यह तीनों भिन्ने आधे ($1/2$) के बराबर हैं ।

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

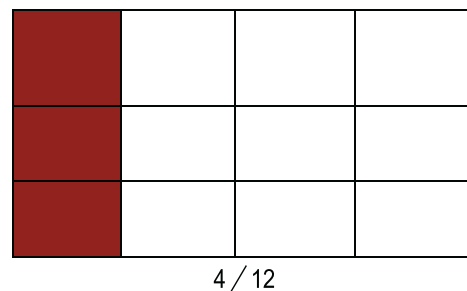
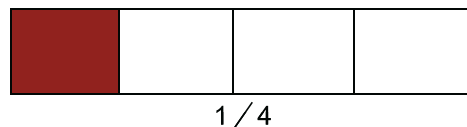
$$\frac{1}{2} \times 2 = \frac{2}{4} \times 2 = \frac{4}{8}$$

यह तीनों भिन्न बराबर भाग को प्रदर्शित करती है । ऐसी भिन्नो को हम समतुल्य भिन्न कहते है । अब हम देखते है कि अगर हम $1/2$ के अंश व हर में 2 से गुणा करें तो हमें $2/4$ मिलती है । $2/4$ के अंश व हर में 2 से गुणा करें तो हमें अगली समतुल्य भिन्न $4/8$ मिलती है ।

$$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{12} \times 3 = \frac{9}{36}$$

आइये अब हम $1/4$ के अंश व हर में 3 से गुणन करके समतुल्य भिन्न निकालते है ।

शिक्षक – अब सभी छात्र जोड़ी इन समतुल्य भिन्नों का चित्रात्मक निरूपण करें ।





9/36

शिक्षक — आपने क्या पैटर्न देखा है ।

बच्चे — $1/4$, $4/12$ तथा $9/36$ से प्रदर्शित भाग बराबर हैं ।

अब हम कार्यपत्रक-1, 2 के प्रश्नों को हल करके अभ्यास करेंगे ।

शिक्षक — अब हम भिन्न को सरलतम रूप में व्यक्त करना सीखते हैं । आपने देखा था $10/15$ और $2/3$ बराबर देखते हैं । अब हम ऊपर के चित्र 01 को देखें तो पायेंगे कि 10 में 5-5 के 2 ब्लॉक है । ऐसे ही 15 में 5-5 के 3 ब्लॉक है ।

यानी 10 में 5 दो बार और 15 में पांच तीन बार

इसे हम लिखते हैं —

अंश व हर दोनों में 5 कॉमन गुणज है । हम अंश और हर दोनों में 5 से भाग दें सकते हैं ।

$$\frac{10}{15} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5}$$

शिक्षक — अब हम एक और भिन्न को सरलतम रूप में व्यक्त करते हैं ।

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

इसे हम दो ऐसी संख्याओं के गुणन में लिखें कि कम से कम एक संख्या अंश व हर में कॉमन हो ।

$$\frac{48}{64}$$

बच्चे —

शिक्षक — इसमें अंश व हर में क्या कॉमन है ।

$$\frac{48}{64} = \frac{3 \times 16}{4 \times 16}$$

बच्चे — 16

शिक्षक — अब हम अंश व हर में 16 से भाग कर दें तो



हम जानते हैं कि किसी संख्या को उससे ही भाग देने पर उत्तर 1 आता है। इसी प्रकार किसी संख्या को 1 से

$$\frac{48}{64} = \frac{3 \times \frac{16}{16}}{4 \times \frac{16}{16}}$$

गुणा करने पर उत्तर उसी संख्या के बराबर आता है।

अब हम कार्यपत्रक-3, 4 के प्रश्नों को हल करके अभ्यास करेंगे।

तो ये हुआ $\frac{3}{4}$ यानी $\frac{48}{64} = \frac{3}{4}$

समेकन – एक भिन्न को सरलतम रूपमें व्यक्त करने का प्रश्न लिखित हल करवा कर बच्चों का आकलन करें।

गृहकार्य –

समतुल्यता की जाँच कीजिये ?

सरलतम रूप में व्यक्त कीजिये ?

$$\frac{1}{5} = \frac{10}{50}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$$

$$\frac{12}{16} =$$

$$\frac{15}{25} =$$

$$\frac{14}{21} =$$

$$\frac{20}{30} =$$





दशमलव (Decimal)

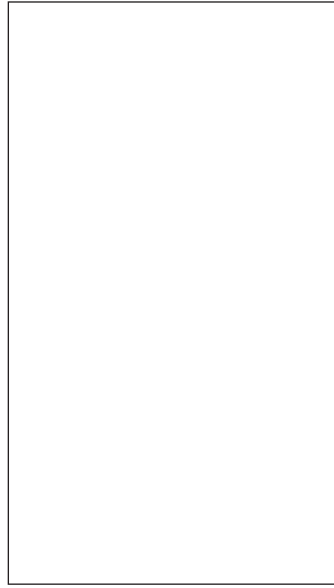
दिवस - 24

समय - 40 मिनट

प्रकरण – दशमलव संख्याओं की अवधारणा

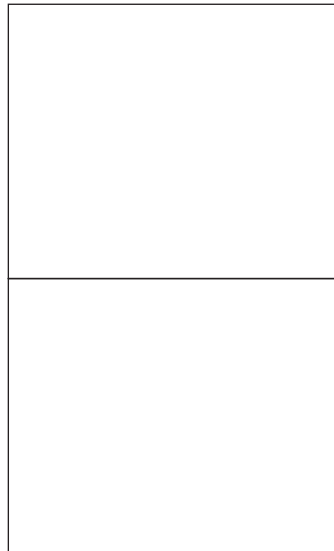
लर्निंग आउटकम – बच्चे दसवें, सौवें, हजारवें भाग का उपयोग कर दशमलव को पढ़ते और लिखते हैं।

आवश्यक सामग्री – A4 पेज, कार्यपत्रक, 10×10 की ग्रिड, गणित किट आदि।



शिक्षण के प्रारंभ में – शिक्षक आयताकार कागज लेकर बच्चों से निम्नलिखित बातचीत करेंगे—

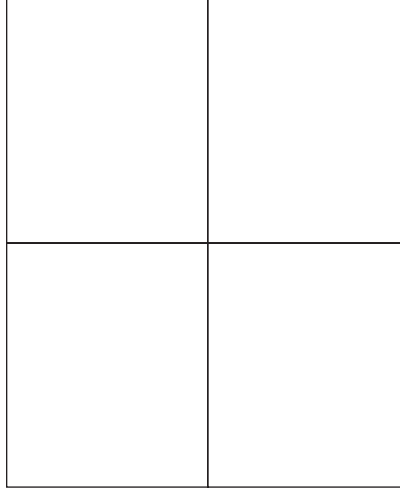
शिक्षक – बच्चों! पिछली कक्षा में हमने भिन्न पढ़ा था तो बताइए एक आयताकार कागज को 2 बच्चों में बराबर—बराबर बाँटा जाता है तो बताइए एक बच्चे को आयताकार कागज का कितना हिस्सा मिला? (शिक्षक कागज मोड़कर दिखाते हैं।)





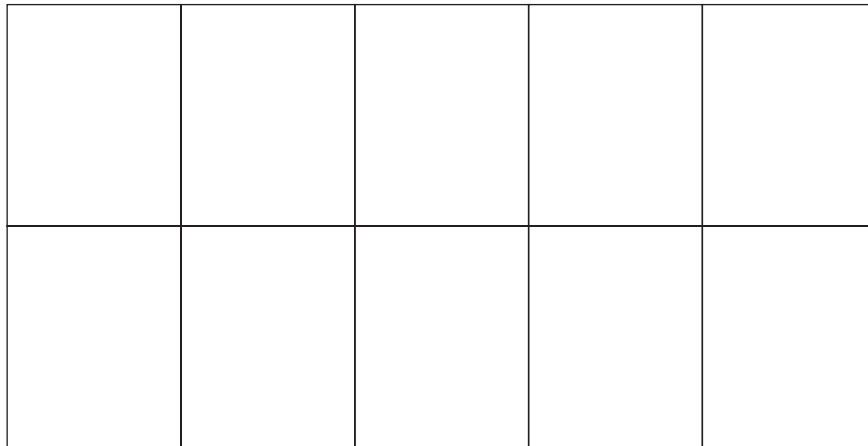
छात्र — (एक भाग) $1/2$ या आधा (संभावित उत्तर)

शिक्षक — अगर एक आयताकार कागज को 4 बच्चों में बराबर बाँटा जाये तो प्रत्येक को आयताकार कागज का कितना हिस्सा प्राप्त होगा? (शिक्षक कागज मोड़कर दिखाते हैं।)



छात्र — (एक भाग) $1/4$ या एक चौथाई (संभावित उत्तर)

शिक्षक — अगर आयताकार कागज को 10 बच्चों में बराबर-बराबर बाँटा जाये तो बताइए एक बच्चे को आयताकार कागज का कौन सा हिस्सा मिलेगा? (शिक्षक कागज मोड़कर दिखाते हैं।)



छात्र — (एक भाग) $1/10$ या दसवां भाग (संभावित उत्तर)

संभावित उत्तर ना प्राप्त होने पर शिक्षक छात्रों का सहयोग करेंगे कि इस एक भाग को कुल का दसवां भाग कहते हैं।

शिक्षक — बच्चों! आज हम इस दसवें भाग के बारे में और समझेंगे।

शिक्षण के दौरान — शिक्षक श्यामपट्ट पर एक आयत बनाकर उसे 10 बराबर भागों में बाँटेंगे और किसी एक छात्र को बुलाकर आयत का एक भाग रंगने को कहेंगे।

कोई एक छात्र आयत के एक भाग में रंग भरेगा।



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

शिक्षक — बच्चों! हमने आयत का कौन-से भाग में रंग भरा?

छात्र — हमने आयत के एक भाग / दसवें भाग में रंग भरा।

शिक्षक — हम इस दसवें भाग को भिन्न में कैसे लिखते हैं?

छात्र — $1/10$

शिक्षक — हम इसे $1/10$ या दसवां भाग कहते हैं। बच्चों जिस प्रकार हम किसी संख्या के बढ़ते क्रम में स्थानीय मान में इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार पढ़ते हैं। क्या हम उसी प्रकार इकाई से कम या घटते क्रम को स्थानीय मान में कैसे लिख सकते हैं?

(नोट—इकाई से कम संख्या से तात्पर्य 0 और 1 के बीच की संख्या से है।)

छात्र — अनुत्तरित

शिक्षक — जिस प्रकार हम इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार को 10 गुना में बढ़ाते जाते हैं। उदाहरण के लिए $1 \times 10 = 10$

$$10 \times 10 = 100$$

$$100 \times 10 = 1000$$

इसी प्रकार इकाई से कम या घटते क्रम में हम इकाई को 10 के गुणा से भाग करते जाते हैं, जिसे हम इकाई का दसवां, सौवां और हजारवाँ भाग कहते हैं उदाहरण के लिए

$$\frac{1}{1 \times 10} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{100 \times 10} = \frac{1}{1000}$$

इसी इकाई से छोटी/कम संख्या को हम दशमलव संख्या कहते हैं।



शिक्षक श्यामपट्ट पर लिखेंगे—

सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश	सहस्रांश
100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

शिक्षक आइए समझते हैं $1/10$ को दशमलव में कैसे लिखते हैं?

दसवां भाग या $1/10$ को हम 0.1 के रूप में लिखते हैं। 0 और 1 के बीच में लगे “.” चिह्न को हम दशमलव कहते हैं। 0.1 को हम शून्य दशमलव एक पढ़ते हैं।

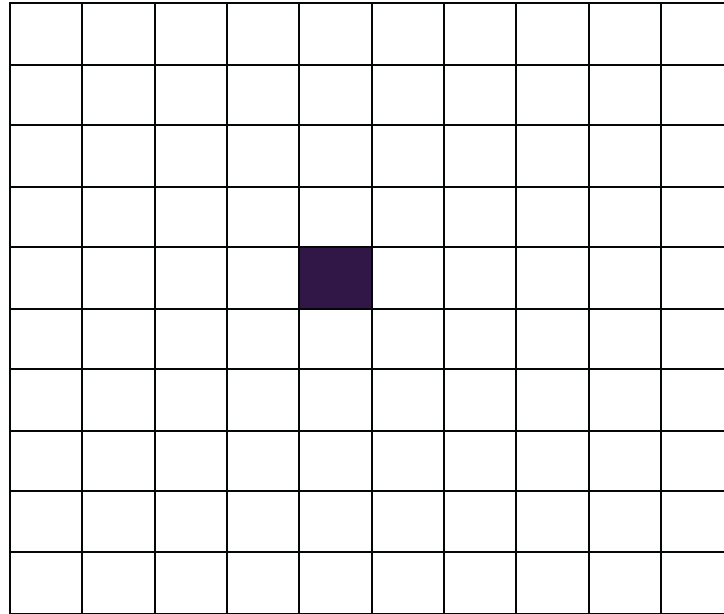
तो बताओ बच्चों 0.1 को हम क्या पढ़ते हैं?

छात्र — शून्य दशमलव एक

शिक्षक — 10×10 की ग्रिड छात्रों को देंगे।

शिक्षक — बच्चों ग्रिड के किसी एक भाग को रंग कीजिए।

छात्र — ग्रिड के एक भाग को रंग भरेंगे।



शिक्षक — बच्चों से पूछेंगे कि हमने ग्रिड का कौन सा भाग रंगा?

छात्र — हमने ग्रिड में सौवां भाग रंगा।

शिक्षक — हम इस सौवें भाग को भिन्न में कैसे लिखते हैं?

छात्र — $1/100$

शिक्षक — सौवें भाग (इकाई के सौवें भाग) या $1/100$ को हम दशमलव रूप में कैसे लिखेंगे और पढ़ेंगे?



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

छात्र – 0.01 तथा इसे हम शून्य दशमलव शून्य एक पढ़ेंगे। (अगर उत्तर न प्राप्त हो तो शिक्षक स्वयं समझायेंगे।)

शिक्षक – $1/100$ को हम 0.01 के रूप में लिखते हैं तथा इसे हम शून्य दशमलव शून्य एक पढ़ेंगे।

शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक 1 (रंगी हुई ग्रिड चित्र देखकर भिन्न रूप और दशमलव रूप में लिखना) देकर अभ्यास करने को कहें।

शिक्षक अवलोकन करेंगे कि क्या बच्चे ग्रिड चित्र देखकर भिन्न रूप और दशमलव में लिख पा रहे हैं या नहीं और जिन बच्चों को सहयोग की आवश्यकता है उनकी सहायता करेंगे।

इस कार्य के उपरान्त अगर आवश्यकता है तो शिक्षक दोबारा छात्रों की समझ बनाने के लिए इस पर और अभ्यास करवा सकते हैं। शिक्षक गणित किट से अबेकस का निर्माण कर दशमलव की अवधारणा और स्पष्ट करेंगे।

छात्रों की कार्यपत्रक 1 पर समझ बनने के उपरान्त शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक 2 (दशमलव संख्या को ग्रिड में प्रदर्शित करना) पर अभ्यास करवायें।

शिक्षक अवलोकन करेंगे कि क्या बच्चे दशमलव संख्या को ग्रिड में प्रदर्शित कर पा रहे हैं या नहीं और जिन बच्चों को सहयोग की आवश्यकता है उनकी सहायता करेंगे।

इस कार्य के उपरान्त अगर आवश्यकता है तो शिक्षक दोबारा छात्रों की समझ बनाने के लिए इस पर और अभ्यास करवा सकते हैं। छात्रों की कार्यपत्रक 2 पर समझ बनने के उपरान्त शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक 3 (दशमलव संख्या को स्थानीय मान में प्रदर्शित करना) पर अभ्यास करवायें।

शिक्षक अवलोकन करेंगे कि क्या बच्चे दशमलव संख्या को स्थानीय मान में प्रदर्शित कर पा रहे हैं या नहीं और जिन बच्चों को सहयोग की आवश्यकता है उनकी सहायता करेंगे।

इस कार्य के उपरान्त अगर आवश्यकता है तो शिक्षक दोबारा छात्रों की समझ बनाने के लिए इस पर और अभ्यास करवा सकते हैं।

शिक्षण के अन्त में (समेकन) – शिक्षक छात्रों से निम्नलिखित वार्ता करेंगे—

- इकाई का दसवां भाग या $1/10$ को हम 0.1 के रूप में लिखते हैं। 0 और 1 के बीच में लगे “.” चिह्न को हम दशमलव कहते हैं। 0.1 को हम शून्य दशमलव एक पढ़ते हैं।
- $1/100$ को हम 0.01 के रूप में लिखते हैं तथा इसे हम शून्य दशमलव शून्य एक पढ़ेंगे।
- $1/1000$ को हम 0.001 के रूप में लिखते हैं तथा इसे हम शून्य दशमलव शून्य शून्य एक पढ़ेंगे।
- इकाई के दसवें और सौवें भाग को दशमलव में लिखने के लिए संख्या के भाग में आये शून्य के अनुसार संख्या दशमलव के दायें ओर खिसकती जाती है। जैसे $1/10$ में भाग में एक शून्य है इसको दशमलव में लिखने पर दशमलव के ठीक बाद पहले स्थान पर दशांश संख्या लिखी गयी है। इसी प्रकार $1/100$



में दो शून्य है इसे दशमलव में लिखने पर दशमलव के बाद दूसरे स्थान पर शतांश स्थान की संख्या लिखी गयी है।

- शिक्षक श्यामपट्ट पर लिखेंगे—

सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश	सहस्रांश
100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
100	10	1	0.1	0.01	0.001

- शिक्षक कार्यपत्रक 4 को गृहकार्य करने के लिए देंगे।



दशमलव

दिवस - 25

समय - 40 मिनट

प्रकरण – दशमलव संख्याओं की तुलना

लर्निंग आउटकम – बच्चे दशमलव संख्याओं की तुलना कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – कार्यपत्रक, गणित किट, ग्रिड पेपर।

शिक्षण के प्रारंभ में–

शिक्षक – बच्चों पिछले सत्र में हमने दशमलव के बारे में सीखा। हमने ये भी जाना कि इकाई के दसवें और सौवें भाग को दशमलव में कैसे लिखते और पढ़ते हैं। बच्चों, यदि दशमलव के दायें ओर के पहले स्थान को दशांश स्थान कहा जाता है और दशमलव के दायीं ओर के दूसरे स्थान को सौवां स्थान कहा जाता है, तो आप क्या सोचते हैं कि दशमलव बिन्दु के दायीं ओर के तीसरे स्थान को क्या कहा जाता है?

छात्र – हजारवाँ स्थान (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक – एक हजारवें भाग को पढ़ने और लिखने का तरीका क्या है?

छात्र – (एक हजारवाँ या $1/1000$) या शून्य दशमलव शून्य शून्य एक या 0.001 (सम्भावित उत्तर)

यदि अपेक्षित उत्तर ना प्राप्त हो तो शिक्षक छात्रों के साथ और अभ्यास कर सकते हैं।

शिक्षक कार्यपत्रक – 1 देकर बच्चों से दशमलव संख्या का दसवाँ, सौवाँ और हजारवाँ पहचानने को कहेंगे।

बच्चे कार्यपत्रक-1 पर अभ्यास करेंगे और शिक्षक अवलोकन करेंगे और जिन बच्चों को आवश्यकता होगी उनका सहयोग करेंगे।

बच्चों आज हम सीखेंगे हैं कि दसवाँ, सौवाँ और हजारवाँ में कौन बड़ा है, कौन छोटा–

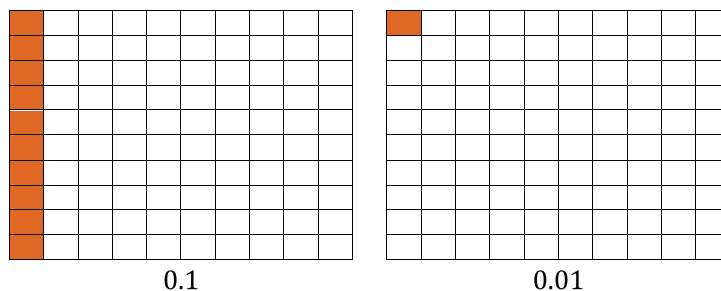
शिक्षण के दौरान–

शिक्षक – अच्छा बताओ 0.1 और 0.01 में कौन सी संख्या बड़ी है ?

शिक्षक – (सम्बन्धित ग्रिड बच्चों को दिखाते हैं।)

छात्र – संभावित उत्तर (0.1)

यदि अपेक्षित उत्तर न प्राप्त हो तो शिक्षक संबंधित ग्रिड दिखाकर तुलना करवा सकते हैं।





शिक्षक – 0.1 संख्या 0.01 से कितनी बड़ी है?

छात्र – 10 गुना या 10 बार (कुछ छात्र बता पाते हैं)

शिक्षक – 0.1, 0.10 से छोटी है, बड़ी है या बराबर है?

छात्र – दोनों बराबर है। (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक – (0.1) और (0.10) का मान समान है।

शिक्षक – दशमलव की तुलना करते समय दशमलव के ठीक बाद की संख्या से (बाईं ओर से) शुरू करें और प्रत्येक स्थान के अंकों की तुलना करें। उदाहरण के लिए 0.11 और 0.12 की तुलना करें। दोनों संख्याओं में दशमलव के बाद पहले स्थान पर अंक समान हैं अब हम दशमलव के बाद दूसरे स्थान पर आये अंकों को देखते हैं, इसमें 2, 1 से बड़ा है। अतः 0.12, 0.11 से बड़ा है इसे हम इस प्रकार से भी लिख सकते हैं— $0.12 > 0.11$

बच्चों अब आप 0.02 और 0.23 की तुलना करके बताएँ कौन बड़ा है?

छात्र – 0.23 बड़ा है।

शिक्षक – आपको कैसे पता लगा कि 0.23 बड़ा है?

छात्र – दशम स्थान पर 2, 0 से बड़ा है इसलिए $0.23 > 0.02$

अगर अपेक्षित उत्तर न प्राप्त हो तो शिक्षक खुद इस संदर्भ को समझायें। शिक्षक $>$ और $<$ का प्रयोग करके दशमलव संख्याओं की तुलना करने में छात्रों का मार्गदर्शन करें।

शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक-2 देकर उसमें बने चित्र देखकर दशमलव संख्याओं की तुलना करने का अभ्यास करवाएं।

छात्र कार्यपत्रक-2 पर दशमलव संख्याओं की तुलना का अभ्यास शिक्षक के सहयोग से करेंगे।

शिक्षक अवलोकन करेंगे कि क्या छात्र चित्रों को समझकर दशमलव संख्याओं की तुलना कर पा रहे हैं या नहीं। सहायता के लिए छात्रों से कहे कि चित्र में बनी आकृति को दशमलव रूप में लिखकर तुलना का प्रयास करें।

यदि किसी छात्र को सहायता की आवश्यकता है तो शिक्षक सहयोग करें। शिक्षक यह भी देखें कि यदि 50% से अधिक बच्चों को तुलना करने में समस्या आ रही है तो दोबारा पूरी कक्षा को तुलना करना समझायें।

कार्यपत्रक-2 पर अभ्यास करने के उपरान्त शिक्षक छात्रों को दशमलव संख्याओं की तुलना का और अधिक अभ्यास करने के लिए कार्यपत्रक-3 देकर छात्रों को स्वयं तुलना करने के लिए कहें।

छात्र कार्यपत्रक-3 पर दशमलव संख्याओं की तुलना का अभ्यास करेंगे।

शिक्षक अवलोकन करेंगे कि क्या छात्र दशमलव संख्याओं की तुलना कर पा रहे हैं या नहीं। यदि किसी छात्र को सहायता की आवश्यकता है तो शिक्षक सहयोग करें। शिक्षक छात्रों के अभ्यास करने के उपरान्त



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

कार्यपत्रक-3 पर एक बार पुनः चर्चा करें जिससे दशमलव संख्याओं की तुलना पर बेहतर समझ बन सकें।

शिक्षण के अन्त में – शिक्षक तो बच्चों आज हमने क्या सीखा?

छात्र – दशमलव संख्याओं की तुलना करना।

शिक्षक – दशमलव संख्याओं की तुलना कैसे करते हैं?

छात्र – पहले दशमलव से पहले की संख्याओं (इकाई, दहाई, सैकड़ा आदि) की तुलना करें। यदि दोनों संख्याएँ समान हैं तो दशमलव के बाद की पहली संख्या की तुलना करें यदि दसवां भाग भी बराबर है तो दशमलव के बाद दूसरे स्थान की संख्या (सौवाँ भाग) की तुलना करें। इसी प्रकार आगे तुलना करते जा सकते हैं।

छात्रों के बताने के बाद शिक्षक स्वयं भी इसको और स्पष्ट रूप से समझायें।

शिक्षक गृहकार्य हेतु छात्रों को कार्यपत्रक-4 दें।



दशमलव

दिवस - 26

समय - 40 मिनट

प्रकरण – मापन में दशमलव का प्रयोग

लर्निंग आउटकम – बच्चे दैनिक जीवन में मापन के लिए (जैसे—भार, धारिता, मुद्रा, लम्बाई, ताप) दशमलव का प्रयोग करते हैं।

आवश्यक सामग्री – भार तौलने की मशीन, कोल्ड ड्रिंक की बोतल (1.25 लीटर), कुछ मूल्य कार्ड, बिस्किट / चिप्स के पैकेट, थर्मामीटर (डिजिटल), स्केल (पटरी), धागा / झाड़ू की सीक।

शिक्षण के प्रारंभ में (शिक्षक निम्नलिखित रूप में बच्चों से वार्ता प्रारंभ कर सकते हैं)–



शिक्षक – बच्चों! ये बताओ आप लोगों में कौन-कौन बच्चा अपने माता-पिता के साथ बाजार कपड़े खरीदने गया है?

छात्र – हम (अधिकांश बच्चे)

शिक्षक – बहुत बढ़िया, यानी ज्यादातर बच्चे कपड़े खरीदने बाजार गये हैं, अच्छा बच्चों! क्या आपने उन कपड़ों पर लगे मूल्य कार्ड को भी देखा है?

छात्र – हाँ/नहीं (दोनों प्रकार के उत्तर प्राप्त होंगे।)

शिक्षक – (मूल्य कार्ड को दिखाते हुए) आप लोगों ने ऐसे मूल्य कार्ड उन कपड़ों पर तो देखे होंगे, लेकिन क्या आपने इन पर मुद्रित मूल्य को ध्यान से देखा और पढ़ा है?

छात्र – हाँ/नहीं (दोनों प्रकार के उत्तर प्राप्त होंगे।)

शिक्षक – बच्चों से मूल्य कार्ड पर मुद्रित धनराशि पढ़ने को कहें?

छात्र – मूल्य को पढ़ते हैं।



(हो सकता है प्रथम दृष्टया बच्चे केवल पूर्णांक को पढ़ें, अध्यापक बच्चों का ध्यान दशमलव अंक की ओर आकर्षित करें। साथ ही अन्य मूल्य कार्ड बच्चों को देकर उनके मूल्य पर दशमलव के बाद की संख्या का प्रभाव पूरी संख्या पर समझायें।)

शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

शिक्षण के दौरान (मूल्य कार्डों के मूल्य की तुलना कराने के बाद बच्चों से आगे की वार्ता कुछ इस प्रकार प्रारंभ करें)—इस प्रकार प्रारंभ करें)—

शिक्षक — बच्चों! जैसा आपने मूल्य कार्ड में दशमलव संख्या को देखा और इसमें दशमलव के बाद की संख्या का प्रभाव पूरी संख्या पर जाना। क्या आपने लम्बाई मापने में दशमलव संख्या की उपयोगिता देखी है? आओ करके देखते हैं—

गतिविधि 1—

शिक्षक — कुछ निश्चित लम्बाई (3 सेंटीमीटर, 5 सेंटीमीटर, 4.5 सेंटीमीटर) के धागा / झाड़ू की सीक बच्चों को देकर स्केल से मापने और माप को नोट बुक पर लिखने को कहें।



(बच्चे मापने का प्रयास करते हैं।)

शिक्षक — बच्चों को मापते हुए अवलोकन करते हैं और बच्चों को आवश्यकतानुसार सहयोग देते हैं।

बच्चे — लम्बाई मापकर नोटबुक में लिखते हैं।

शिक्षक — सभी धागों / झाड़ू की सीक की लम्बाई बच्चों से पूछ कर श्यामपट्ट पर लिखते हैं और 4.5 सेंटीमीटर लम्बे धागे की लम्बाई में दशमलव संख्या पर बच्चों से चर्चा कर दैनिक जीवन में लम्बाई को व्यक्त करने हेतु दशमलव के प्रयोग के अन्य उदाहरण से परिचय करायें।

(ताप में दशमलव संख्या के प्रभाव को समझाने हेतु निम्नलिखित प्रकार चर्चा प्रारंभ करें।)

शिक्षक — बच्चों! जैसा आपने लम्बाई में दशमलव संख्या को देखा और इसके मान का पूर्णांक पर पड़ने वाले प्रभाव को जाना। क्या आपने ताप (गरमाहट) मापने में दशमलव अंक की उपयोगिता देखी है? आओ करके देखते हैं—

गतिविधि 2—

शिक्षक — बच्चों! जब बुखार आता है तो शरीर के ताप (गरमाहट) पर क्या प्रभाव पड़ता है?

बच्चे — शरीर गर्म हो जाता है।

शिक्षक — बच्चों! क्या आपने शरीर का ताप मापने वाली मशीन देखी है?

छात्र — हाँ / नहीं (दोनों प्रकार के उत्तर प्राप्त होंगे।)

शिक्षक — (थर्मामीटर दिखाते हुए) बच्चों इसे थर्मामीटर कहते हैं इससे शरीर का ताप मापा जाता है। आओ कुछ बच्चों के शरीर का ताप मापते हैं।

बच्चों द्वारा थर्मामीटर पर पढ़े गये ताप को शिक्षक श्यामपट्ट पर लिखते हैं। यदि बच्चे दशमलव अंक को नहीं बोलते तो उनका सुधार करवायें। सभी मान लिख देने के बाद सबसे अधिक और सबसे कम ताप का पता बच्चों से करायें।

(बच्चे शिक्षक के सहयोग से अपने साथी के शरीर का ताप मापते हैं।)





(अध्यापक थर्मामीटर की साफ-सफाई का ध्यान रखेंगे।)

ताप मापन एवं ताप में दशमलव की समझ विकसित होने के बाद भार एवं घन में दशमलव के महत्व की समझ विकसित करने हेतु चर्चा कुछ इस प्रकार करें—

शिक्षक — गेहूँ या चावल के दो पैकेट (पोटली) बना कर कक्षा के किन्हीं दो बच्चों (राजू, श्याम) को दे दें और कक्षा के अन्य बच्चों से पूछें कि दोनों पैकेटों में से कौन सा ज्यादा भारी है?

(बच्चे अंदाजे से उत्तर देते हैं।)

शिक्षक — तौल मशीन पर तौल कर बच्चों से भार देखने को कहें और पुनः उक्त प्रश्न को दोहरायें।

(तौल से पूर्व कई बच्चों का उत्तर सही नहीं रहा होगा। अब बच्चों को स्पष्ट करें कि दशमलव अंकों का जीवन में बहुत महत्व है। दशमलव अंक मात्रा को प्रभावित करते हैं।)

शिक्षक — बच्चों जैसे हमने भार मापन (नापने/तौलने) में दशमलव के महत्व को समझा। क्या जीवन में अन्य स्थानों पर भी आपने कुछ मापते समय दशमलव अंकों पर ध्यान दिया है? आओं विचार करें।

नोट —

- अध्यापक उक्त गतिविधियों में से न्यूनतम दो गतिविधि उपलब्ध सामग्री के अनुरूप करवाइए।

समेकन — भार, धारिता, मुद्रा, लम्बाई एवं ताप में दशमलव के एक-एक उदाहरण पुनः दोहरायें और श्यामपट्ट पर लिख कर बच्चों से उनकी तुलना करवायें।

- कार्यपत्रक 1 बच्चों से करवायें और अध्यापक सतत आकलन करते रहें और प्राप्त परिणाम के आधार पर आवश्यक पुनर्वलन करें।

प्रोजेक्ट कार्य— बच्चों घर व आस-पास से विभिन्न धारिता की कोल्ड ड्रिंक व रीफाइंड तेल का पैकेट, अन्य बोतल को एकत्र कर उन पर धारिता को पढ़कर अपनी नोटबुक पर दशमलव अंक तक लिख कर तुलना करें।



दशमलव

दिवस - 27

समय - 40 मिनट

प्रकरण – दशमलव संख्याओं का जोड़

लर्निंग आउटकम – बच्चे दशमलव संख्याओं का जोड़ कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – वृत्त के कटआउट (पूर्ण व आधे), रोटी, उपलब्ध सब्जी (आलू), फल (केला), चाकू, कार्यपत्रक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में (शिक्षक निम्नलिखित रूप में बच्चों से वार्ता प्रारंभ कर सकते हैं)–

शिक्षक – बच्चों! क्या आपने पिछली कक्षा में सीख कर दशमलव अंकों को अपने आस-पास की वस्तुओं में देखा?

छात्र – हाँ (अधिकांश बच्चे)।

शिक्षक – बच्चों! बताइए आपने किन-किन वस्तुओं में दशमलव अंक वाली संख्याएँ देखी?

छात्र – मूल्य कार्ड, कोल्ड ड्रिंक बोतल के साथ, सब्जी तौलने वाली मशीन आदि।

(प्राप्त उत्तर के आधार पर शिक्षक आवश्यकतानुसार पुनर्बलन पर कार्य करते हैं।)

शिक्षक – शाबाश! आप लोगों ने अच्छा प्रयास किया है। आइए कार्यपत्रक-1 की सहायता से देखा जाये कि आपकी समझ कितनी सुदृढ़ हुई है।

बच्चों को कार्यपत्रक-1 देकर उनसे हल करने को कहें। साथ ही अध्यापक बच्चों के कार्य का अवलोकन करते हुए आवश्यकतानुसार बच्चों की मदद करें।

शिक्षण के दौरान (दशमलव संख्याओं के योग की समझ हेतु बच्चों से वार्ता को निम्नलिखित क्रम में बढ़ाया जाये)–

शिक्षक – बच्चों! क्या दशमलव संख्याओं और पूर्णांक का योग किया जा सकता है? आइए समझने का प्रयास करें–

शिक्षक – (हाथ में एक पूर्ण कागज लेकर पूछें) बच्चों! यह कितने पेज हैं?

छात्र – एक।

शिक्षक – (पूर्व पूर्ण कागज के साथ एक और पूर्ण कागज हाथ में लेकर पूछें) अब कितने पेज हैं?

छात्र – दो।

शिक्षक – (पूर्व दो पूर्ण कागज के साथ आधा पेज हाथ में उठायेँ और पूछें) अब कितने पेज हैं?

छात्र – दो और आधा।

(श्यामपट्ट पर शिक्षक बच्चों के उत्तर को कुछ ऐसे लिखें– दो (2) और (+) आधा (0.5)।



बच्चों को कार्यपत्रक-2 देकर उनसे हल करने को कहें। साथ ही अध्यापक बच्चों के कार्य का अवलोकन करते हुए आवश्यकतानुसार बच्चों की मदद करें।

शिक्षक — बच्चों! आपने जोड़ की प्रक्रिया अंकों को उर्ध्वाधर रख कर की है। चलिए अब दशमलव अंकों के क्षैतिज योग समीकरण को उर्ध्वाधर रूप में बदलना समझते हैं।

34.17 और 23.21 मिलकर होगा 57.38

$$\begin{array}{r} \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ 34.17 + 23.21 = 57.38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34.17 \\ + 23.21 \\ \hline 57.38 \end{array}$$

* शिक्षक बच्चों को कम से कम अन्य दो उदाहरण श्यामपट्ट पर करवायें। साथ ही कार्यपत्रक-3 में क्षैतिज समीकरण को उर्ध्वाधर रूप में लिखने को कहें। शिक्षक अवलोकन करते रहें।

* क्षैतिज रूप को उर्ध्वाधर लिखने के बाद दशमलव अंकों के योग की प्रक्रिया बच्चों को निम्नलिखित चरणों में समझायी जाये—

चरण 1— दशमलव संख्याओं को लम्बवत् रूप में लिखें। उदाहरण के लिए 3.43 और 1.5 को लम्बवत् रूप लिखकर दिखाएँ ताकि छात्रों को दिखे की बड़ी संख्या के नीचे छोटी संख्या और दशमलव के नीचे दशमलव लिखा जाता है।

$$\begin{array}{r} 3 . 4 3 \\ 1 . 5 \end{array}$$

चरण 2— आवश्यकतानुसार संख्या के दायीं ओर एक शून्य जोड़े। छात्रों को बताएँ कि शून्य को 1.5 में कैसे जोड़ा जाये ताकि इसे 1.50 बनाया जा सके जिससे दोनों संख्याओं में अंकों की संख्या समान हो।

$$\begin{array}{r} 3 . 4 3 \\ 1 . 5 0 \end{array}$$

चरण 3— न्यूनतम स्थानीय मान से शुरू करते हुए, दायें से बायें जोड़ना शुरू करें। छात्रों को दिखायें कि 3.40 और 1.53 कैसे जोड़ना।

$$\begin{array}{r} \text{(A)} \\ 3 . 4 3 \\ + 1 . 5 0 \\ \hline \qquad \qquad \qquad 3 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \text{(B)} \\ 3 . 4 3 \\ + 1 . 5 0 \\ \hline \qquad \qquad 9 3 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \text{(C)} \\ 3 . 4 3 \\ + 1 . 5 0 \\ \hline 4 . 9 3 \end{array}$$

शिक्षक — बच्चों! दशमलव संख्या वाले जोड़ करने के क्या-क्या चरण होते हैं?



चरण 4— दशमलव को नीचे लायें। छात्रों को बताएँ कि 4.93 प्राप्त करने के लिए दशमलव को कैसे नीचे लाया जाये।

(D)				
	3	.	4	3
+	1	.	5	0
			↓	
	<hr/>			
	4	.	9	3
	<hr/>			
	<hr/>			

शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-3 में क्षेत्रीय समीकरण से उर्ध्वाधर रूप में लिखे गये प्रश्नों को हल करने को कहें। साथ ही शिक्षक अवलोकन करें।

(बच्चे चारों चरणों को बताते हैं। शिक्षक छात्रों के कार्य का अवलोकन करें यदि किसी छात्र को सहायता की आवश्यकता है तो शिक्षक सहयोग करें। शिक्षक यह भी देखें कि यदि 50 प्रतिशत से अधिक बच्चों को जोड़ने में समस्या आ रही है तो पूरी कक्षा को दोबारा पूरी प्रक्रिया स्पष्ट करें।)

शिक्षण के अंत में (समेकन) —

शिक्षक — बच्चों! आज हमने क्या सीखा?

छात्र — दशमलव संख्याओं का जोड़ करना।

शिक्षक — दशमलव संख्याओं का जोड़ करते समय किन बिन्दुओं का ध्यान रखना चाहिए?

छात्र — संख्या को लम्बवत् रूप में लिखना चाहिए तथा दोनों संख्याओं के अंकों को बराबर करने हेतु जहाँ आवश्यकता हो संख्या के दायें शून्य को जोड़ना चाहिए। जोड़ दायीं तरफ से शुरू करना चाहिए। जोड़ करने के दौरान उत्तर में दशमलव सही स्थान पर लिखना चाहिए।

(उक्त उत्तर प्राप्त न होने की स्थिति में आप उक्त बिन्दुओं पर बच्चों का ध्यान केन्द्रित करें।)

गृहकार्य — कार्यपत्रक-4





दशमलव

दिवस - 28

समय - 40 मिनट

प्रकरण – दशमलव संख्याओं का घटाव

लर्निंग आउटकम – बच्चे दशमलव संख्याओं का घटाव कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – वृत्त के 10 कटआउट, थर्मामीटर (डिजिटल), वस्तुओं का मूल्य कार्ड, वजन तौलने की मशीन (परिवेश में उपलब्ध अन्य वस्तुएँ जो दशमलव को प्रदर्शित करती हों), कार्यपत्रक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में–

शिक्षक – बच्चों! हमने दशमलव संख्या का जोड़ करना सीखा। आइए देखते हैं कि आपको जोड़ कितना समझ आया?

शिक्षक एक छात्र को 2 वृत्त और दूसरे छात्र को 1 और आधा वृत्त (वृत्त को काटकर आधा कर लें) देकर दोनों मिलाकर पूछें अब कितना हुआ?

छात्र – 3 और आधा

शिक्षक – इसे दशमलव में कैसे लिखेंगे?

छात्र – 3.5

(यदि छात्रों को दशमलव में बदलने में समस्या हो तो शिक्षक सहयोग करें।)

अब शिक्षक कार्यपत्रक-1 देकर छात्रों को हल करने को कहें।

छात्र कार्यपत्रक-1 का अभ्यास करेंगे।

शिक्षक छात्रों द्वारा किये जा रहें अभ्यास कार्य का अवलोकन करेंगे और जहाँ आवश्यकता होगी सहयोग करेंगे।

कार्यपत्रक 1 पर कार्य करने के उपरान्त शिक्षक चर्चा करेंगे कि इस प्रकार मिलाकर लिखने को हम जोड़ कहते हैं।

अब शिक्षक निम्नलिखित क्रियाकलाप करायेंगे–

शिक्षक – मेज पर वृत्त के 7 कटआउट रखकर पूछेंगे कि ये कितने वृत्त हैं?

छात्र – 7

शिक्षक – किसी बच्चे को इसमें से 4 वृत्त निकालने को कहेंगे और प्रश्न करेंगे कि अब कितने वृत्त हैं?

छात्र – 3

शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

शिक्षक (श्यामपट्ट पर लिखते हुए)– $7-4=3$

शिक्षक – अगर इसमें से आधा वृत्त और निकाल लिया जाये (वृत्त का काटकर आधा कर लें) तो कितने बचेंगे?

छात्र – 2 और आधा

शिक्षक – इसे दशमलव में कैसे लिखेंगे?

छात्र – 2.5

शिक्षक (श्यामपट्ट पर लिखते हुए)– $3-0.5=2.5$

शिक्षक – बच्चों! आप जानते ही हैं कि कम करने की प्रक्रिया ही घटाव कहलाती है। आज हम दशमलव संख्याओं को घटाने का अभ्यास करेंगे।

शिक्षण के दौरान–

शिक्षक दैनिक जीवन में उपयोग होने वाली कुछ वस्तुएँ बच्चों को दिखायेंगे। जैसे– थर्मामीटर (डिजिटल), वस्तुओं का मूल्य कार्ड, वजन तौलने की मशीन (परिवेश में उपलब्ध अन्य वस्तुएँ जो दशमलव को प्रदर्शित करती हों)। शिक्षक एक बच्चे को वजन तौलने की मशीन पर खड़ा करें।

शिक्षक– बच्चों! मशीन पर कितना वजन प्रदर्शित हो रहा है?

छात्र – 56.35 किग्रा (सम्भावित)

(अब दूसरे बच्चे को वजन तौलने की मशीन पर खड़ा करें)

शिक्षक – बच्चों! मशीन पर कितना वजन प्रदर्शित हो रहा है?

छात्र – 32.20 किग्रा (सम्भावित)

शिक्षक – बच्चों! दोनों में से किसका वजन ज्यादा है?

छात्र – पहले छात्र का 56.35 किग्रा (सम्भावित)



कक्षा में बच्चों के वजन के अनुसार छात्र उत्तर देंगे और शिक्षक उसी अनुरूप बातचीत को आगे बढ़ायेंगे। यदि कक्षा में वजन तौलने की मशीन ना हो तो सुझाई गई किसी भी वस्तु से काम कराया जा सकता है।

शिक्षक – बच्चों! आइए देखते हैं कि दोनों के वजन में कितना अंतर है?

(शिक्षक श्यामपट्ट पर $56.35-32.20$ का अंतर करके दिखायेंगे।)

शिक्षक – बच्चों! दशमलव संख्याओं को घटाने के लिए हमें चार चरणों का पालन करना होगा। आइए उन चरणों पर नज़र डालते हैं–



कक्षा-6

दिनांक-xx/xx/xx

दशमलव संख्याओं का घटाना

दशमलव घटाने के चार चरण-

चरण 1- दशमलव संख्याओं को लम्बवत् रूप में लिखें। (उदाहरण के लिए- 3.63 और 1.5 को लम्बवत् रूप में लिखकर दिखायें ताकि छात्रों को दिखे कि बड़ी संख्या के नीचे छोटी संख्या और दशमलव के नीचे दशमलव लिखा जाता है।)

$$\begin{array}{r} 3 . 6 3 \\ 1 . 5 \end{array}$$

चरण 2- आवश्यकतानुसार संख्या के दायीं ओर एक शून्य जोड़ें। (छात्रों को बतायें कि शून्य को 1.5 में कैसे जोड़ा जाये ताकि इसे 1.50 को बनाया जा सके, जिससे दोनों संख्याओं में अंकों की संख्या समान हो।)

$$\begin{array}{r} 3 . 6 3 \\ 1 . 5 0 \end{array}$$

चरण 3- न्यूनतम स्थानीय मान से शुरू करते हुए, दायें से बायें घटाना शुरू करें। (छात्रों को दिखायें कि 3.63 से 1.5 को कैसे घटायें)

A	B	C
$3 . 6 3$	$3 . 6 3$	$3 . 6 3$
$1 . 5 0$	$1 . 5 0$	$1 . 5 0$



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

शिक्षक छात्रों को दो-दो की जोड़ियों में बाँट कर वजन तौलने को कहें और एक दूसरे के वजन के अन्तर ज्ञात कर बताने को कहें कि किसका वजन ज्यादा है और कितना? शिक्षक अवलोकन करें और जिन छात्रों को सहायता की आवश्यकता है उनका मार्गदर्शन करें। यह क्रियाकलाप शिक्षक मूल्य कार्ड (अलग-अलग वस्तुओं के मूल्यों को दिखाकर) भी करवा सकते हैं।

(इस कार्य के उपरान्त शिक्षक छात्रों को कार्यपत्रक-2 देकर घटाव का अभ्यास करने को कहेंगे।)

(छात्र श्यामपट्ट पर लिखे चारों चरणों के अनुसार कार्यपत्रक-2 को हल करेंगे। शिक्षक छात्रों के कार्य का अवलोकन करें यदि किसी छात्र को सहायता की आवश्यकता है तो शिक्षक सहयोग करें। शिक्षक यह भी देखें कि यदि 50% से अधिक छात्रों को घटाव करने में समस्या आ रही है तो दोबारा पूरी कक्षा को घटाव करना समझायें और पुनः अभ्यास करने का कहें।)

शिक्षण के अन्त में (समेकन)–

शिक्षक – बच्चों! आज हमने क्या सीखा?

छात्र – दशमलव संख्याओं का घटाव करना।

शिक्षक – दशमलव संख्याओं का घटाव करते समय किन बिन्दुओं का ध्यान रखना चाहिए?

छात्र – संख्या को लम्बवत् रूप से लिखना चाहिए तथा दोनों संख्याओं के अंकों को बराबर करने हेतु जहाँ आवश्यकता हो संख्या के दायें ओर शून्य को जोड़ना चाहिए। घटाव दायीं तरफ से शुरू करना चाहिए। घटाव के दौरान उत्तर में दशमलव सही स्थान पर लिखना चाहिए।

छात्रों के बताने के उपरान्त शिक्षक पुनः सभी बिन्दुओं को बतायें। अंत में शिक्षक गृहकार्य हेतु कार्यपत्रक 3 और 4 छात्रों को दें।





दशमलव

दिवस - 29

समय - 40 मिनट

प्रकरण – दशमलव संख्याओं का गुणा

लर्निंग आउटकम – बच्चे दशमलव संख्याओं का गुणा करते हैं।

आवश्यक सामग्री – उपलब्ध सब्जी (आलू), फल (केला), चाकू, कार्यपत्रक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में –

शिक्षक – बच्चों! आपने जोड़ करना तो सीख लिया है, न?

छात्र – हाँ (अधिकांश बच्चे)

शिक्षक – आओ देखें कौन-कौन से बच्चे इन सेब/आलू (चित्र या वास्तविक) का योग कर लेते हैं?



शिक्षक पिछली कक्षा का रचनात्मक आकलन साथ-साथ कर रहे हैं।

छात्र –

$$0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5 = 2.5$$

शिक्षक – शाबाश बच्चों! आप लोगों ने अच्छा प्रयास किया है। अच्छा ये बताइए अगर आधे-आधे (0.5) सेब के 25 टुकड़े (अधिक टुकड़े) का योग करें तो कुल कितने सेब होंगे?

(बच्चे जोड़ने का प्रयास करते हैं, किन्तु अधिक समय लगता है।)

शिक्षक – शाबाश बच्चों! आप लोगों ने अच्छा प्रयास किया है, लेकिन क्या कोई ऐसा तरीका है जिससे योग करने में कम समय लगे?

छात्र – हाँ/नहीं (दोनों उत्तर प्राप्त होंगे)

(श्यामपट्ट पर उदाहरण दे कर बच्चों को समझाया जाये कि सामान संख्या (पूर्णांक/दशमलव) का अनेकों बार जोड़ना, गुणा है।)

शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 करवायें तथा कक्षा में भ्रमण कर आवश्यकता होने पर सहयोग करें।)

शिक्षण के दौरान–

शिक्षक – बच्चों! जैसा कि आपने इस कार्यपत्रक की सहायता से समझा कि सामान संख्या का कई बार जोड़ा जाना गुणा है, लेकिन आपने गुणा को उर्ध्वाधर रूप में किया होगा। चलो क्षैतिज रूप को उर्ध्वाधर रूप में बदल



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

कर गुणा करना समझते हैं।

(शिक्षक श्यामपट्ट पर उदाहरण लिखकर, बच्चों को क्षैतिज समीकरण को उर्ध्वाधर रूप में लिखना बतायेंगे।)

$0.43 \times 9 = 3.87$		
$0 . 4 3$	→ गुण्य	(जिस संख्या को गुणा करना है)
$\times \textcircled{9}$	→ गुणक	(जिस संख्या से गुणा करना है)
$3 . 8 7$	→ गुणनफल	(दोनों संख्याओं को गुणा करने से प्राप्त)

शिक्षक – बच्चों! आप ने पूर्व में गुणा सीख रखा है। क्या आप गुणा के चरण बता सकते हैं?

छात्र – हाँ

(यदि बच्चे चरणों को स्पष्ट न कर पायें तो शिक्षक श्यामपट्ट पर लिख कर विभिन्न चरणों को स्पष्ट करेंगे।)

दशमलव संख्याओं का गुणा

चरण 1– दशमलव संख्याओं को लम्बवत् रूप में लिखें (यदि संख्यायें समीकरण रूप में हो तो)। उदाहरण के लिए 0.43 और 9 को लम्बवत् रूप लिखकर दिखायें और बच्चों को विशेष रूप से यह बतायें जिससे गुणा करते हैं (गुणक), उसके नीचे रखा जाता है।

$$0.43 \times 9 = \rightarrow \begin{array}{r} 0 . 4 3 \\ \times 9 \\ \hline \hline \end{array}$$

चरण 2– गुण्य के न्यूनतम स्थानीय मान से शुरू करते हुए, दायें से बायें गुणक से गुणा प्रारम्भ करें। छात्रों को निम्नलिखित रूप में दिखायें कि 0.43 से 9 का गुणा कैसे करें–

A	B	C	D
$\begin{array}{r} 0 . 4 3 \\ \times 9 \\ \hline 7 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 . 4 3 \\ \times 9 \\ \hline 8 7 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 . 4 3 \\ \times 9 \\ \hline 3 8 7 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 . 4 3 \\ \downarrow \times 9 \\ \hline 3 . 8 7 \end{array}$

चरण 3– दशमलव को नीचे लायें। (छात्रों को बतायें कि 3.87 प्राप्त करने के लिए दशमलव को कैसे नीचे लाया जाये)



(यह स्पष्ट किया जाये कि सामान्य गुणा और दशमलव संख्याओं के गुणा में मात्र अंतर यह है कि दशमलव को स्थान कैसे दिया जाये।)

शिक्षक — बच्चों! गुणनफल में दशमलव को किस स्थान पर अंकित किया जाता है?

छात्र — सकारात्मक व नकारात्मक दोनों प्रकार के उत्तर आते हैं।

शिक्षक — गुण्य और गुणज में दशमलव के बाद के अंकों को गिनकर, गुणनफल में दायीं से बायीं ओर उतने ही अंकों बाद दशमलव लगायें।

$0.43 \times 9 = 3.87$			
$0 . 4 3$	\rightarrow	दशमलव के बाद दो अंक	2
$\times 9$	\rightarrow	दशमलव के बाद एक भी अंक नहीं	0
$3 . 8 7$	\rightarrow	दायें से दो अंक बायीं ओर	2

(शिक्षक बच्चों को कम से कम अन्य दो उदाहरण श्यामपट्ट पर करें व करवायें। साथ ही कार्यपत्रक-2 में गुणनफल में दशमलव का स्थान निर्धारण करने का कहें। साथ ही शिक्षक अवलोकन करें।)

पुनरावृत्ति—

शिक्षक — बच्चों! दशमलव संख्या वाले गुणा करने के क्या-क्या चरण होते हैं?

छात्र — (बच्चे सभी चरण बताते हैं।)

शिक्षक छात्रों के कार्य का अवलोकन करें यदि किसी छात्र को सहायता की आवश्यकता है तो शिक्षक सहयोग करें। शिक्षक यह भी देखें कि यदि 50% से अधिक छात्रों को गुणा करने में समस्या आ रही है तो दोबारा पूरी कक्षा को पूरी प्रक्रिया स्पष्ट करें और पुनः अभ्यास करने का कहें।

शिक्षण के अन्त में (समेकन) —

शिक्षक — बच्चों! आज हमने क्या सीखा?

छात्र — दशमलव संख्याओं का गुणा करना।

शिक्षक — दशमलव संख्याओं को गुणा करते समय किन बिन्दुओं को ध्यान में रखना चाहिए?

छात्र —

- संख्याओं को लम्बवत् रूप में लिखना चाहिए तथा दोनों संख्याओं में गुण्य को ऊपर और गुणज को नीचे लिखना चाहिए।
- गुणा, गुण्य के दायीं और बायीं ओर करना चाहिए।
- गुणा करने के दौरान गुणनफल में दशमलव सही स्थान पर अंकित चाहिए।

गृहकार्य — शिक्षक गृहकार्य हेतु कार्यपत्रक 3 छात्रों को दें।



दशमलव

दिवस - 30

समय - 40 मिनट

प्रकरण – दशमलव संख्याओं का भाग

लर्निंग आउटकम – बच्चे दशमलव संख्याओं का भाग कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – 48 घन (गणित किट), कार्यपत्रक आदि।

शिक्षण के प्रारंभ में—

शिक्षक मेज पर 48 घन रखकर 6 बच्चों को मेज के पास बुलाकर एक बच्चे से सभी को बराबर घन बाँटने को कहेंगे। बच्चा सभी को 8.8 घन बाँट देगा।

शिक्षक – प्रत्येक को कितने घन मिले?

छात्र – 8 घन

शिक्षक – इस बराबर बाँटने को हम गणित में क्या कहते हैं?

छात्र – भाग (या बाँटवारा)

(शिक्षक श्यामपट्ट पर भाग समीकरण लिखेंगे— $48 \div 6 = 8$)

शिक्षक – इस समीकरण में 48 क्या है?

छात्र – भाज्य।

शिक्षक – 6 क्या है?

छात्र – भाजक।

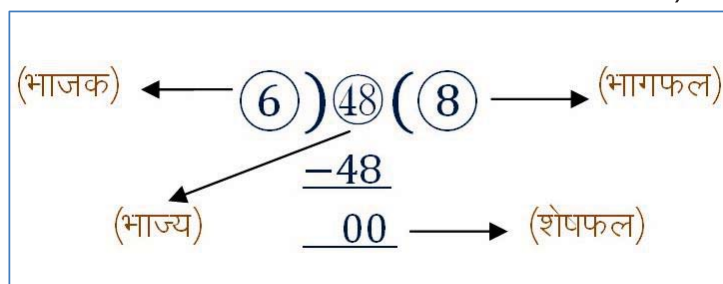
शिक्षक – 8 क्या है?

छात्र – भागफल।

शिक्षक – क्या इस बाँटवारे में कुछ शेष बचा?

छात्र – नहीं।

(इस बातचीत के उपरान्त शिक्षक भाग समीकरण के सभी हिस्सों को समझायेंगे।)





शिक्षक — बच्चों! अभी हमने भाग के बारे में बातचीत कर उसके अलग-अलग हिस्सों के बारे में समझा। अब हम सीखते हैं कि क्या इसी प्रकार से हम दशमलव संख्या को पूर्ण संख्या से भाग दे सकते हैं?

शिक्षण के दौरान—

शिक्षक — बच्चों! आइए हम दशमलव संख्या का 10, 100 और 1000 से भाग करने का प्रयास करते हैं। अगर हम 800 का 10 से भाग करें तो हमें क्या भागफल प्राप्त होगा?

छात्र — 80

शिक्षक — शाबाश बच्चों! क्या आप जानते हैं कि हम इसे 80.0 के रूप में भी लिख सकते हैं। अब अगर हम 800 का 100 से भाग करें तो हमें क्या भागफल प्राप्त होगा?

छात्र — 8

शिक्षक — इस भागफल को हम दशमलव रूप में कैसे लिख सकते हैं?

छात्र — 8.00

शिक्षक — अब यदि हम 800 का 1000 से भाग करें तो हमें क्या भागफल प्राप्त होगा?

छात्र — (अनुत्तरित)

शिक्षक — अच्छा बच्चों! क्या इस पूरी भाग प्रक्रिया में आपने कोई पैटर्न देखा?

छात्र — हमने देखा कि जब हमने संख्या को 10 से भाग किया तो 'दशमलव' संख्या के दाईं ओर से पहले अंक के बाएँ लगा। जब हमने 100 से भाग किया तो 'दशमलव' दाईं ओर से दूसरे अंक के बाएँ लगा। अंत में जब हमने 1000 से भाग किया तो 'दशमलव' दाईं ओर से तीसरे अंक के बाएँ लगा।

शिक्षक — अगर हम 10000 से भाग करें तो दशमलव दाईं ओर से कौन से स्थान पर लगेगा?

छात्र — दाईं ओर से चौथे स्थान पर।

$$\begin{array}{ccc} \frac{800}{10} = 80.0 & \frac{800}{100} = 8.00 & \frac{800}{1000} = 0.800 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \boxed{\text{दाहिने से एक अंक बाद}} & \boxed{\text{दाहिने से दो अंक बाद}} & \boxed{\text{दाहिने से तीन अंक बाद}} \end{array}$$

यदि बच्चों से संभावित उत्तर ना प्राप्त हो तो शिक्षक स्वयं पूरी प्रक्रिया समझायें और श्यामपट्ट पर लिखते जायें।

शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-1 देकर 10, 100 और 1000 से दशमलव संख्या को भाग करने का अभ्यास करने को कहें। छात्र कार्यपत्रक-1 पर अभ्यास करेंगे। शिक्षक अवलोकन करेंगे और आवश्यकता अनुरूप सहयोग प्रदान करेंगे। कार्यपत्रक-1 पर कार्य करने के उपरान्त शिक्षक बच्चों से बातचीत करेंगे—



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

शिक्षक – बच्चों! मान लीजिए आप और आपका मित्र पेंसिल बॉक्स खरीदने दुकान पर गये। आप दोनों के द्वारा खरीदे गये दो पेंसिल बॉक्स की कीमत रु. 88.80 है। यदि दोनों पेंसिल बॉक्स की कीमत बराबर है तो आप दोनों ने कितने-कितने रूपये दुकानदान को दिये?

छात्र – भाग करके सही उत्तर तक पहुँचने का प्रयास करेंगे।

यदि छात्रों को भाग करने में समस्या आ रही है तो शिक्षक समझायें कि दशमलव संख्या का भाग पूर्ण संख्याओं के भाग जैसा ही है। बस भाग के उपरान्त भागफल में दशमलव दायीं तरफ से उतने ही स्थान बाद लगाना है जितने स्थान बाद भाज्य में लगा है। ध्यान रहे यह नियम पूर्ण भाज्य संख्या पर ही लगेगा।

शिक्षक श्यामपट्ट पर उपर्युक्त दशमलव संख्या (88.80) का पूर्ण संख्या (2) से भाग करके दिखाये।

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{)88.80} (44.40 \\
 \underline{-8} \\
 08 \\
 \underline{-8} \\
 08 \\
 \underline{-8} \\
 00 \\
 \underline{-00} \\
 00
 \end{array}$$

भाज्य के अनुसार भागफल में दशमलव लगायें।

भाज्य में दशमलव दायीं तरफ से दूसरे स्थान पर है।

यह नियम उसी भाग में लगेगा जहाँ शेषफल शून्य हो।

शिक्षक— बच्चों! अब हम भाग समीकरण के भागफल में दशमलव लगाने का प्रयास करते हैं।

(शिक्षक बच्चों को कार्यपत्रक-2 देकर भाग समीकरण के भागफल में दशमलव लगाने को कहेंगे।)

छात्र – शिक्षक के सहयोग और उपर्युक्त विधि का प्रयोग कर भागफल में दशमलव लगाने का प्रयास करेंगे।

शिक्षक 10, 100 और 1000 से दशमलव संख्या को भाग और भाग समीकरण के भागफल में दशमलव लगाने का अभ्यास करने के उपरान्त दशमलव संख्या को पूर्ण संख्या से भाग करने का अभ्यास करायेंगे।

शिक्षक – बच्चों! क्या आप 2.25 को 15 से भाग दे सकते हैं?

छात्र – $2.25 \div 15$ करने का प्रयास करेंगे।

शिक्षक श्यामपट्ट पर $2.25 \div 15$ करके दिखायेंगे।



15) 2.25 (0,15)

$$\begin{array}{r} -0 \\ \underline{22} \\ -15 \\ \underline{075} \\ -75 \\ \underline{00} \end{array}$$

दशमलव का
स्थानांतरण

(शिक्षक इसी प्रकार के कुछ उदाहरण और कराकर भाग पर बेहतर समझ बनाने का प्रयास करें।)

शिक्षक – बच्चों! क्या आप 50 को 2.5 से भाग दे सकते हैं?

छात्र – $50 \div 2.5$ करने का प्रयास करेंगे।

(यदि छात्रों से अपेक्षित उत्तर ना प्राप्त हो तो शिक्षक स्वयं भाग करके दिखायेंगे।)

शिक्षक – बच्चों! जब भी हम दशमलव संख्या से पूर्ण संख्या को भाग देते हैं तो पहले हम दशमलव संख्या को पूर्ण संख्या बनाते हैं। जैसे– 2.5 को हम $25 / 10$ लिख सकते हैं। अब जब हम 50 को 2.5 से भाग करेंगे तो हर में आये 10 को हम 50 से गुणा कर देंगे।

शिक्षक श्यामपट्ट पर $50 \div 2.5$ करके दिखायेंगे।

$$\frac{50}{2.5} = \frac{50}{\frac{25}{10}} = \frac{50 \times 10}{25} = \frac{500}{25} = 20$$

शिक्षक – बच्चों दशमलव संख्या से किसी पूर्ण संख्या को भाग करते समय ध्यान रहे भाजक को पूर्ण संख्या बनाना आवश्यक है इसके लिए हम भाजक में दशमलव के बाद जितने अंक हैं उतने शून्य भाज्य में बढ़ा देंगे।

शिक्षक कार्यपत्रक-3 देकर बच्चों से दशमलव संख्या का भाग करने को कहेंगे। छात्र कार्यपत्रक-3 पर भाग का अभ्यास शिक्षक के मार्गदर्शन में करेंगे। शिक्षक अवलोकन करेंगे और आवश्यकता अनुरूप सहयोग प्रदान करेंगे।

शिक्षक यह भी बतायें कि यदि भाग करते समय शेषफल शून्य ना आये तो भाग केवल दशमलव के तीसरे स्थान तक ही करेंगे। भाग करने के दौरान जहाँ आवश्यकता हो वहाँ भाज्य में दशमलव संख्या के अंतिम अंक के बाद आवश्यकता अनुसार 0 बढ़ाये जा सकते हैं।

शिक्षण के अंत में (समेकन) – शिक्षक निम्नलिखित बिन्दुओं पर छात्रों से चर्चा करेंगे–

शिक्षक – बच्चों! आज हमने सीखा–



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

- जब संख्या को 10 से भाग किया तो दशमलव संख्या के दायीं ओर से पहले अंक के बायें लगा । पर जब हमने 100 से भाग किया तो दशमलव दायीं ओर से दूसरे अंक के बायें लगा ।
- दशमलव संख्या का भाग पूर्ण संख्याओं के भाग जैसा ही है बस भाग के उपरान्त भागफल में दशमलव दायीं तरफ से उतने ही स्थान बाद लगाना है जितने स्थान बाद भाज्य में लगा है ।
- दशमलव संख्या से भाग करते समय भाजक को पूर्ण संख्या बनाना आवश्यक है इसके लिए हम भाजक में दशमलव के बाद जितने अंक हैं उतने शून्य भाज्य में बढ़ा देंगे ।
- भाग करते समय शेषफल शून्य ना आये तो भाग केवल दशमलव के तीसरे स्थान तक ही करेंगे । भाग करने के दौरान जहाँ आवश्यकता हो वहाँ भाज्य में दशमलव संख्या कर अंतिम अंक के बाद आवश्यकतानुसार 0 बढ़ाये जा सकते हैं ।

गृहकार्य – कार्यपत्रक-4





ज्यामिति (Geometry)

दिवस - 31

समय - 40 मिनट

प्रकरण – बिन्दु, किरण, रेखा, रेखाखण्ड

लर्निंग आउटकम –

1. बच्चे विभिन्न ज्यामितीय अवधारणाओं जैसे— बिन्दु, रेखा, किरण, रेखाखण्ड में अन्तर कर लेते हैं।
2. बच्चे विभिन्न आकृतियों से बंद और खुली आकृतियों का बोध कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – चॉक, डस्टर, पेपर, पेन, पेंसिल, श्यामपट्ट, गणित किट आदि।

शिक्षण प्रक्रिया (प्रस्तावना) – बच्चों! गणित की पिछली कक्षा में ज्यामितीय अवधारणाओं को जान चुके हो। ज्यामितीय अवधारणाओं के अन्तर्गत आप जितनी वस्तुएं अपने आस-पास देख रहे हो। इन सबकी कोई न कोई आकृति होती है। जैसे—पेन, किताब, श्यामपट्ट, कुर्सी, डस्टर, कमरा, गेंद बॉक्स, डिब्बे आदि। बच्चों इन्हीं आकृतियों का अध्ययन गणित में ज्यामितीय अवधारणाओं के अन्तर्गत आता है। ज्यामिति शब्द यूनानी शब्द जियोमीट्रीन से बना है। जियो का अर्थ भूमि और मिट्रीन का अर्थ है मापना।



शिक्षण के दौरान –

गतिविधि – बिन्दु एक ऐसी स्थिति होती है। जहाँ से आप हिल नहीं सकते हैं। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। कुछ बच्चे मैदान में दौड़ रहे हैं और उनको दस तक गिनती बोलने के लिए कहते हैं और हम सारे बच्चों से

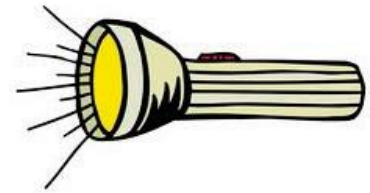


शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

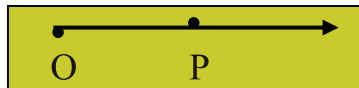
बोलेंगे कि दस आने पर सभी बच्चे अपने स्थान पर रुक जायेंगे। दस के बाद कोई भी बच्चे अपने स्थान से हिलेगा नहीं। बच्चों की वह स्थिति जिस पर बच्चे चल नहीं सकते हैं। सूक्ष्म होने पर वह बिन्दु को प्रदर्शित करेगा। बिन्दु की कोई अपनी लम्बाई व चौड़ाई नहीं होती है। इसे बिन्दु (.) द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

किरण – (प्रदर्शन विधि) – बच्चों चित्रों में देखिये जैसा कि नीचे दिखाया गया है। दीपक से निकलती हुई प्रकाश की किरणें, सूर्य की किरणें तथा टार्च से निकलती हुई प्रकाश की किरणें।

नोट— कृपया शिक्षण से पूर्व यूक्लिड ज्योमिट्री से संदर्भ लें।



किरण में एक दिशा होती है तथा इसमें केवल एक निगमन बिन्दु होता है तथा दूसरी दिशा में अन्तहीन होती है। इसका कोई अन्तिम बिन्दु नहीं होता है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।



किरण रेखा का एक भाग होता है। यह एक बिन्दु से प्रारम्भ होती है। जिसे प्रारम्भ बिन्दु कहते हैं और एक ही दिशा होती है।

रेखाखण्ड – (गतिविधि) – बच्चों रेखाखण्ड रेखा का एक भाग होता है। चलो गतिविधि करके दिखाते हैं। देखो मेरे पास एक कागज है। इसे इस प्रकार मोड़ लेते हैं और इसे दबा लेते हैं फिर खोलकर देखते हैं इसमें एक मोड़ दिखाई देता है। इस पर पेन्सिल से एक रेखा खींचते हैं और इसका नाम A और B बिन्दु पर एक रेखा खण्ड बन जाता है।

रेखा – (गतिविधि) – बच्चों हम एक बड़ा सा धागा लेकर उसे खोलकर बढ़ाते जाते हैं और वह बढ़ता जाता है। जिसका कोई अन्त बिन्दु न हो उसे रेखा कहते हैं। इसे AB से प्रदर्शित करते हैं। इससे वह निष्कर्ष निकलता है कि रेखा एक सीधी रेखा होती है।

आकलन – बच्चों को अभ्यास हेतु कार्यपत्रक-1, 2, 3 देकर और प्रत्येक बच्चे के पास जाकर आकलन किया और बच्चों से मौखिक प्रश्न पूछकर आकलन किया।

समेकन – शिक्षक बच्चों को समझायेंगे। विषय की पुनरावृत्ति करते हैं और मौखिक रूप से अवगत कराते हैं।

गृहकार्य – बच्चों को कार्यपत्रक-4, 5 देकर बिन्दु, रेखा, रेखाखण्ड, किरण से सम्बन्धित प्रश्नों को हल करके लाने के लिए कहते हैं।





ज्यामिति

दिवस - 32

समय - 40 मिनट

प्रकरण – लम्ब रेखाओं की अवधारणा

लर्निंग आउटकम – 1. बच्चे परस्पर लम्ब रेखाओं की अवधारणा को समझ लेते हैं।

2. बच्चे लम्ब रेखाओं के बीच बनने वाले समकोण (90°) की समझ रखते हैं।

आवश्यक सामग्री – गणित किट, पेपर, पेन, पेंसिल आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में –

बच्चों! पिछली कक्षा में ज्यामितीय अवधारणाओं के अन्तर्गत हम वस्तुओं की आकृतियों के अलावा बिन्दु, रेखा, रेखाखण्ड, किरण आदि के बारे में जानकारी प्राप्त की। अब हम लम्ब रेखाओं के विषय में जानेंगे कि लम्ब रेखायें क्या होती हैं और उनके बीच समकोण कैसे बनता है।

शिक्षक – बच्चों हम सावधान की मुद्रा में कैसे खड़े होते हैं?

(बच्चे खड़े होकर बताते हैं। शिक्षक एक बच्चे को 90° पर खड़ा करके दूसरे बच्चों को समझाते हैं)

शिक्षक – देखो बच्चों, राजू (काल्पनिक नाम) जमीन पर बिल्कुल सीधा खड़ा है। यानि यह जमीन से 90° को कोण बना रहा है। इसे ही समकोण कहते हैं। जरा बताओ तो अपने आस-पास ऐसी और कौन-सी चीजें हैं, जिसमें ऐसा कोण बन रहा है। (बच्चे सोचते हैं।)

शिक्षक – चलों देखों अपने आस-पास क्या-क्या दिख रहा है?

शिक्षक – दरवाजा, खिड़की, दीवारें।

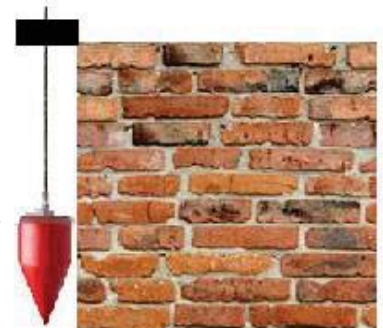
शिक्षक – शाबाश (शिक्षक दरवाजे के पास जाकर समझायेंगे) देखों इस दरवाजे के किनारे एक-दूसरे से समकोण पर हैं।

अब इसी तरह इस दीवार पर बताओं कहाँ समकोण बन रहा है? (बच्चे बताते हैं।)

शिक्षक – अब खिड़की पर आकर दिखाओ कि समकोण कहाँ बन रहा है। (एक बच्चा आकर बताता है।)

शिक्षण के दौरान–

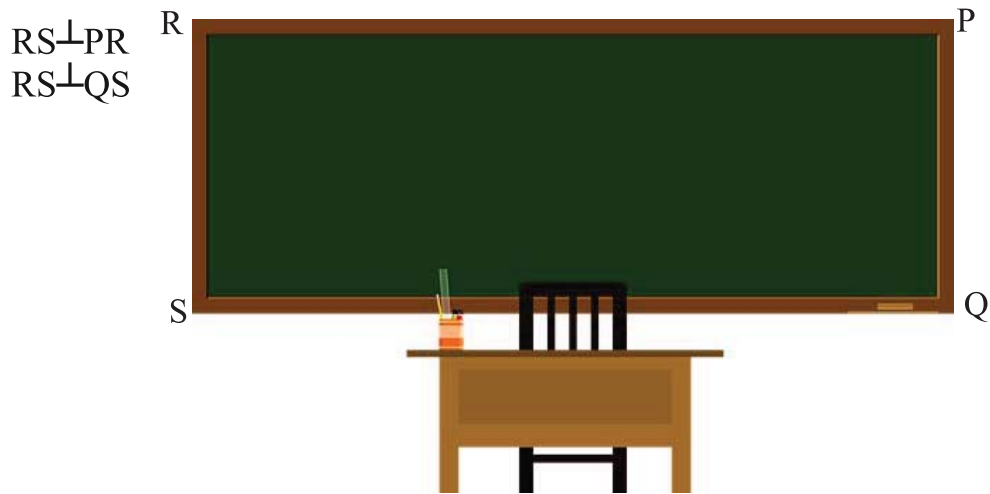
गतिविधि – बच्चों! आप जिस घर में रहते हो। उस घर को कौन बनाता है। बच्चे बताते हैं कि मिस्त्री या राजगीर भी कहते हैं। राजगीर घर बनाने में किस-किस चीज का प्रयोग करता है? बच्चे-साहुल, सूल, कन्नी आदि। बच्चों आपने साहुल का प्रयोग करते देखा है क्या आप बता सकते हैं कि वह इसका प्रयोग क्यों करता है। जब मिस्त्री दीवार को बनाता है तब वह देखता है कि जमीन और दीवार आपस में लम्बवत् है या नहीं उनके बीच बनने वाला समकोण



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

या 90° का कोण बन रहा है या नहीं? समकोण को देखने के लिए साहुल का प्रयोग करता है। यदि दीवार लम्बवत् नहीं है तो हमारी दीवार खड़ी नहीं रह सकती है वह यदि तिरछी है तो गिर जायेगी।

बच्चों सामने हमें श्यामपट्ट दिख रहा है। ये कैसा है? इसकी भुजाये एक दूसरे पर कैसी है? इस श्यापट्ट का प्रत्येक कोण देखिए। श्यामपट्ट का प्रत्येक कोण 90° का है। इसे समकोण कहते है। यदि दो रेखायें, परस्पर समकोण पर हो अर्थात् 90° का कोण बना रही है, तो वो लम्ब रेखायें कहलाती है।

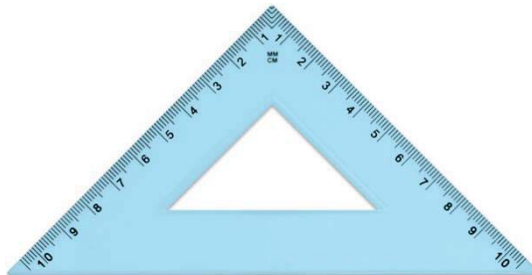


शिक्षण के दौरान –

शिक्षक – बच्चों आप सबने सेट स्क्वायर देखा है जो ज्योमिट्री बाक्स में होता है।

बच्चे – (कुछ बच्चे बतायेंगे) हाँ देखा है।

शिक्षक – चलो मैं दिखाता हूँ ये एक सेट स्क्वायर हैं। (सेट स्क्वायर का चित्र)



(दिखाते हुए पूछते हैं)

बताओ इसमें कोई कोण समकोण है क्या?

बच्चे – हाँ (दिखाते हुए)

शिक्षक – और इसमें लम्ब रेखायें दिखाओ। (बच्चे मिलकर दिखाते हैं।)

शिक्षक – अच्छा हम सबको घड़ी देखनी तो आती है?

बच्चे – हाँ सर।

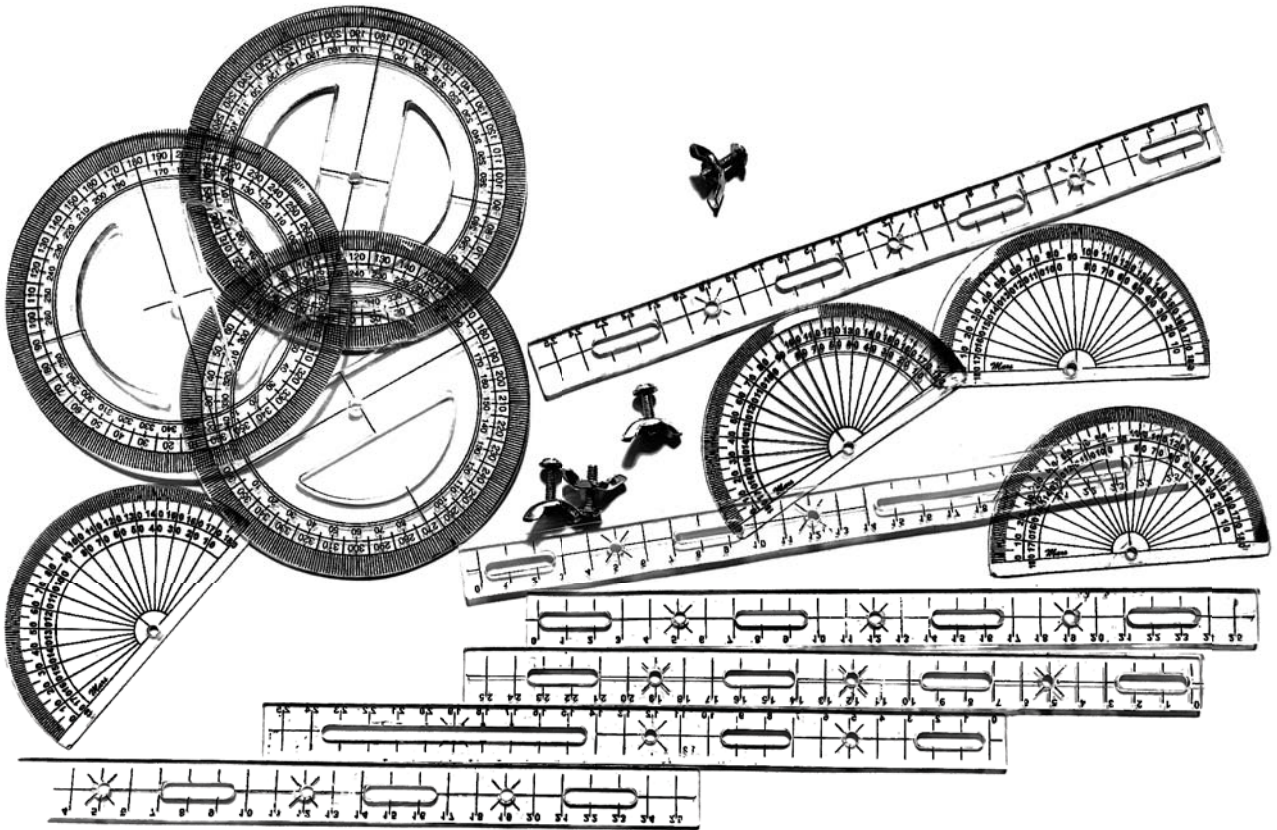


शिक्षक – अब इस घड़ी में मैं अलग-अलग समय सेट करूँगा। आप देखकर बताइये कि क्या समकोण बन रहे हैं। (शिक्षक गणित किट से घड़ी निकाल कर अलग-अलग समय सेट करके पूछते हैं, कि क्या ये सुइयाँ लम्बवत है या नहीं। खासकर 3 बजे, 9 बजे का टाइम जरूर सेट करें।)

अवलोकन – बच्चों को कार्यपत्रक-1 देकर प्रत्येक बच्चे के पास जाकर सभी बच्चों का अवलोकन करते हैं। बच्चों को किताब का पन्ना दिखाकर, श्यापट्ट, मेज, डस्टर, कमरे का कोना दिखाकर मौखिक रूप से भी अवलोकन कर सकते हैं।

समेकन – अध्यापक बच्चों को पढ़ाये गये विषय की पुनरावृत्ति करते हैं और मौखिक रूप से बच्चों से प्रश्न पूछकर बच्चों को बता सकते हैं और कार्यपत्रक-2 देकर हल करने के लिए देते हैं।

गृहकार्य – शिक्षक बच्चों को घर में उपलब्ध ऐसी 10 वस्तुओं की सूची बनाने को कहते हैं जिनमें समकोण दिख रहा हो।



ज्यामिति

दिवस - 33

समय - 40 मिनट

प्रकरण – समतल व वक्रतल

लर्निंग आउटकम –

1. बच्चे विभिन्न ज्यामितीय अवधारणाओं जैसे बिन्दु व समतल और वक्रतल को समझ लेते हैं।
2. बच्चे तलों के प्रकार और उनके गुणों को समझ लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – चॉक, डस्टर, चार्ट पेपर, मॉडल आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

बच्चों! ज्यामितीय अवधारणाओं को गणित की पिछली कक्षा में पढ़ चुके हैं। बच्चों अपने विद्यालय में बहुत सी वस्तुयें दिखायी देती हैं? जैसे—मेज, किताब, श्यामपट्ट, गेंद पत्थर, सेब, बेलन। बच्चों आपने—अपने जन्मदिन पर टोपी भी पहनी होगी। क्या बता सकते हैं कि इन सभी वस्तुओं का आकार कैसा होता है?



छात्र – नहीं सर

शिक्षक – हाथ में लेकर किताब दिखाते हुए—बच्चों बताओ इसका तल कैसा है?



छात्र – समान या बराबर

शिक्षक – बच्चों को एक पत्थर का टुकड़ा दिखाते हुए बच्चों बताओ इसका तल कैसा है?

छात्र – टेढ़ा—मेढ़ा











शिक्षक – अब बच्चों को एक पाइप का टुकड़ा दिखाते हुए—बच्चों बताओ इसका आकार कैसा है?

छात्र – सीधा और गोल

शिक्षक – आओ बच्चों हम इन सब के बारे में विस्तार से जानते हैं।

शिक्षण के दौरान – (गतिविधि) बच्चों! श्यामपट्ट पर कुछ वस्तुओं के चित्र बनाये गये।

			
श्यामपट्ट	सेब	पत्थर का टुकड़ा	सुई
			
घन	धनाभ	शंकु	गेंद






			
पुस्तक	बेलन		

इन्हें ध्यान से देखें और इनको आपने देखा भी होगा।

समतल — बच्चों आप सभी के पास किताब है। किताब पर हाथ रखकर देखो इसका तल कैसा है? बच्चे—समान / बराबर



शिक्षक — सामने श्यामपट्ट दिखाई दे रहा है और आप जिस डेस्क पर अपना झोला रखे है ये सभी वस्तुएं हर जगह समान दिखाई दे रही है और इनका आकार लगभग एक जैसा होता है। इस समतल कहते हैं। चित्र में आप धन और घनाभ भी देख रहे है। देखने से ज्ञात होता है कि इसमें प्रत्येक 6 पृष्ठ है। जिन्हे हम फलक कहते है। प्रत्येक फलक के चार कोने होते है, जिन्हें हम शीर्ष कहते है, जिनका आकार समान होता है उन्हें हम समतल कहते है।

		
श्यामपट्ट	घन	पुस्तक

वक्रतल — बच्चों हम ऊपर चित्र में एक गेंद व सुई, सेब, पत्थर आदि वस्तुओं को देख रहे है। इनका आकार लगभग गोल दिखायी दे रहा है। जैसे गोला और सेब की आकृति देखिए इसमें कोई स्पष्ट फलक नहीं है अर्थात इनके तल वक्र है। हम इन्हें वक्रतल या वक्रपृष्ठ कहते है।

		
सेब	गेंद	पत्थर का टुकड़ा

समतल और वक्रतल — बच्चों नीचे चित्र में हम बेलन, शंकु को भी देख रहे है। इसमें आपको समतल व गोलाकार दोनों प्रकार की आकृति होती है। अतः बेलन और शंकु में कोई सीधा किनारा नहीं होता है। लेकिन इनके आधार वृत्ताकार है। यह तल सपाट समतल है। इनके सिरे के तल को छोड़कर शेष तल वक्र तल हैं पत्थर का ऊपर वाला तल वक्र तल है।

	
बेलन	शंकु

बच्चों को कार्यपत्रक-1, 2 देकर और प्रत्येक बच्चे के पास जाकर मौखिक प्रश्न पूछ कर बच्चे का आकलन कर लेते हैं। आवश्यकतानुसार कार्यपत्रक हल करते समय अवधारणा भी स्पष्ट करते हैं।

समेकन – अध्यापक द्वारा बच्चों को पढ़ाये गये विषय की पुनरावृत्ति करते हैं और साथ ही साथ उससे संबंधित प्रश्न भी पूछते जाते हैं।

गृहकार्य – बच्चों को कार्यपत्रक-3 देकर व अपने आस-पास समतल व वक्रतल और समतल व वक्रतल दोनों प्रकार के वस्तुओं की एक सारणी बनाने के लिए देंगे।





ज्यामिति

दिवस - 34

समय - 40 मिनट

प्रकरण – समान्तर रेखायें

लर्निंग आउटकम – बच्चे समान्तर रेखा समझते हैं।

आवश्यक सामग्री – गणित किट, पेपर, पेन, पेंसिल, श्यामपट्ट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में–

बच्चों! आपने रेल की पटरियाँ देखी हैं? कुछ बच्चे हाँ में उत्तर देते हैं और कुछ बच्चे नहीं में उत्तर देते हैं।

शिक्षक – जिन बच्चों ने रेल की पटरी देखी है उन बच्चों में से किसी एक बच्चे से अध्यापक प्रश्न करता है कि क्या रेल की पटरी कहीं भी आपस में मिलती है? (शिक्षक बोर्ड पर रेल की पटरी का चित्र बनायेंगे या चित्र/पोस्टर दिखायेंगे)

छात्र – नहीं

शिक्षक – बच्चों से कुछ अन्य ऐसी वस्तुओं के नाम पूछते हैं जिसमें रेल की पटरी के समान आमने-सामने के दोनो किनारे या भुजाएं नहीं मिलती हैं या एक दूसरे का प्रतिच्छेदन नहीं करती हैं। जैसे-किताब, पेंसिल बाक्स आदि।

शिक्षण के दौरान –

गतिविधि द्वारा – बच्चों के द्वारा बताई गयी वस्तुओं और स्वयं से शिक्षक कुछ वस्तुओं के नाम बोर्ड पर लिखता है जैसे- बोर्ड, मेज, टी0वी0 कक्षा की दीवारें, पेपर आदि।

शिक्षक – बच्चों हमने जो वस्तुएं बोर्ड पर लिखी हैं, उनके आमने-सामने के किनारे या भुजाओं को देखने पर पता चलता है कि हम उनकी परस्पर भुजाओं को कहीं पर मिलते नहीं देख सकते हैं और जो उनके बीच की दूरी है वह प्रत्येक बिन्दु पर समान है। अतः बच्चों! हम कह सकते हैं कि वे रेखायें जो सदैव समान दूरी पर रहती हैं और परस्पर एक-दूसरे को प्रतिच्छेद (काटती) नहीं करती हैं, समान्तर रेखाएं कहलाती हैं। समान्तर रेखाओं को \parallel चिन्ह के माध्यम से प्रदर्शित करते हैं जैसे-



बोर्ड पर कार्य – अध्यापक बच्चों को पेपर के माध्यम से सरल विधि से समान्तर रेखाएं बनाना सिखाते हैं



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

जिसमें किसी पेपर को आधा मोड़कर और फिर आधे भाग को पुनः आधा मोड़कर बता सकते हैं कि इस पेपर में जो दो मोड़ दिखाई दे रहे हैं, वे दोनों मोड़ ही समान्तर रेखाएँ हैं।

गतिविधि – अध्यापक बच्चों को कुछ पेपर वितरित करके उपर्युक्त तरीके (विधि) से समान्तर रेखाएं बनाने को कहते हैं।

अवलोकन – अध्यापक कक्षा में घूमकर बच्चों के कार्य का अवलोकन करते हैं।

समेकन – अध्यापक बच्चों को पढ़ाए गए विषय की पुनरावृत्ति करते हैं व पेपर के माध्यम से बनाई गयी समान्तर रेखाओं को देखकर बच्चों का आकलन करते हैं।

गृहकार्य – अध्यापक बच्चों को कार्यपत्रक-1, 2 वितरित कर घर से पूरा करके लाने को कहेंगे।





ज्यामिति

दिवस - 35

समय - 60 मिनट

प्रकरण – कोण की अवधारणा

शिक्षण परिणाम – छात्र कोण की अवधारणा को समझते हैं।

आवश्यक सामग्री – दैनिक जीवन में मूर्त रूप से उपलब्ध कोणों के उदाहरणों की सूची, रोलर बोर्ड, संकेतक, चार्ट, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

शिक्षक कक्षा-कक्ष का वातावरण, शिक्षक अधिगम हेतु सहज बनाते हुए छात्रों के साथ बिन्दु, रेखा, रेखाखण्ड व कोण की अवधारणा से सम्बन्धित चर्चा करेंगे।

शिक्षक : (ब्लैकबोर्ड पर बिन्दु बनाकर) छात्रों से उसका नाम बताने को कहेंगे।

छात्र : यह बिन्दु (प्वाइंट) है।

शिक्षक : दो बिन्दुओं को मिलाने पर बनने वाली आकृति का नाम पूछेंगे।

छात्र : दो बिन्दुओं को मिलाने पर रेखाखण्ड बनता है।

शिक्षक : दो बिन्दुओं को मिलाने पर कितने रेखाखण्ड बन सकते हैं ?

छात्र : केवल एक रेखाखण्ड बनेगा।

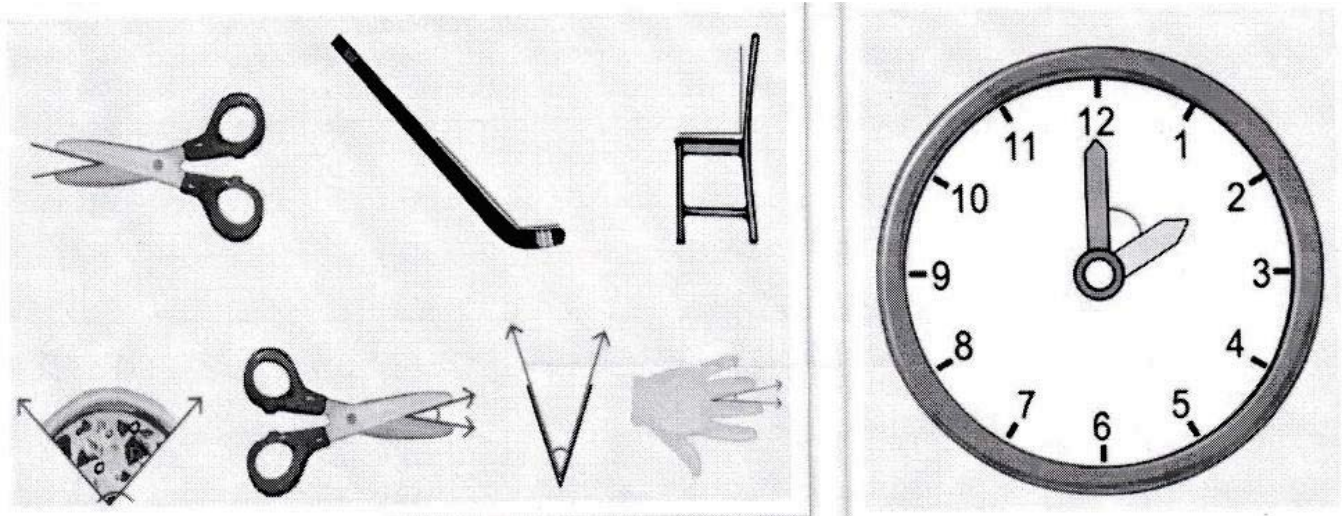
शिक्षक : दो रेखाओं को मिलाने पर बनने वाली आकृति को क्या कहते हैं ?

छात्र : निरुत्तर / अस्पष्ट उत्तर।

शिक्षक : छात्रों, आज हम कोण के विषय में विस्तारपूर्वक अध्ययन करेंगे।

शिक्षक बोर्ड पर दो रेखाओं के मिलने से बनी आकृति को बनाकर छात्रों को बतायेंगे कि यह एक कोण है। अब शिक्षक कुछ इस प्रकार कोण को परिभाषित करेंगे कि **जब दो सीधी रेखाएँ या किरणें एक सामान्य अंत बिन्दु पर मिलती हैं, तो उससे कोण का निर्माण होता है।** कोण शब्द लैटिन शब्द 'एंगुलस' से आया है, जिसका अर्थ है 'कोना'।

तत्पश्चात्, शिक्षक छात्रों से कहेंगे कि बच्चों आप अपने आस-पास जिधर भी नज़र डालते हैं, हर तरफ आपको कोण दिखाई देते हैं। अभी अपने आसपास नज़र डालें और दिखाई दे सकने वाले दस कोणों की सूची बनाएँ। छात्रों को हमारे चारों ओर कोणों के उदाहरण बताने को कहेंगे। छात्रों से उत्तर प्राप्त करके, शिक्षक छात्रों को कोण के कई दैनिक जीवन में उपलब्ध उदाहरण प्रस्तुत करेंगे जैसे कपड़ा-हँगर, तीर का सिरा, कैंची, आंशिक रूप से खुले दरवाजे, एक मेज का किनारा, एक साड़ी का किनारा आदि।



शिक्षक छात्रों को बताएँ कि कोण का अर्थ स्थैतिक स्थिति नहीं है बल्कि 'कोण' शब्द घुमाव / मोड़ की मात्रा को वर्णित करता है अर्थात् एक कोण घुमाव या घूर्णन का माप होता है।

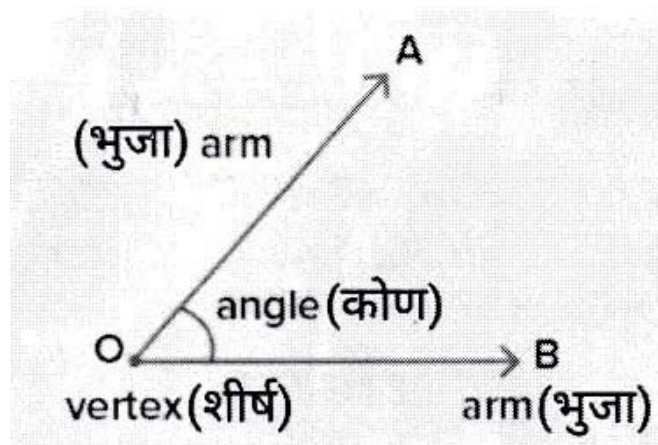
शिक्षक छात्रों से कहेंगे कि आइये बच्चों अब हम सभी कोण से सम्बन्धित विभिन्न शब्दावली सीखते हैं।

शिक्षक बोर्ड पर कोण के प्रतीक को प्रदर्शित करते हुए छात्रों को बतायेंगे कि प्रतीक \angle एक कोण का प्रतिनिधित्व करता है। कोणों को एक प्रोट्रैक्टर का उपयोग करके डिग्री ($^{\circ}$) में मापा जाता है।

उदाहरण के लिए, 45 डिग्री को 45° के रूप में दर्शाया जाता है।

कोण का प्रतीक – 45 डिग्री

कोणों के भाग :



शीर्ष (Vertex) : शीर्ष एक कोण का एक कोना होता है, एक ऐसा बिन्दु जहाँ दो रेखाएँ / भुजाएँ मिलती हैं। O दी गयी आकृति में शीर्ष है।

भुजाएँ (Arms) : कोण की दो भुजाएँ होती हैं, जो एक उभयनिष्ठ समापन बिन्दु पर जुड़ती हैं। ऊपर दी गयी आकृति में OA और OB कोण O की भुजाएँ हैं।



आधार पक्ष (Base) : इसे सन्दर्भ रेखा के रूप में भी जाना जाता है, एक सीधी रेखा जहाँ से एक कोण खींचा जाता है। OB सन्दर्भ रेखा है।

टर्मिनल साइड (Terminal Side) : वह साइड जिससे कोण का मापन किया जाता है। नीचे दिए गए आरेख में, OA अंतिम भुजा है।

समेकन : शिक्षक समस्त विषयवस्तु से सम्बन्धित बोध प्रश्नों के माध्यम से छात्रों के कोण की अवधारणा से सम्बन्धित समस्याओं का अवलोकन करते हुए, सम्पूर्ण पाठ की पुनरावृत्ति करेंगे। शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक 1 अपने अवलोकन में हल करवायेंगे।

बोध प्रश्न –

1. कोण किसे कहते हैं ?
2. कोणों के कुछ उदाहरण बतायें।
3. शिक्षक बोर्ड पर कोणों के शीर्ष व भुजा को छात्रों से प्रदर्शित करवायेंगे।

गृहकार्य – छात्रों को गृहकार्य में सम्पूर्ण पाठ की पुनरावृत्ति व कोण के परिवेशीय उदाहरण लिखकर लाने को कहेंगे।



ज्यामिति

दिवस - 36

समय - 40 मिनट

प्रकरण – कोण के प्रकार

लर्निंग आउटकम –

1. छात्र विभिन्न प्रकार के कोण पहचान लेते हैं।
2. न्यून कोण, अधिक कोण, समकोण, सरल कोण, प्रतिवर्त कोण आदि की अवधारणा को समझते हैं।
3. छात्र कोणों के प्रकार से सम्बन्धित प्रश्न हल कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री : दैनिक जीवन में विद्यालयी परिवेश में उपलब्ध विभिन्न प्रकार के कोणों के उदाहरण अथवा चार्ट, रोलर बोर्ड, संकेतक, गणित किट आदि।

शिक्षक प्रक्रिया

शिक्षक पूर्व दिवस में किए गए शिक्षण कार्य की पुनरावृत्ति करेंगे व दिये गये गृहकार्य को जाँचेंगे।

इस गतिविधि का उद्देश्य छात्र को यह बताना है कि वे किस प्रकार केवल एक आयताकार कागज़ का टुकड़ा लेकर, उसे मोड़कर कोणों का 'निर्माण' कर सकते हैं। कोणों में परिवर्तन करने का यह प्रायोगिक अनुभव छात्रों को चिह्नों के पीछे के अर्थ, निरूपण व संकल्पनाएँ समझाने में मदद कर सकता है। ये उन कोणों का एक त्वरित दोहराव है, जो उन्होंने प्राथमिक विद्यालय में पढ़े होंगे।

नोट – इस गतिविधि में शिक्षक अपने छात्रों के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने के पहले सभी गतिविधियों को पूरी तरह (या आंशिक रूप से) स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा, यदि शिक्षक इसका प्रयास अपने किसी सहकर्मी के साथ करें क्योंकि जब शिक्षक अनुभव पर विचार करेंगे तो उन्हें मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से शिक्षकों को छात्रों के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा, जो परोक्ष रूप से उनके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में उनके अनुभवों को प्रभावित करेगा। जब शिक्षक तैयार हों, तो अपने छात्रों के साथ गतिविधियों का उपयोग करें। पाठ के बाद, सोचें कि गतिविधि किस तरह हुई और उससे क्या सीख मिली।

शिक्षण के दौरान –

शिक्षक छात्रों से कहेंगे कि आइए बच्चों! आज हम सभी विभिन्न प्रकार के कोणों के विषय में जानते हैं। इसके लिए आओ हम एक गतिविधि करते हैं।

गतिविधि 1 : कागज़ मोड़कर कोण बनाना

शिक्षक अपने छात्रों को बताएंगे कि कोई भी सीधा किनारा 180° के ऋजु कोण का प्रतिनिधित्व करता है। जब आप किसी कागज़ को इस प्रकार मोड़ते हैं कि आरम्भिक किरण अंतिम किरण पर पड़े, तो इससे कोण का



समद्विभाजन होता है।

शिक्षक छात्रों से कहेंगे कि इसी प्रकार 180° , 90° , 77.5° , 50° , 45° , 30° , 22.5° व 11.25° माप वाले कोण बनाने का प्रयास करें।

शिक्षक गतिविधि के अन्त में छात्रों से निम्नलिखित प्रश्न पूछेंगे –

1. कौन से कोण मोड़कर बनाने में आसान थे ?
2. कौन से कोण बनाने में मुश्किल या असंभव थे ?
3. ये सभी कोण 180° से कम क्यों हैं ?
4. क्या इस मान से बड़े कोणों को समद्विभाजित करना सम्भव है ?

शिक्षक कहेंगे कि देखा बच्चों किस प्रकार हमने विभिन्न कोणों का निर्माण किया, तो आइए, अब हम कोणों के माप के आधार पर विभिन्न प्रकार के कोणों के बारे में जानते हैं –

अब शिक्षक एक-एक करके सभी कोणों के विषय में बोर्ड पर कुछ इस प्रकार परिभाषा लिखकर, छात्रों को सभी कोणों की व्याख्या करेंगे, साथ ही प्रत्येक कोण का चित्र बोर्ड पर बनाएंगे या कोण सम्बन्धित चित्र चार्ट का प्रयोग करेंगे।

न्यून कोण – एक न्यून कोण का माप शीर्ष पर 90° से कम होता है।

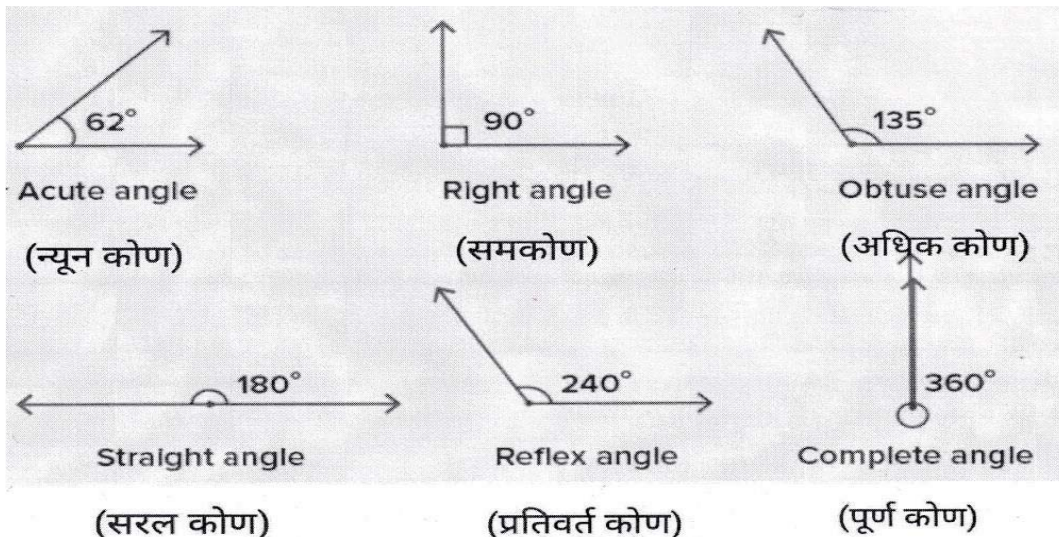
अधिक कोण – एक अधिक कोण 90° और 180° के बीच होता है।

समकोण कोण – एक समकोण शीर्ष पर 90° का सटीक माप करता है।

सरल कोण – ठीक 180° का कोण एक सरल कोण होता है।

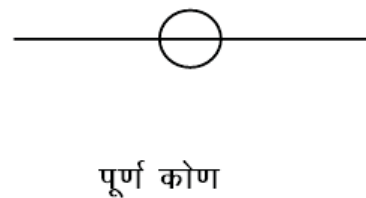
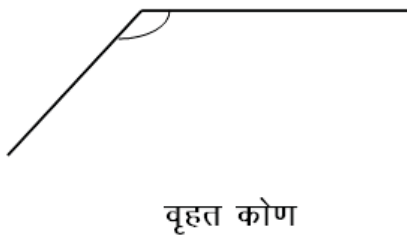
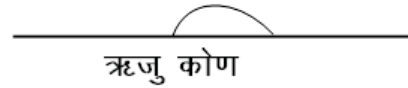
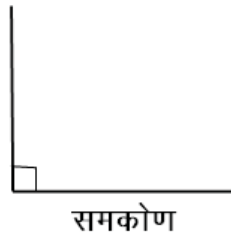
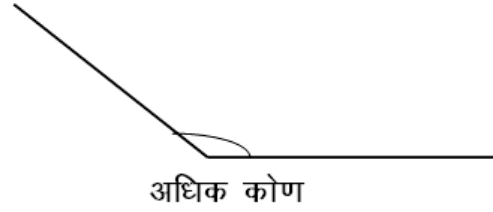
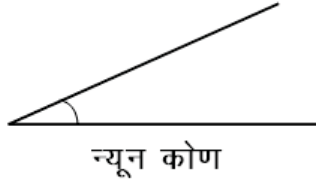
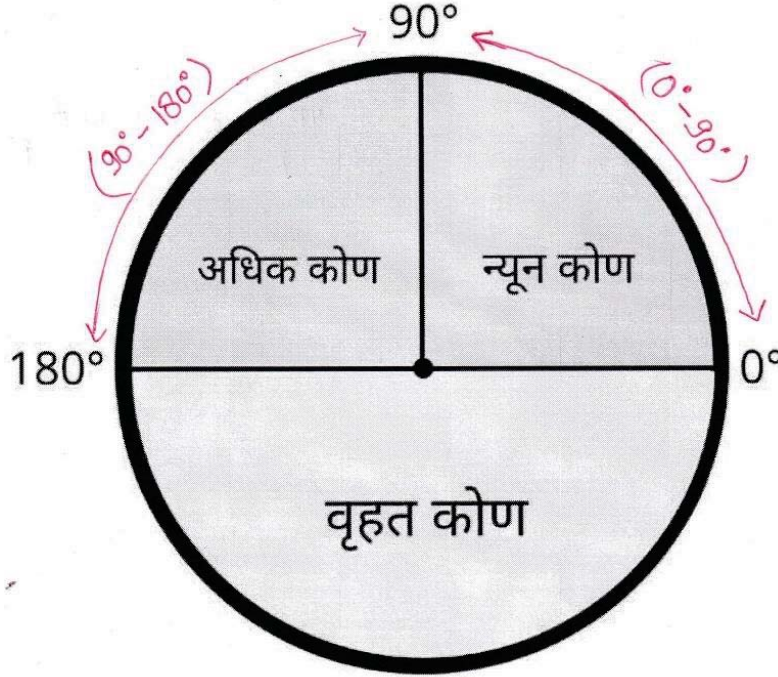
प्रतिवर्त कोण – एक प्रतिवर्त कोण 180° से 360° के बीच का होता है।

पूर्ण कोण – एक पूर्ण कोण का माप 360° होता है।



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

अब शिक्षक नीचे दिये गये चित्र को बोर्ड पर बनाकर, एक सम्पूर्ण कोण (360°) को अधिक कोण, न्यून कोण व वृहत कोण में विभाजित कर प्रदर्शित करेंगे।





समेकन –

शिक्षक सम्पूर्ण पाठ के मुख्य बिन्दुओं की पुनरावृत्ति करते हुए छात्रों से विषयवस्तु से सम्बन्धित कुछ बोध प्रश्न पूछेंगे। समेकन के बाद कार्यपत्रक-1 व कार्यपत्रक-2 छात्र हल करेंगे एवं शिक्षक उसका अवलोकन करेंगे।

गृहकार्य : सभी छात्रों से गृहकार्य में अपने आस-पास कोणों के विभिन्न उदाहरणों की सूची बनाने को कहेंगे व कार्यपत्रक-3 व कार्यपत्रक-4 हल करके लाने को कहेंगे।

प्रोजेक्ट कार्य : शिक्षक सभी छात्रों को समूह में बांटकर रंगीन कागज का प्रयोग करते हुए पेपर फोल्डिंग के माध्यम से विभिन्न प्रकार के कोणों को दिये गये चित्र के अनुसार बनाकर लाने को कहेंगे।



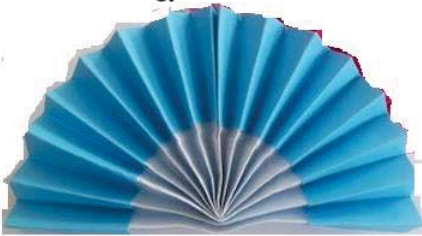
न्यून कोण



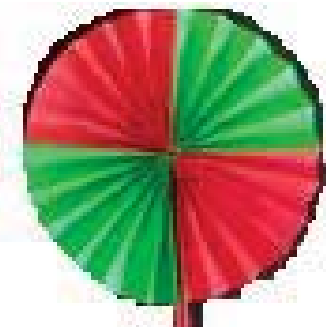
समकोण



अधिक कोण



सरल कोण



पूर्ण कोण



ज्यामिति

दिवस - 37

समय - 40 मिनट

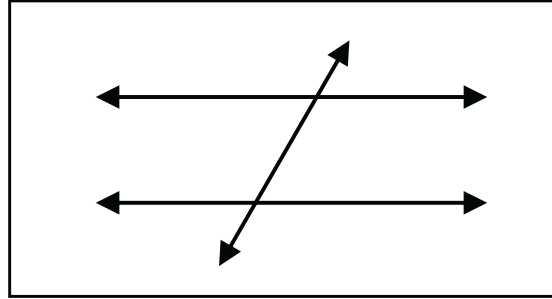
प्रकरण – तिर्यक रेखा पर बना कोण

लर्निंग आउटकम – बच्चे तिर्यक रेखा द्वारा बने कोण पहचान लेते हैं।

आवश्यक सामग्री – चॉक, डस्टर, पेपर, पटरी, पेंसिल, चाँदा, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

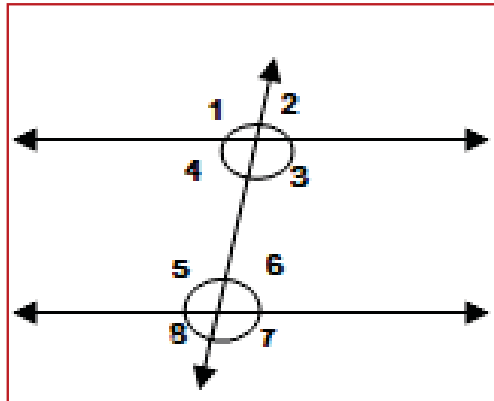
बच्चों! हम आपको इससे पूर्व समान्तर रेखाओं व कोणों के संबंध में बता चुके हैं और कोणों के प्रकार भी बता चुके हैं जैसे—समकोण, न्यून कोण, अधिक कोण आदि। बच्चों! यदि हम दो समान्तर रेखाओं को एक तीसरी रेखा से निम्नवत् काट दें तो उस रेखा को हम तिर्यक रेखा कहते हैं।



अध्यापक बच्चों से प्रश्न करता है कि बच्चों बताओ, समान्तर रेखाओं को तिर्यक रेखा से काटने पर कितने कोण बने हैं। कुछ बच्चे सही उत्तर देते हैं और कुछ बच्चे नहीं बता पाते हैं।

शिक्षण के दौरान—(बोर्ड पर कार्य)

बच्चों! तिर्यक रेखा द्वारा जो कोण बने हैं, उन्हें हम अब संख्याओं द्वारा इस प्रकार इंगित करते हैं—



अध्यापक – बच्चों! जिन कोणों को संख्याओं के द्वारा इंगित किया गया है, उन कोणों के कुछ विशेष नाम भी होते हैं। जैसे— वाह्य कोण, अन्तः कोण, संगत कोण एवं एकान्तर कोण। अध्यापक दी गयी आकृति में स्पष्ट करता है कि कौन से कोण वाह्य कोण हैं, कौन से कोण अन्तः कोण, संगत कोण एवं एकान्तर कोण हैं।



1. वाह्य कोण— $\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8,$
2. अन्तः कोण— $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6,$
3. संगत कोण— $(\angle 1, \angle 5,) (\angle 4, \angle 8,) (\angle 2, \angle 6,) (\angle 3, \angle 7,)$
4. एकान्तर कोण— $(\angle 3, \angle 5,) (\angle 4, \angle 6,) (\angle 1, \angle 7,) (\angle 2, \angle 8,)$

अध्यापक — बच्चों! उपर्युक्त कोण जो संख्याओं से इंगित किए गए हैं, उनमें एक रुचिकर बात यह है कि उपर्युक्त कोणों में से संगत कोण और एकान्तर कोण हमेशा युग्मों में या जोड़ों में ही दर्शाए जाते हैं। आओ बच्चों अब आप दिए हुए कार्यपत्रक-1 को पूरा करो।

अवलोकन — अध्यापक बच्चों द्वारा कार्यपत्रक भरते समय कक्षा में घूमकर अवलोकन करते हैं।

समेकन — अध्यापक पढ़ाए गए विषय की पुनरावृत्ति करता है और पढ़ाए गए विषय से संबंधित कुछ और मौखिक प्रश्न पूछकर व भरे हुए कार्यपत्रकों के माध्यम से आकलन भी करते हैं।

गृहकार्य — अध्यापक बच्चों को कार्यपत्रक-2 देकर उन्हें घर से पूरा करके लाने को कहते हैं।



ज्यामिति

दिवस - 38

समय - 40 मिनट

प्रकरण – पूरक व अनुपूरक कोण

लर्निंग आउटकम –

1. बच्चे पूरक और अनुपूरक कोण की अवधारणा को समझते हैं।
2. बच्चे पूरक, अनुपूरक कोणों से सम्बन्धित प्रश्नों को हल कर लेते हैं।

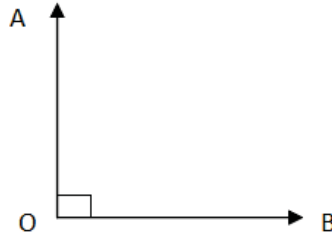
आवश्यक सामग्री : पूरक और अनुपूरक कोण से सम्बन्धित चार्ट, रोलर बोर्ड, संकेतक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

शिक्षक : बच्चों अब तक हमने विभिन्न प्रकार के कोणों के बारे में जाना। आइये बच्चों! आज हम कोण की कुछ पहेलियाँ सुलझाते हैं।

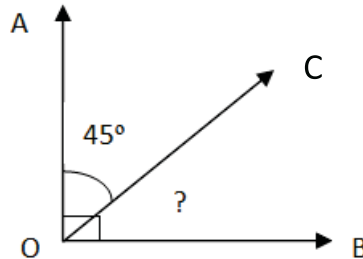
छात्र : जी, हम सब तैयार हैं।

शिक्षक बोर्ड पर एक समकोण का चित्र बनाकर, छात्रों से चित्र का नाम व माप बताने को कहेंगे।



छात्र : (अधिकतर छात्र) यह समकोण है। इसका माप 90° है।

शिक्षक : बनाए गए समकोण को $45^\circ - 45^\circ$ में विभाजित करते हुए कोण $\angle AOC$, 45° अंकित करेंगे। अब छात्रों से कहेंगे कि दूसरा कोण $\angle COB$ क्या होगा ?



छात्र : अलग-अलग उत्तर प्राप्त होंगे।

शिक्षण के दौरान—

शिक्षक : बच्चों! जैसा कि आपने बताया था कि यह पूरा कोण एक समकोण है। इसमें कोण $\angle AOC$ 45° है, तो



शेष बचे कोण को 90° से घटाकर $\angle COB$ पता कर सकते हैं।

नोट – शिक्षक बोर्ड पर प्रदर्शित करेंगे –

$$\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB$$

$$45^\circ + \angle BOC = 90^\circ$$

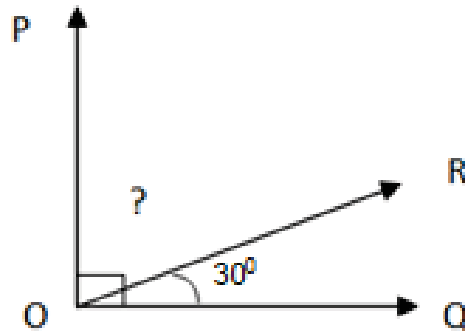
$$\angle BOC = 90^\circ - 45^\circ$$

$$\angle BOC = 45^\circ$$

शिक्षक : आइए बच्चों! एक और पहेली देखते हैं। क्या आप तैयार हैं ?

छात्र : (सभी छात्र) हाँ तैयार हैं।

शिक्षक : एक दूसरा समकोण $\angle POR$, $\angle ROQ$ (जिसमें $\angle ROQ = 30^\circ$) को बोर्ड पर प्रदर्शित करेंगे।



शिक्षक : अच्छा बच्चों! अब $\angle POR$ का मान ज्ञात करके बताओ।

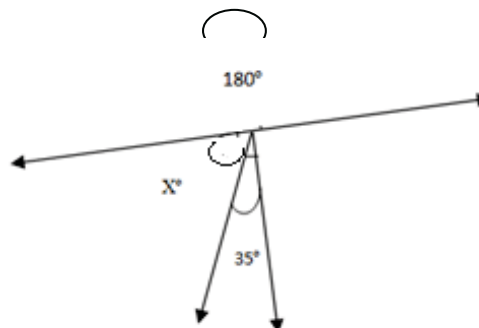
छात्र : कुछ छात्र उत्तर देंगे 60° और कुछ असमंजस की स्थिति में रहेंगे।

शिक्षक : दो कोणों का योग समकोण के बराबर हो तो ऐसे कोणों को पूरक कोण (Complementary angle) कहते हैं। आओ बच्चों! एक और उदाहरण देखते हैं।

शिक्षक नीचे दिये गए चित्र को बोर्ड पर बनाकर उदाहरण प्रस्तुत करेंगे व X का मान छात्रों से ज्ञात करने को कहेंगे।

उदाहरण

आकृति में लुप्त कोण X ज्ञात कीजिए।



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

सभी छात्रों से उत्तर प्राप्त कर, शिक्षक बोर्ड पर प्रश्न हल करके दिखाएंगे।

समाधान :

हम एक $\angle X + 35^\circ = 90^\circ$ देख सकते हैं।

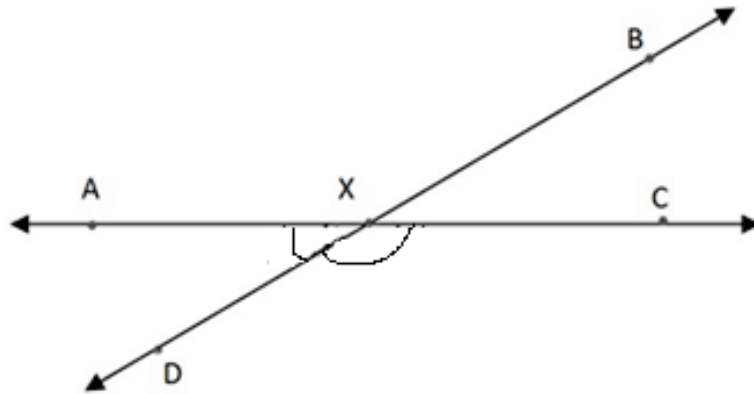
$$X = (90 - 35)^\circ = 55^\circ$$

शिक्षक : बच्चों! क्या इसी प्रकार 180° का कोण भी दो कोणों से मिलकर बन सकता है ?

छात्र : कुछ छात्र कहेंगे हाँ अथवा कुछ असमंजस की स्थिति में रहेंगे।

शिक्षक : बच्चों! 90° की तरह ही 180° भी दो कोणों से मिलकर बन सकता है।

शिक्षक यह चित्र बोर्ड पर प्रदर्शित करेंगे।



शिक्षक : यहाँ $\angle AXD$ और $\angle CXD$ संपूरक कोण हैं व इन दोनों कोणों का योग करने पर हमें हमेशा 180° ही प्राप्त होगा।

वे कोण जिनका योग 180° (एक सरल कोण) होता है, संपूरक कोण कहलाते हैं।

शिक्षक : आओ बच्चों! अब एक उदाहरण देखते हैं।

शिक्षक चित्र को बोर्ड पर प्रदर्शित कर सभी छात्रों से पूछेंगे कि दिये गये चित्र में कोण $\angle A$ और $\angle B$ को मिलाकर संपूरक कोण बन रहा है?

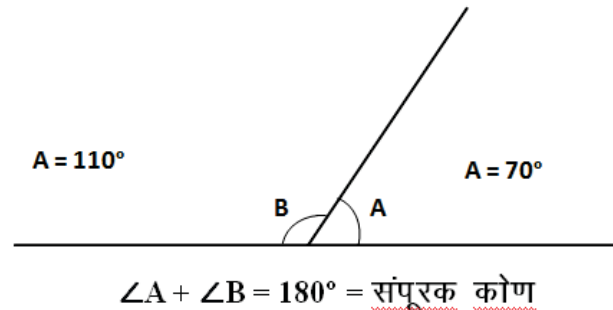
छात्र : कुछ छात्र कहेंगे कि हाँ अथवा कुछ असमंजस की स्थिति में रहेंगे।

शिक्षक : आओ बच्चों! हम और अच्छे से समझते हैं।

समाधान —

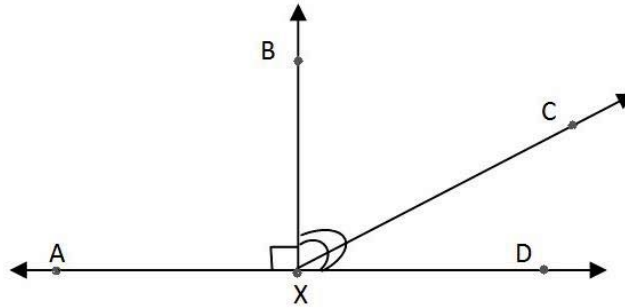
माना दो कोण $\angle A$ और $\angle B$ हैं। इन कोणों के मान क्रमशः $\angle A = 70^\circ$ और $\angle B = 110^\circ$ को इनका योग 180° अंश बराबर है।

अर्थात् $\angle A + \angle B = 70^\circ + 110^\circ = 180^\circ$ है। इसका अर्थ यह हुआ कि यह संपूरक कोण (Supplementary angle) है।





अब शिक्षक नीचे दिये गये चित्र को बोर्ड पर बनाकर इन कोणों के विषय में पूछेंगे कि क्या वे इस चित्र में संपूरक कोण को पहचान पा रहे हैं ?



छात्र : (सम्भावित उत्तर) $\angle AXB$ और $\angle BXD$ संपूरक कोण हैं ।

शिक्षक : बिल्कुल सही कहा बच्चों ।

समेकन —

बच्चों! तो आज आपने पूरक व संपूरक कोणों के बारे में जाना । क्या आप बता सकते हैं कि पूरक कोण किसे कहते हैं ?

छात्र : (सम्भावित उत्तर) दो कोणों का योग 90° हो तो उसे पूरक कोण कहते हैं ।

शिक्षक : अच्छा बच्चों! बताइये कि संपूरक कोण क्या होता है ?

छात्र : (सम्भावित उत्तर) वह कोण जिनका योग करने पर 180° का कोण प्राप्त होता है ।

शिक्षक : तो आओ बच्चों, अब हम कार्यपत्रक-1 हल करेंगे ।

गृहकार्य — शिक्षक छात्रों से समस्त पढ़ाये गये बिन्दुओं की पुनरावृत्ति करके आने को कहेंगे व कार्यपत्रक-2 व 3 हल करके आने को कहेंगे ।





ज्यामिति

दिवस - 39

समय - 40 मिनट

प्रकरण – चाँदे से कोण का मापन

लर्निंग आउटकम—

1. बच्चे कोणों का अनुमानित मापन कर लेते हैं।
2. बच्चे चाँदे से कोण मापन कर लेते हैं।
3. कोण मापन के प्रश्नों को हल कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री : श्यामपट्ट अथवा रोलर बोर्ड, ज्योमैट्री बॉक्स अथवा चाँदा, पेंसिल, रबड़, पटरी आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में –

शिक्षक : बच्चों! पिछली कक्षाओं में हमने देखा कि → कोण, मोड़ की एक माप है।

शिक्षक : बच्चों! कोण को किस इकाई में मापा जाता है ?

छात्र : इसे अंश (डिग्री) में मापा जाता है।

शिक्षक : बच्चों! कोण कितने प्रकार के होते हैं ? उनका नाम बताइये।

छात्र : न्यून कोण (90° से कम), समकोण (90°), अधिक कोण (90° से अधिक परन्तु 180° से कम) और वृहत्कोण (180° से अधिक)।

शिक्षक : (बोर्ड पर किसी अज्ञात कोण का चित्र बनाकर) बच्चों! क्या आप बोर्ड पर बने कोण का सही मापन बता सकते हैं ?

छात्र : छात्र असमंजस की स्थिति में हैं।

शिक्षण के दौरान—

शिक्षक : आओ बच्चों! आज हम कुछ खेल खेलते हैं, जिसका नाम है –

कोण का अनुमान लगाना (खेल संख्या-1)

शिक्षक एक-एक कर छात्रों को बोर्ड पर बुलाएँगे और एक निश्चित कोण (जैसे 55°) को अनुमान से बनाने को कहेंगे। शिक्षक छात्र द्वारा बनाये गये अनुमानित कोण को चाँदे से माप कर जाँच करेंगे व असली कोण और अनुमान से बनाये गये कोण के बीच के अन्तर का अंक छात्र को देंगे। उदाहरण के लिए शिक्षक ने जब कोण मापा तो कोण केवल 45° का ही निकला। इसलिए उस छात्र को 10 अंक ($55^\circ - 45^\circ$) मिलेंगे। इसी प्रकार शिक्षक अन्य छात्रों को भी बोर्ड पर बुला कर बताये गये कोणों को अनुमान से बनाने को कहेंगे व शिक्षक कोणों को जाँच कर, छात्रों को अंक प्रदान करेंगे।



अंत में जिस छात्र का सबसे कम अंक होगा, शिक्षक उस छात्र को विजेता घोषित करेंगे (छात्र ने बताये गये कोण को अपने अनुमान से लगभग सही निर्माण किया)।

नोट – शिक्षक छात्रों को इस प्रक्रिया को करने के लिए पर्याप्त समय देंगे व अधिक से अधिक छात्रों की सहभागिता सुनिश्चित करेंगे।

शिक्षक : बच्चों! आओ अब एक दूसरा खेल खेलते हैं।

कोण का अनुमान लगाना (खेल संख्या-2)

नोट – शिक्षक छात्रों को निर्देशित करें कि रेखा खींचने के लिए छात्र पटरी का प्रयोग

शिक्षक बोर्ड पर किन्हीं 10 कोणों (जैसे 55° , 45° , 75° , 50° , 30° ) को लिखकर, सभी छात्रों को छोटे-छोटे समूहों में बाँटकर उन्हें अपनी-अपनी कॉपी में अनुमान से कोण बनाने को कहेंगे। फिर शिक्षक हर एक कोण को चाँद से नाम पर छात्र के अनुमानित और शुद्ध माप की तुलना करें। कोणों के शु० माप और अनुमान के बीच जो कुछ अंतर होगा, उतने ही अंक समूह को मिलेंगे। जिस समूह को सबसे कम अंक मिलेंगे वहीं जीतेगा।

नोट – शिक्षक छात्रों को इस प्रक्रिया को करने के लिए पर्याप्त समय देंगे व अधिक से अधिक छात्रों की सहभागिता सुनिश्चित करेंगे।

खेल गतिविधि सम्पन्न करने के पश्चात् शिक्षक छात्रों से बातचीत करेंगे कि उन्हें खेल कैसा लगा ? किस छात्र का अनुमानित कोण निर्माण सबसे सही रहा।

छात्र अलग-अलग अनुभव साझा करेंगे।

शिक्षक : बच्चों! आपने कोणों का मापन अनुमान से किया, परन्तु क्या हमेशा अनुमान विधि से कोणों को सटीक रूप से माप सकते हैं ?

छात्र : नहीं।

शिक्षक : तो सटीक मापन, हम कैसे कर सकते हैं ?

छात्र : कुछ छात्र खेल में शिक्षक द्वारा प्रयोग किये गये चाँदे को दिखाते हुए कहेंगे कि इससे सटीक माप सकते हैं।

अब, शिक्षक छात्रों को कोण के मानक मापन विधि से परिचित कराने हेतु, कोण मापन के उपकरण प्रोट्रेक्टर (चाँदा) दिखाकर उसका नाम बताने को कहेंगे।

छात्र : निरुत्तर रहेंगे।

शिक्षक : (चाँदा दिखाकर) बच्चों! यह चाँदा है। कोण का मापन इस ज्यामितीय उपकरण की सहायता से किया जाता है इसे प्रोट्रेक्टर (चाँदा) कहा जाता है।

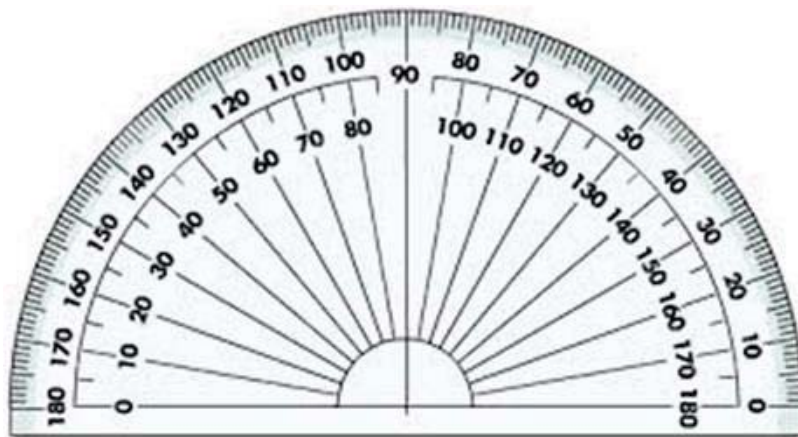
शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

शिक्षक : चांदे का आकार कैसा है ?

छात्र : चांदा आकार में एक अर्द्धवृत्त है।

शिक्षक : इस उपकरण को समान भागों में विभाजित किया गया है, जो 0 डिग्री से 180 डिग्री के कोणों का प्रतिनिधित्व करते हैं।

नोट – यह ध्यान रखना महत्वपूर्ण है कि एक चांदे के दो रीडिंग होते हैं, आंतरिक और बाहरी माप विपरीत दिशाओं में होते हैं। नीचे दी गयी छवि चांदा के माप को बेहतर ढंग से समझने में मदद करती है।



प्रोट्रैक्टर (चांदा)

प्रोट्रैक्टर (चांदा) का उपयोग करके कोण मापना

शिक्षक छात्रों को प्रोट्रैक्टर का उपयोग करके कोणों का माप करने हेतु आवश्यक सामग्री के विषय में जानकारी देंगे कि बच्चों को कोण के माप करने हेतु जैसा कि आपको पूर्व में अवगत कराया गया था कि प्रोट्रैक्टर, रूलर (पटरी), पेंसिल, रबड़ आदि की आवश्यकता होती है।

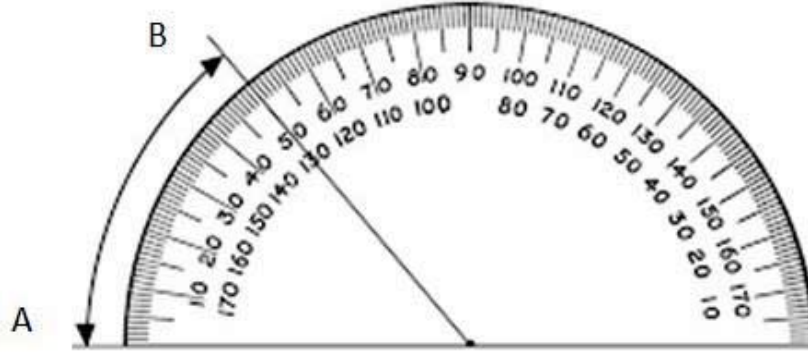
नोट – शिक्षक छात्रों को ज्योमैट्री बॉक्स लाने हेतु पूर्व दिवस ही निर्देशित कर देंगे, जो छात्र ज्योमैट्री लाने में सक्षम ना हों, उन्हें केवल चांदा और पटरी लाने या शिक्षक एक चांदा कक्षा-कक्ष में सार्वजनिक रूप से छात्रों के उपयोग हेतु रख सकते हैं।

शिक्षक एक प्रोट्रैक्टर (चांदा) का उपयोग करके कोण को मापने के लिए छात्रों को कोण के शीर्ष पर चांदा रखना सिखायेंगे। प्रोट्रैक्टर का आधार कोण के आधार के साथ संरक्षित होना चाहिए। शिक्षक इस पर विशेष बल दें कि बिन्दु रेखाखण्ड के उस छोड़ बिन्दु पर हो, जिस पर कोण का निर्माण करना हो। फिर कोण को 0 से उस बिन्दु तक गिनकर मापा जाता है जहाँ किरण प्रतिच्छेद करती है। इसे नीचे दिये गये चित्र से और अच्छे से समझा जा सकता है।



प्रोट्रैक्टर का उपयोग करके कोण मापना

छवि दर्शाती है कि कोण 50 डिग्री है।



नोट – शिक्षक इस बात पर विशेष बल दें कि कोण मापन के दौरान चाँदा पैमाने के शून्य डिग्री से गिनती शुरू करना चाहिए। जैसा कि ऊपर दिखाये गये उदाहरण में, यदि कोण को 180° से गिनकर मापा जाता है, तो कोण का माप 130° होता, जो गलत है।

शिक्षक : बच्चों! अब हम कार्यपुस्तिका में कोण मापन के कार्यपत्रक-1 को देखते हैं व इन्हें हल करने का प्रयास करते हैं।

समेकन – बच्चों! आज हमने एक प्रोट्रैक्टर (चाँदा) का उपयोग करके कोण मापन विधि के बारे में सीखा।

शिक्षक : बच्चों! अब क्या आप सभी किसी भी दिये गये कोण को चाँदे की सहायता से माप सकते हैं।

छात्र : अधिकतर छात्र हाँ में उत्तर देते हैं। जिन छात्रों को समस्या है, उन्हें शिक्षक पुनः चाँदे से कोण मापन की विधि समझायेंगे।

शिक्षक : बच्चों! अब हम कार्यपुस्तिका में कोण मापन के कार्यपत्रक-2 को हल करने का प्रयास करते हैं।

नोट – शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक अपने अवलोकन में हल करवायेंगे व उनकी समस्याओं का तुरंत निदान करेंगे।

गृह कार्य : शिक्षक छात्रों से कोण मापन के समस्त बिन्दुओं को घर से दोहराकर आने को कहेंगे। छात्रों को कार्यपुस्तिका की कोण से सम्बन्धित कार्यपत्रक-3 व 4 घर से हल करके लाने को कहेंगे।

ज्यामिति

दिवस - 40

समय - 40 मिनट

प्रकरण – कोणों की रचना

लर्निंग आउटकम –

1. छात्र चांदे के उपयोग कर लेते हैं।
2. छात्र चांदे से कोणों की रचना कर लेते हैं।
3. छात्र कोण रचना के प्रश्नों को हल कर लेते हैं।

आवश्यक सामग्री : श्यामपट्ट अथवा रोलर बोर्ड, ज्योमैट्री बॉक्स अथवा चांदा, पेंसिल, रबड़, पटरी, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में –

शिक्षक छात्रों से बातचीत करेंगे कि बच्चों पिछली कक्षा में किस उपकरण के बारे में जाना था?

छात्र : (अधिकतर छात्र उत्तर देंगे) चांदे के बारे में।

शिक्षक : बच्चों! हम क्या मापने के लिए चांदे का प्रयोग करते हैं?

छात्र : (अधिकतर छात्र उत्तर देंगे) कोण मापने के लिए।

शिक्षक : बच्चों! क्या आप किन्हीं बने हुए कोणों को चांदे से माप सकते हैं?

छात्र : अधिकतर छात्र हाँ में उत्तर देंगे।

शिक्षक : (बोर्ड पर 50° लिखते हुए) बच्चों क्या 50° का कोण बना सकते हैं?

छात्र : अधिकतर छात्र नहीं में उत्तर देंगे।

शिक्षक : तो आइये, आज सीखते हैं चांदे से दिये गये कोण को बनाना।

नोट – शिक्षक छात्रों को अवगत कराएंगे कि कोणों का निर्माण ज्यामिति के सबसे महत्वपूर्ण पहलुओं में से एक है और यह ज्यामितीय निर्माण का 'शुद्ध' रूप है। ज्यामिति में निर्माण शब्द का तात्पर्य गणितीय उपकरणों की सहायता से आकृतियों, रेखाओं या कोणों को सटीक रूप से चित्रित करना है।

शिक्षक छात्रों को प्रोट्रैक्टर का उपयोग करके कोणों को निर्माण करने हेतु आवश्यक सामग्री के विषय में जानकारी देंगे कि बच्चों कोण के निर्माण हेतु जेसा कि आपको पूर्व में अवगत कराया गा था कि प्रोट्रैक्टर, रूलर (पटरी), पेंसिल, रबड़ आदि की आवश्यकता होती है।



नोट – शिक्षक छात्रों को ज्योमैट्री बॉक्स लाने हेतु पूर्व दिवस ही निर्देशित कर देंगे, जो छात्र ज्योमैट्री लाने में सक्षम ना हो उन्हें केवल चांदा और पटरी लाने को कहेंगे, या शिक्षक एक चांदा कक्षा-कक्ष में सार्वजनिक रूप से छात्रों के उपयोग हेतु रख सकते हैं।

शिक्षक : आइए बच्चों, अब हम चांदे का प्रयोग करके 50° का कोण बनाने के चरणों को देखते हैं।

शिक्षक चांदे के प्रयोग का प्रदर्शन बोर्ड पर सभी बच्चों के समक्ष करेंगे।

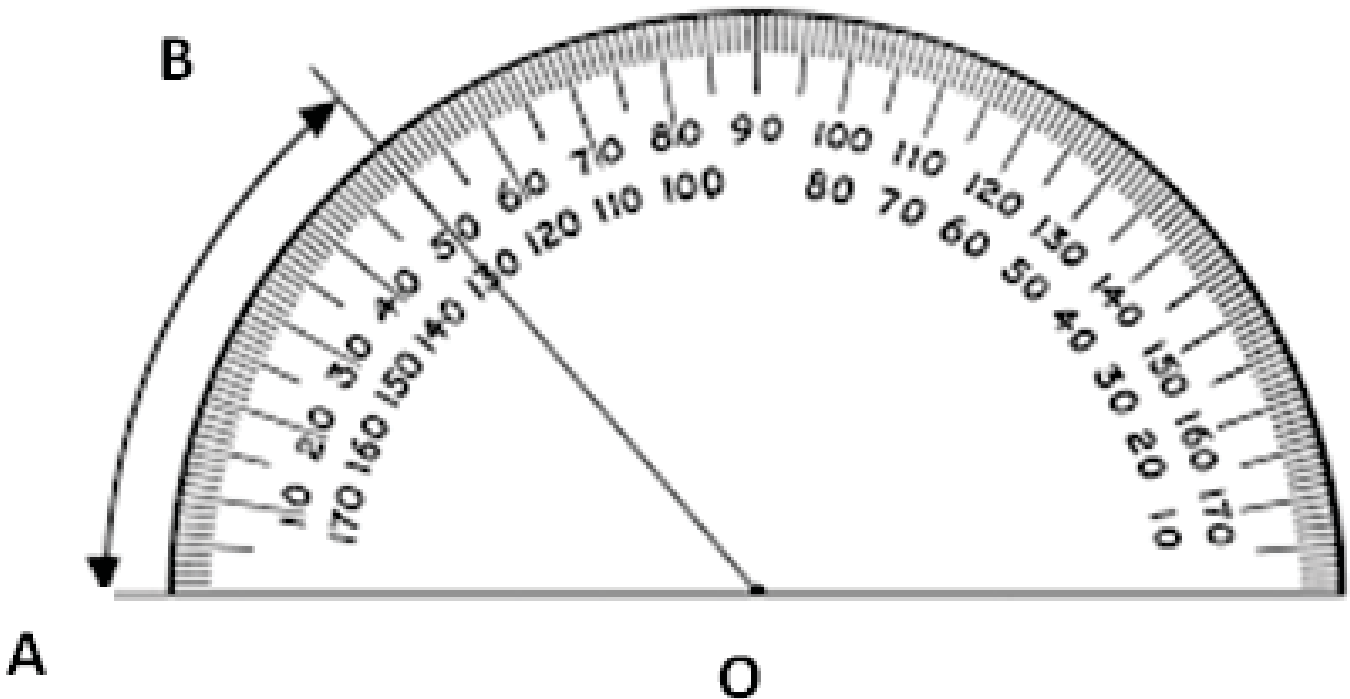
प्रत्येक चरण को प्रदर्शित कर चित्र बनायेंगे व कुछ इस प्रकार चरण लिखेंगे –

चरण 1 – एक रेखाखण्ड OA खींचिए।

चरण 2 – चांदे के केन्द्र को बिन्दु O पर रखें।

चरण 3 – बिन्दु A से दक्षिणावर्त दिशा में प्रारम्भ करें और चांदा के बाहरी वृत्त को देखकर एक बिन्दु को 50° पर चिन्हित करें। इस बिन्दु को B के रूप में लेबल करें। BOA अभीष्ट 50° का कोण है।

नोट – शिक्षक नीचे दिये गये चित्र के अनुसार 50° कोण की रचना को बोर्ड पर चांदा रखते हुए छात्रों के समक्ष प्रदर्शित करेंगे।



शिक्षक : तो बच्चों आपने देखा की किस प्रकार हम चांदे का प्रयोग करके बहुत ही आसानी से 50° कोण का निर्माण कर लिया।

शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

बच्चों! किसी दिये गये माप के कोणों की रचना के लिए, चाहे वह न्यून कोण हो, अधिक कोण हो या समकोण हो, सबसे आसान तरीका एक चांदा का उपयोग करना है।

आइये बच्चों! हम एक दूसरा उदाहरण लेते हैं और चांदे से कोण बनाने की प्रक्रिया को और अच्छी तरह से समझते हैं।

शिक्षक – (बोर्ड पर 120° लिख कर) बच्चों! अब हम चांदे से 120° का कोण बनाना सीखते हैं।

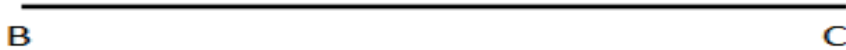
बच्चों! चांदे से कोण बनाने के लिए सबसे पहले हम क्या करते हैं।

छात्र : (अधिकतर छात्र उत्तर देंगे) एक रेखाखण्ड बनाते हैं।

शिक्षक : बहुत बढ़िया! चलिए अब बोर्ड पर देखते हैं।

(शिक्षक बोर्ड पर कुछ इस प्रकार चरण लिखते हुए चित्र बनायेंगे)

चरण 1 – एक रेखाखण्ड BC खींचिए, जो उस कोण की भुजाओं में से एक है जिसका निर्माण किया जाना है।



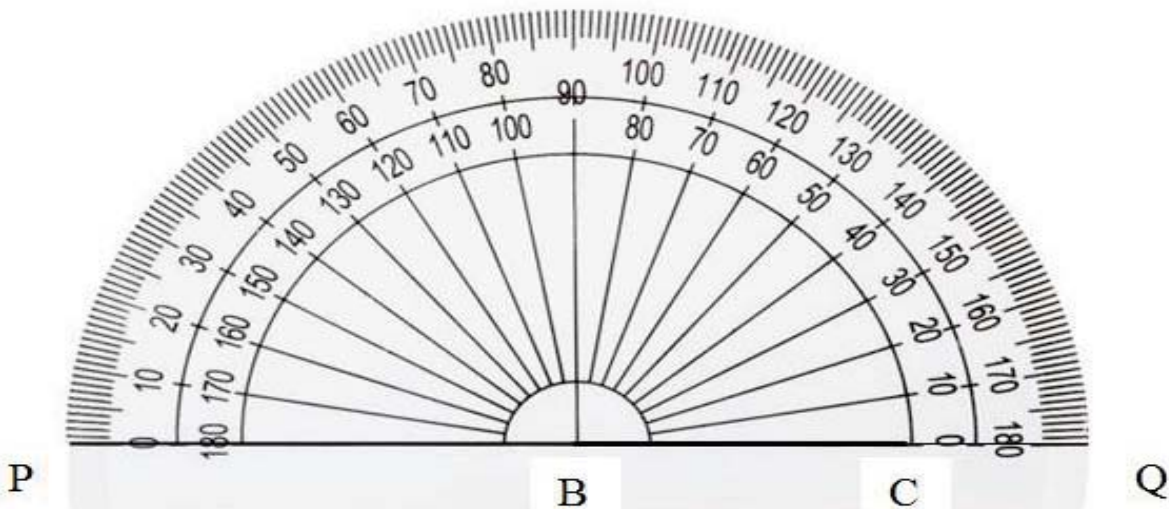
शिक्षक : बच्चों! अब हम क्या करेंगे ?

छात्र : (अधिकतर छात्र उत्तर देंगे) चांदे को बिन्दु B पर रख कर 120° का कोण मापेंगे। कुछ छात्र असमंजस की स्थिति में रहेंगे।

शिक्षक : बच्चों! आपने अच्छी कोशिश की, परन्तु आइये इस प्रक्रिया को और अच्छे से समझते हुए इनके आगे के चरणों को देखते हैं।

(नोट – शिक्षक छात्रों को बोर्ड पर आगे के चरणों को लिख कर व चित्र बनाकर प्रदर्शित करेंगे।)

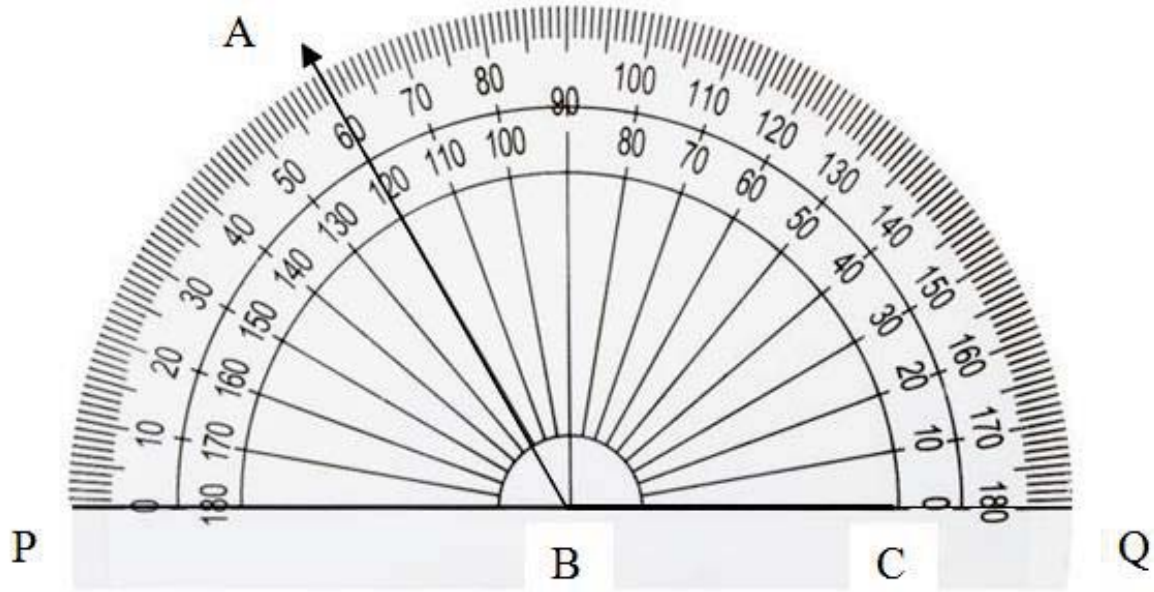
चरण 2 – चांदा को उसके बिन्दु O के साथ रेखाखण्ड BC के बिन्दु B पर रखें।





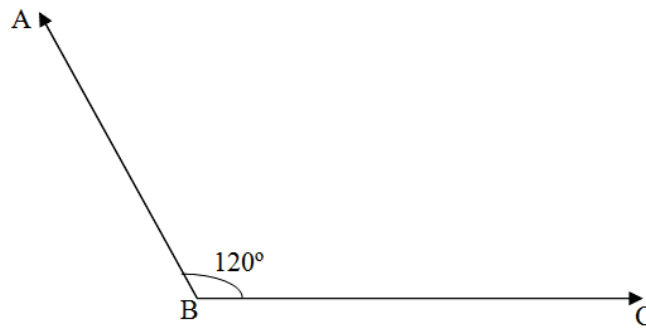
चरण 3 – OQ को किनारे BC के साथ संरेखित करें।

चरण 4 – चांदा में दोतरफा निशान होते हैं। हम उस पैमाने पर विचार करते हैं जिसमें निर्माण के लिए बिन्दु C



के पास 0 डिग्री है। पैमाने पर 120° के निशान के आगे बिन्दु A को चिन्हित करें।

चरण 5 – बिन्दुओं A और B को मिलाइए। $ABC = 120^\circ$ अभीष्ट कोण है।



समेकन –

शिक्षक : बच्चों! तो क्या अब आप चांदे से किसी भी माप के कोण की रचना कर सकते हैं ?

छात्र : अधिकतर छात्र हॉ में उत्तर देंगे।

शिक्षक : आइये बच्चों! अब हम कार्यपुस्तिका के कार्यपत्रक 1 व 3 में दिये गए कोणों का निर्माण करते हैं।

गृहकार्य – शिक्षक छात्रों को गृहकार्य में कक्षा-कक्ष में पढ़ाये गए समस्त बिन्दुओं की पुनरावृत्ति करके आने को कहेंगे। दिये गये कार्यपत्रक-2 व 4 को हल करके लाने को कहेंगे।



बीजीय व्यंजक (Algebraic Expression)

दिवस - 41

समय - 40 मिनट



प्रकरण – चर-अचर में अन्तर

लर्निंग आउटकम – बच्चे संख्याओं को दर्शाने के लिए अक्षरों का प्रयोग करते हैं तथा चर-अचर राशियों में अंतर कर लेते हैं।

सहायक सामग्री – माचिस की तीलियाँ, आइसक्रीम स्टिक्स, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में – बीजीय व्यंजक की मुख्य विशेषता यह है कि इसमें अक्षरों का प्रयोग किया जाता है। अक्षरों के प्रयोग से हम नियमों और सूत्रों को व्यापक रूप में लिख पाने में समर्थ हो जायेंगे। अक्षरों के प्रयोग की सहायता से किसी भी संख्या की बात कर सकते हैं। ये अक्षर संख्याओं के स्थान पर प्रयोग किये जाते हैं, इसलिए उन पर संख्याओं की तरह संक्रियाएँ भी की जा सकती हैं।

इससे हम बीजीय व्यंजकों (algebraic expression) और उनके गुण-धर्म का अध्ययन कर सकते हैं।

शिक्षण के दौरान क्रियाकलाप	तीलियों से M आकार के बने चित्र
	

गतिविधि –

रिंकी और बानो माचिस की तीलियों से अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षर M का सरल प्रतिरूप बना रही हैं। रिंकी 4 तीलियाँ लेकर अक्षर M बनाती है फिर बानों भी 4 तीलियाँ लेती हैं और उनमें एक अन्य M बनाकर रख लेती हैं। इसी तरह बहुत सारे अक्षरों का निर्माण होता है। तभी उसका एक कक्षा का सहपाठी रवि पूछता है कि 8 M की आकृति बनाने के लिये कितनी तीलियों की आवश्यकता है? दोनो सोचती हैं तथा एक सारिणी बनाने का निर्णय लेती हैं।

बनाये गये M की संख्या	1	2	3	4	6	7	8
उपयोग में लायी गयी तीलियों की संख्या	4	8	12	16	24	28	32

रवि सारिणी से अपना उत्तर प्राप्त कर लेता है कि 8 M बनाने के लिए 32 तीलियों का उपयोग करेगा। यदि बनाये गये M की संख्या को x से प्रदर्शित करें तो, आवश्यक तीलियों की संख्या $= 4 \times x$ तीली (x) मान लेते हैं कि संख्या x है।

यदि $x = 1$ तीलियों $= 4 \times 1 = 4$

$x = 2$ तीलियों की संख्या $= 4 \times 2 = 8$



यहां x एक चर (variable) का उदाहरण है, क्योंकि इसका मान स्थिर नहीं है।

शिक्षक एक चर को दर्शाने के लिए x अक्षर का प्रयोग करते हैं। एक बालक जिज्ञासावश कक्षा में प्रश्न करता है कि क्या हम कोई और अक्षर भी ले सकते हैं किसी चर राशि के प्रदर्शन के लिये? शिक्षक उत्तर देता है हाँ, हम अग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों से चर राशियों को प्रदर्शित कर सकते हैं। अन्त में शिक्षक समेकित करते हुये बच्चों को बताते हैं कि एक चर को दर्शाने के लिये अक्षर x, y, z, l, m इत्यादि का प्रयोग किया जा सकता है।

“एक चर (variable) वह राशि (quantity) है, जिसका मान स्थिर नहीं होता। वहीं संख्याओं का मान स्थिर होता है। ऐसी राशियाँ अचर (constant) राशियाँ कहलाती हैं।

प्रकरण –

दिये गये चित्र के माध्यम से ये प्रदर्शित किया गया है कि, किसी पुस्तक की दुकान से कक्षा 7 के बच्चे पुस्तिकाएं खरीदने गये। एक पुस्तक का मूल्य ₹0 15 है। राज, अमित और सलीम पुस्तिकाएं खरीदना चाहते हैं। एक छात्र को पुस्तक स्टोर से पुस्तिका खरीदने के लिए कितनी धनराशि की आवश्यकता होगी?

हम यहां एक सारिणी का निर्माण करेंगे।



पुस्तक विक्रेता के साथ दुकान का चित्र (छात्रों को किताब बेचता हुआ)

y पुस्तिकाओं की संख्या, वह संख्या है जो एक छात्र खरीदना चाहता है। अब यहाँ y एक चर राशि है, जिसका मान स्थिर नहीं है।

\therefore कुल मूल्य = $15 \times$ (पुस्तिकाओं की संख्या)

= $15 \times y$

= $15 \times y$

पुस्तिकाओं की संख्या	1	2	3	4	5	y
कुल मूल्य (रुपये में)	15	30	45	60	75	$15 y$

निम्नलिखित कथनों में सत्य तथा असत्य कथन छांटिए—

1. 3 चर राशि है।



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

2. 36 एक अचर राशि है।
3. $(2+2/3)$ एक अचर राशि है।
4. $(3y-1)$ एक चर राशि है।

गृहकार्य

गतिविधि / क्रियाकलाप—

छात्र तीलियों से बनाये गये अक्षरों तथा आकृति के बारे में विचार करेंगे तथा गृहकार्य के रूप में वर्णमाला के अक्षर जैसे— U, V, W और ज्यामीतीय आकार जैसे— त्रिभुज, वर्ग, आयत, समान्तर चतुर्भुज आदि का निर्माण करेंगे। कार्यपत्रक—1 हल करने को देंगे।

समेकन—

छात्र क्रियाकलाप / गतिविधि के माध्यम से चर राशियों की अवधारणा को समझ सकेंगे।

चर राशियों की अवधारणा पर आधारित प्रश्न छात्र आसानी से कर सकेंगे।

आकलन—निम्नलिखित व्यंजक किस प्रकार प्राप्त किये जाते हैं—

1. y और 2 का योगफल
2. x को 3 से गुणा करने पर गुणनफल
3. m और n के योग का 5 गुना
4. z का चार गुना और x का योगफल





बीजीय व्यंजक

दिवस - 42

समय - 40 मिनट

प्रकरण – सजातीय व विजातीय पद

लर्निंग आउटकम – बच्चे सजातीय और विजातीय पदों की पहचान कर सकेंगे।

सहायक सामग्री – फ्लैश कार्ड, सेब व आम फल के प्लास्टिक मॉडल।

शिक्षण के प्रारम्भ में–

शिक्षक – यहां दिए गए फ्लैश कार्ड को ध्यान से देखो।

$2x$	$-3x$	$5xy$	-4
$2xy$	$-10x$	$-18y$	5
$10x$	$-8y$	$6xy$	-12
x^2	y	$7p^2q$	$-4qp^2$

बच्चों अब हम एक जैसे पदों के समूह बनायेंगे।

छात्र इस क्रियाकलाप को अपने कॉपी पर करेंगे तथा शिक्षक अवलोकन करेंगे।

शिक्षक – $2x$ पद के एक जैसे पद और कौन से हैं?

छात्र – सम्भवतः कुछ पद जैसे $10x$ बतायेंगे।

शिक्षक – बच्चों समान पद जानने के लिए हम पहले पद के गुणांक को देखते हैं। इसके बाद गुणांक में बीजीय भाग कर ध्यान केन्द्रित करते हैं। जैसे–

$$2x = 2 \times x$$

$$10x = 10 \times x$$

$$-10x = -10 \times x$$

उपर्युक्त सभी पदों में बीजीय भाग x है। अतः ये सभी पद एक समान हैं।

छात्र – अपनी कॉपी में उपर्युक्त पदों को नोट करेंगे।

शिक्षक – बच्चों $5xy$ पद के गुणांक क्या होंगे?



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

छात्र — $5xy = 5 \times x \times y$

शिक्षक — बच्चों $5xy$ के गुणांक में बीजीय भाग क्या है?

छात्र — x तथा y

शिक्षक — बच्चों बताओ $5xy$ के समान पद क्या हो सकते हैं?

छात्र — कुछ छात्र $2xy, 6xy$ बतायेंगे।

शिक्षक — जो छात्र बताने में असमर्थ हैं, उन्हें अवधारणा को पुनः बतायेंगे। इसके बाद एक समान पदों का समूहीकरण करने को कहेंगे।

छात्र — सम्भवतः निम्नलिखित समूह अपनी कॉपी में बतायेंगे—

$-4, 5, -12$	$2x, -3x, -10x, 10x$
$5xy, 2xy, 6xy$	$-8y, -18y, y$

शिक्षक — बच्चों

$$x^2 = x \times x$$

$$7p^2 \times q = 7 \times p \times p \times q$$

$$-4qp^2 = -4 \times q \times p \times p$$

के रूप में भी लिखा जा सकता है। बच्चों इन तीन पदों में से एक समान पद कौन से हो सकते हैं?

छात्र — सम्भवतः अधिकतर छात्र बताने में सक्षम न होंगे।

शिक्षक — बच्चों गुणांक में चरों का क्रम असमान होने पर भी पद समान होता है। अतः $p \times p \times q = q \times p \times p$ होता है। इसलिए $7p^2q$ और $-4qp^2$ समान पद हैं।

शिक्षक — बच्चों एक जैसे पदों को हम सजातीय पद कहते हैं। जबकि भिन्न प्रकार के पदों को हम विजातीय पद कहते हैं। बच्चों क्या आप कुछ विजातीय पद (फ्लैश कार्ड दिखाते हुए) बता सकते हैं?

छात्र — $2x, -8y$ विजातीय है, इत्यादि।

शिक्षण के दौरान—

सबा के पिताजी फल बेचने का काम करते हैं। एक रोज वे मंडी से सेब और आम की पेटी खरीद कर लाए। यदि सेब की एक पेटी में x सेब हैं और आम की एक पेटी में y आम होते हैं तो 10 सेब की पेटी और 10 आम की पेटी में कुल कितने सेब और आम होंगे?

कुल पेटी की संख्या x

एक पेटी में सेब $= 10 \times x$

कुल सेब $= 10x$

इसी तरह, कुल आम = पेटी की संख्या y



एक पेटी में आम = $10 \times y$

कुल आम = $10y$

बच्चों क्योंकि सेब और आम अलग तरह के फल हैं इसलिए $10x, 10y$ विजातीय पद होंगे।

बच्चों अगर सब्जा के पिताजी सेब के 6 पेटी शाम तक बेच पाते हैं तो उन्होंने कुल कितने सेब बेचे होंगे?

बेचे गए सेब की संख्या = पेटी की संख्या \times एक पेटी में सेब

$$= 6 \times x$$

$$= 6x$$

बच्चों बेचे गए सेब की संख्या का पद $6x$, कुल सेबों की संख्या के पद $10x$ का समान पद है, क्योंकि दोनों पद एक समान (सजातीय) वस्तुओं के लिए हैं।

किन्तु कुल आम की संख्या $10y$ एक विजातीय पद है क्योंकि सेब और आम भिन्न प्रकार के फल हैं।

उदाहरण— निम्नलिखित में सजातीय पद छांटिए।

1. $10x, -8y, 5, 6xy, -12, x^2, 5y, -11xy, x, y$
2. $-5ab, 7ab, 3x, 6xy, 5x, 12yx$
3. $6pq^2, 7p^2q, 3pq^2, -4p^2q$
4. $mn^2, 9mn, 3n^2m, 5nm$

समैकन—

जिन पदों के बीजीय गुणनखंड आपस में समान होते हैं, उन्हें सजातीय पद या समान पद कहते हैं, जबकि उनके संख्यात्मक गुणांक अलग-अलग हो सकते हैं।

जिन पदों के बीजीय गुणनखंड भिन्न होते हैं, उन्हें विजातीय पद या असमान पद कहते हैं

एक ही व्यंजक में सजातीय पद होने पर सजातीय पदों को जोड़कर सरल किया जा सकता है।

गृहकार्य— कार्यपत्रक-1





बीजीय व्यंजक (डिग्री तथा उनके पद)

दिनांक - 43

समय - 40 मिनट

प्रकरण – डिग्री तथा उनके पद

लर्निंग आउटकम – बच्चे बीजीय व्यंजकों की डिग्री ज्ञात कर सकेंगे तथा एक पदीय, द्विपद, त्रिपद व्यंजकों को पहचान सकेंगे।

सहायक सामग्री – चार्ट पेपर, संदर्भ पुस्तक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में –

शिक्षक – पिछली कक्षाओं में हमने बीजीय व्यंजकों की परिभाषा चर और अचर राशियों के बारे में जाना। हम जानते हैं कि चरों को व्यक्त करने के लिए अक्षर x, y, z, l, m इत्यादि का प्रयोग करते हैं, क्योंकि इनका कोई निश्चित मान नहीं होता है।

वहीं पर अचर राशियों का मान निश्चित होता है। $-2, -5, \frac{6}{2}, \frac{22}{7}$ इत्यादि।

हम चर और अचर को संयोजित करके बीजीय व्यंजकों को बनाते हैं।

यहां एक उदाहरण के माध्यम से सीखेंगे कि बीजीय व्यंजक किस प्रकार से प्राप्त किये जाते हैं।

$$x^3, \frac{3}{2}y^2, 3z^2 - 8, xyz, zxy + \frac{1}{2} \text{ इत्यादि।}$$

1. व्यंजक x^3 चर x को स्वयं से तीन बार गुणा करके प्राप्त किया जायेगा।

(नोट—शिक्षक बच्चों का घातांक की अवधारणा और सूत्र समझायेंगे $a^m \times a^n = a^{m+n}$ तथा इस सूत्र का उपयोग समझायेंगे।)

x^3 को x की घात तीन या x (cube) पढ़ा जायेगा।

2. $\frac{3}{2}y^2$

$$\frac{3}{2}y^2 = \frac{3}{2} \times y \times y$$

y^2 को y को y से गुणा करके प्राप्त करते हैं।

फिर इस गुणनफल को $3/2$ से गुणा करते हैं।

3. $(3z^2 - 8)$ में z^2 का 3 से गुणा करके उसमें से 8 घटाते हैं। इसी प्रकार से हम व्यंजक xyz तथा $2xy + 1/2$ ज्ञात करते हैं।



व्यंजकों की डिग्री –

किसी भी व्यंजक की डिग्री एक ऋणेत्तर पूर्णांक (non-negative integer) होती है तथा यह व्यंजक के चर का अधिकतम (उच्चतर) घात होती है (Highest power of the variable)

उदाहरण –

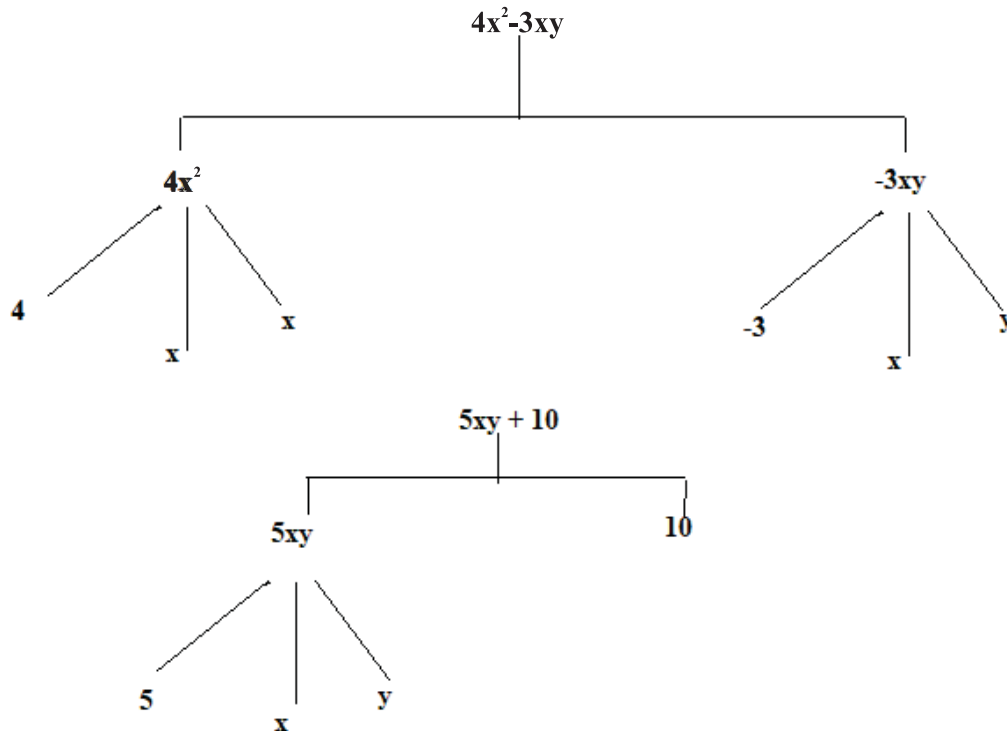
1. $3x^2+5x+1$: डिग्री : 2
2. x^3+2x^2+6x+7 : डिग्री : 3
3. 4; : डिग्री : 0
4. 0 : डिग्री परिभाषित नहीं है (degree zero polynomial not defined)

व्यंजक की डिग्री –

हम ये जानते हैं कि व्यंजकों को हम अलग-अलग चर-अचर राशियों को जोड़ कर बनाते हैं उदाहरण के लिए हम $(3x+5)$ को लेते हैं।

$(3x+5)$ को हम $(3x)$ और 5 में अलग कर सकते हैं और फिर $3x$ को व्यंजकों के इस प्रकार के भाग, जो पहले अलग से बनाये जाते इस व्यंजक के पद (Terms) कहलाते हैं।

Tree diagram (वृक्ष आरेख)



अभ्यास प्रश्न –

ऐसे तीन व्यंजक लिखिये, जिनमें चार पद हो।



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

किसी भी बीजीय व्यंजक में संख्यात्मक गुणनखंड को पद का संख्यात्मक गुणांक (numerical coefficient) या गुणांक (coefficient) कहते हैं। उदाहरण

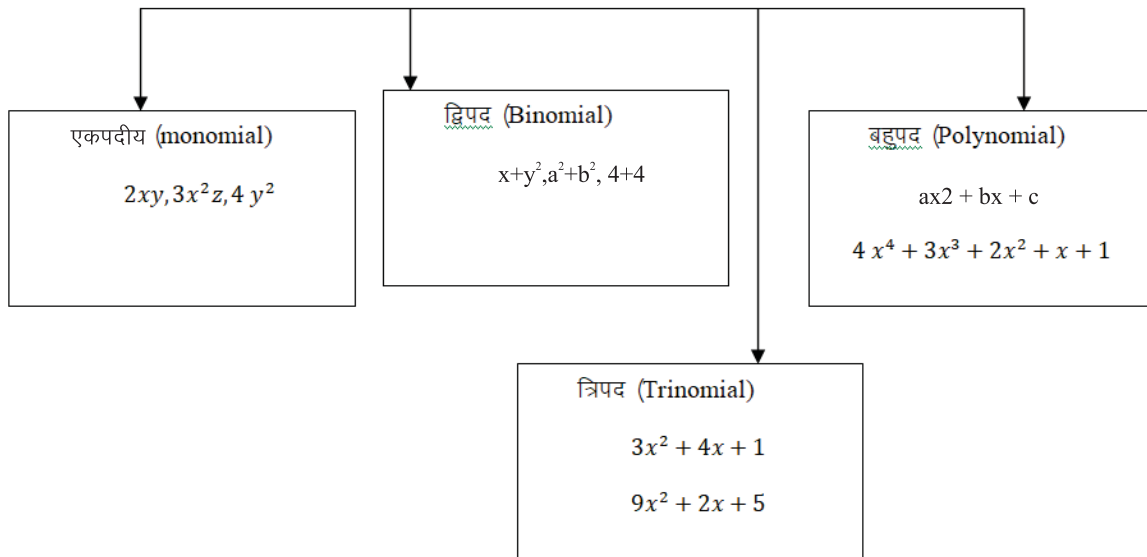
1. $5, 5xy$ में xy का गुणांक है।
2. $-2x^3y^2$ में $(-2), x^3y^2$ का गुणांक है।
3. $3y, 3yz$ में z का गुणांक है या हम कह सकते हैं कि $3z, 3xz$ में x का गुणांक है।

बीजीय व्यंजकों के पद.

1. वह बीजीय व्यंजक जिसमें केवल एक ही पद हो, एक पदी (monomial) कहलाता है।
उदाहरण $2x, 7xy, -5m, 3z^2, 5$
2. ऐसे व्यंजक जिसमें केवल दो पद हो और वे असमान पद हो वह द्विपद (Binomial) कहलाता है।
उदाहरण $2x+y, m-2, xy+4x, a^3-b^3$ आदि द्विपद है।

इसी प्रकार ऐसे व्यंजक जिसमें तीन पद हों, वे त्रिपदीय (Trinomial) कहलाता है। इसी प्रकार व्यापक रूप में, एक या एक से अधिक पदों वाला व्यंजक बहुपद (Polynomial) कहलाता है।

बीजीय व्यंजकों के प्रकार



समेकन—

1. बीजीय व्यंजक के दो घटक होते हैं चर और अचर राशियाँ
2. व्यंजक पदों से मिलकर बनते हैं।
3. एक या एक से अधिक पदों से बना व्यंजक बहुपद कहलाता है।

आकलन — निम्नलिखित व्यंजकों को एक पदी, द्विपद और त्रिपद के रूप में वर्गीकृत कीजिए—

$4y-z, x^2, x+y-xy, 210, a-b-c, 2-3t,$



$$4x^2y - xy^2, 2mn, 3 + x + x^3,$$

$$z^2 - 2z + 7$$

एकपदीय व्यंजक	द्विपदीय व्यंजक	त्रिपदीय व्यंजक

गृहकार्य— कार्यपत्रक—1, 2

निम्नलिखित में चरों, अचरों और गणितीय संक्रियाओं का प्रयोग करते हुए बीजीय व्यंजक प्राप्त कीजिए—

1. x और y के योग का आधा।
2. l और m के गुणनफल का तीन चौथाई।
3. 12 में से x और y के गुणनफल को घटाना।

निम्नलिखित व्यंजकों को पद एक पदी, द्विपद और त्रिपद या बहुपद के रूप में वर्गीकृत कीजिए—

$$-xy^2, 8x^2 + 2xy, -11x^2y + z, 100x,$$

$$ax^2 + bn + c, x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1, 2x^2 + 3x + 1$$

$$180, 1 + x + x^2 + x^3, 2x^2y + 15xy^2 + 7yz$$

$$2 + 3y, 3xy^2z, 2 + x + y, z^2 + z$$





बीजीय व्यंजक (जोड़-घटाव)

दिवस - 44

समय - 40 मिनट

प्रकरण'— बीजीय व्यंजक का जोड़-घटाव

लर्निंग आउटकम — बच्चे समान पदों वाले व्यंजकों का जोड़ एवं घटाना कर सकेंगे।

सहायक सामग्री — चार्ट पेपर, संदर्भ पुस्तक।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

शिक्षक — बच्चों हमने समान पद एवं असमान पदों को छांटना तथा उनके गुणांकों (coefficient) को ज्ञात करना सीख लिया है। अब हम समान पदों का जोड़ व घटाना सीखेंगे।

शिक्षण के दौरान—

शिक्षक — बच्चों राम और श्याम दो मित्र हैं। दोनों गर्मी की छुट्टी में अपने गांव घूमने जाते हैं। वहां राम के बाबा का आम का बगीचा है। दोनों बगीचे में जाते हैं। बगीचे का रखवाला राम को कुछ आम देता है और राम बताता है कि श्याम मेरा मित्र है तब बगीचे का रखवाला श्याम को राम से दो अधिक आम देता है। बच्चों बताइये कि बगीचे के रखवाला ने कुल कितने आम बांटे हैं।

छात्र — सोच में पड़ जायेंगे।

शिक्षक — श्यामपट्ट पर स्पष्ट करेंगे।

उदाहरण 1

स्पष्टीकरण—

राम के पास आम हैं $=x$ आम

श्याम के पास आम $=x+2$

रखवाले द्वारा बांटे गये आमों की संख्या

राम के पास आम की संख्या + श्याम के पास आम की संख्या

$$= (x) + (x + 2)$$

$$= x + x + 2$$

$$= (x + x) + 2$$

$$= 2x + 2$$

शिक्षक — कुछ और उदाहरणों को लेते हुए उपर्युक्त अवधारणा को स्पष्ट करेंगे।



उदाहरण 2: $5x, 7x$ को जोड़े

स्पष्टीकरण— $5x + 7x = (5 + 7)x = 12x$

उदाहरण— $6xy, 7xy$ और xy को जोड़े

स्पष्टीकरण— $6xy + 7xy + xy = (6 + 7 + 1)xy$
 $= 14xy$

उदाहरण 3: $10mn$ में से $5mn$ को घटाये

स्पष्टीकरण— $10mn - 5mn = (10 - 5)mn$
 $= 5mn$

उदाहरण 4: $7pq$ में से $3pq^2$ को घटाये

स्पष्टीकरण— $7pq^2 - 3pq^2 = (7 - 3)pq^2$
 $= 4pq^2$

उदाहरण 5: $3a + 7$ और $8a - 5$ को जोड़िए

स्पष्टीकरण— $3a + 7 + 8a - 5 = 3a + 8a + 7 + (-5)$

यहां $3a$ और $8a$ समान पद है इसी प्रकार 7 और, -5 समान पद है)

$$\begin{aligned} &= 3a + 8a + 7 + (-5) \\ &= (3 + 8)a + 7 + (-5) \\ &= (3 + 8)a + 7 - 5 \\ &= 11a + 2 \\ &= 11a + 2 \end{aligned}$$

अतः $(3a + 7) + (8a - 5) = 11a + 2$

शिक्षक छात्रों के कार्यपत्रक—1 भरवायेंगे तथा कक्षा का अवलोकन करेंगे।

समेकन—

दो या अधिक समान पदों का योग समान पद होता है, जिसका संख्यात्मक गुणांक सभी समान पदों के गुणांकों के योग के बराबर होता है।

इसी प्रकार दो या अधिक समान पदों का घटाव समान पद होता है, जिसका संख्यात्मक गुणांक सभी समान पदों के गुणांकों के घटाव के बराबर होता है।

3. एक या एक से अधिक पदों से बना व्यंजक बहुपद कहलाता है।

आकलन — कार्यपत्रक— 2 से आकलन करेंगे।

गृहकार्य — कार्यपत्रक—3 भरेंगे।





बीजीय व्यंजक (बीजीय व्यंजकों के मान)

दिवस - 45

समय - 40 मिनट

प्रकरण – बीजीय व्यंजकों के मान

लर्निंग आउटकम – बच्चे बीजीय व्यंजकों का मान ज्ञात कर सकेंगे।

सहायक सामग्री – चार्ट पेपर, संदर्भ पुस्तक।

शिक्षण के प्रारम्भ में–

शिक्षक – सीता के पास कुछ पेन हैं। गीता के पास उससे 5 पेन अधिक है। राधा कहती है कि उसके पास सीता और गीता के पास कुल जितने पेन है उससे 2 अधिक पेन हैं।

बच्चों राधा के पेन की संख्या ज्ञात कीजिए?

छात्र–माना सीता के पास x पेन है।

गीता के पास उससे 5 अधिक पेन, अर्थात् $x+5$ पेन है।

राधा कहती है कि उसके पास सीता और गीता के कुल पेनों से 2 अधिक है।

अतः राधा के पास पेनों की संख्या = सीता के पेन + गीता के पेन +2

$$=(x+x+5+2)$$

राधा के पास पेनों की संख्या $=(2x+7)$ पेन

शिक्षण के दौरान–

शिक्षक – बच्चों यदि मान लिया जाए कि सीता के पास 10 पेन है तो गीता और राधा के पास कितने–कितने पेन है।

छात्र – सोच में पड़ जायेंगे।

शिक्षक – किसी बीजीय व्यंजक के चर राशि में दिए गए मान रखने पर व्यंजक का संख्यात्मक मान प्राप्त हो जाता है।

इस प्रकार, बीजीय व्यंजकों में चरों के स्थान पर उनके संख्यात्मक मान रखने की क्रिया को प्रतिस्थापन कहते हैं।

सीता के पास पेन की संख्या $= x = 10$ पेन

गीता के पास पेन की संख्या $= x + 5 = (1 \times x) + 5$

$$= 1 \times 10 + 5$$

$$= 10 + 5$$

$$= 15 \text{ पेन}$$



शिक्षक संदर्शिका : गणित (उपचारात्मक शिक्षण हेतु)

शिक्षक छात्रों से इस अवधारणा पर कुछ अन्य प्रश्न और करवायेंगे। (कार्यपत्रक-1)

समेकन—

एक समीकरण को हल करने और किसी सूत्र का प्रयोग करने जैसी स्थितियों में, हमें एक व्यंजक का मान ज्ञात करने की आवश्यकता होती है। बीजीय व्यंजक का मान उन चरों के मानों पर निर्भर करता है, जिससे वह बनाया गया है। इस प्रकार $x=5$ के लिए $7x-3$ का मान 32 है क्योंकि $7 \times 5 - 3 = 32$ है। गणित में, बीजीय व्यंजकों का प्रयोग करते हुए, नियमों और सूत्रों को संक्षिप्त और व्यापक रूप में लिखा जाता है। इस प्रकार आयत का क्षेत्रफल सड़ है जहां (आयत की लम्बाई तथा आयत की चौड़ाई है।

आकलन — शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक-2 भरवायेंगे तथा उसकी जांच करेंगे।

ग्रहकार्य — कार्यपत्रक-3





बीजीय व्यंजक

दिवस - 46

समय - 40 मिनट

प्रकरण – BODMAS बीजीय व्यंजकों को हल

लर्निंग आउटकम – बच्चे BODMAS की सहायता से बीजीय व्यंजकों को हल कर लेते हैं।

सहायक सामग्री – चार्ट पेपर, BODMAS के नियम पर चर्चा, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में –

शिक्षक – माना रवि के पास $3x$ आम हैं, उसने उसमें से $3y$ आम अपने मित्र विवेक को दे दिये। इसके बाद शेष बचे आमों का एक तिहाई करके 30 निकाल लिया। निकालने के बाद शेष का दो गुना करके पुनः $4x$ जोड़ दिया, जोड़ने के बाद प्राप्त आमों की संख्या में $2y$ से गुणा कर दिया। बच्चों इस कथन का बीजीय व्यंजक के रूप में अलग-अलग घटना के अनुसार संयुक्त रूप में लिखिए?

छात्र – बच्चे हल करने का प्रयास करेंगे।

शिक्षण के दौरान – (शिक्षक-छात्रों के साथ चर्चा करते हुए श्यामपट्ट पर कार्य करेंगे)

रवि के पास आमों की संख्या $= 3x$

उसके मित्र विवेक के पास आमों की संख्या $= 3y$

शेष आम $= 3x - 3y$

शेष आम का एक तिहाई $= \frac{1}{3}(3x - 3y)$

यहां पर $3x - 3y$ का संयुक्त एक तिहाई दिखने के लिए '()' चिह्न का प्रयोग करना पड़ा। इसे छोटा कोष्ठक (Parentheses or Round Bracket) कहते हैं। शेष में से 30 आम निकालने पर =

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}(3x - 3y) - 30 \\ & = \frac{1}{3}(3x - 3y) - 30 \end{aligned}$$

इसका 2 गुना करके इस कथन को $2\{\frac{1}{3}(3x - 3y) - 30\}$ द्वारा प्रदर्शित करेंगे। यहां '{ }' चिह्न को मंजला कोष्ठक (Braces or curly Bracket) कहते हैं। पुनः उपरोक्त व्यंजक में $4x$ जोड़ने पर लिखेंगे।

$$4x + 2\{\frac{1}{3}(3x - 3y)\}$$

अन्ततः सब में $2y$ से गुणा करने पर इस कथन को $2y[4x + 2\{\frac{1}{3}(3x - 3y)\}]$ द्वारा दर्शायेंगे, यहां चिह्न '[']' चिह्न को बड़ा कोष्ठक (Square Bracket) कहते हैं। आइये हम इन कोष्ठक युक्त व्यंजकों को सरल करने के तरीको को उदाहरणों के माध्यम से सीखने का प्रयास करते हैं।



उदाहरण—: $m - [m + \{m + n - 2m - (m - 2n)\} - n]$ को सरल कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{स्पष्टीकरण—} \quad & m - [m + \{m + n - 2m - (m - 2n)\} - n] \\ & = m - [m + \{m + n - 2m - m + 2n\} - n] \\ & = m - [m + \{3n - 2m\} - n] \\ & = m - [m + 3n - 2m - n] \\ & = m - [2n - m] = m - 2n + m \\ & = 2m - 2n \end{aligned}$$

नोट— समान चिह्नों का गुणनफल धनात्मक और असमान चिह्नों का गुणनफल ऋणात्मक होता है।

उदाहरण— $4x^3 - [9x^2 - \{-5x^3 - (2 - 7x^2) + 6x\}]$ को सरल कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{स्पष्टीकरण—} \quad & 4x^3 - [9x^2 - \{-5x^3 - 2 + 7x^2 + 6x\}] \\ & = 4x^3 - [9x^2 + 5x^3 + 2 - 7x^2 - 6x] \\ & = 4x^3 - [5x^3 + 2x^2 - 6x + 2] \\ & = 4x^3 - 5x^3 - 2x^2 + 6x - 2 \\ & = -x^3 - 2x^2 + 6x - 2 \end{aligned}$$

शिक्षक छात्रों से कार्यपत्रक-1 भरवायेंगे तथा स्वयं कक्षा का अवलोकन करेंगे।

समेकन — बच्चों बहुत सारी गणितीय संक्रियायें एक साथ होती हैं तो एक नियम के द्वारा उनको क्रम से हल करते हैं वह नियम है— BODMAS

B- Bracket (कोष्ठक) दो या दो से अधिक संख्याओं या व्यंजकों को अलग दर्शाने के लिए कोष्ठकों का प्रयोग करते हैं। कोष्ठक 4 प्रकार के होते हैं—

1. रेखा कोष्ठक " - " (vinculum)
2. छोटा कोष्ठक '()'
3. मंझला कोष्ठक '{ }'
4. बड़ा कोष्ठक '[]'

1. O - off (का)
2. D - Division (भाग)
3. M - Multiplication (गुणा)
4. A - Addition (जोड़)
5. S - Substraction (घटाना)

सबसे पहले कोष्ठकों को रेखा → छोटा कोष्ठक → मंझला कोष्ठक → बड़ा कोष्ठक को हल करते हैं। तत्पश्चात् का (Off) को गुणा में बदलकर हल करते हैं, फिर भाग—गुणा—जोड़—घटाना की संक्रिया को हल करते हैं।

गृहकार्य — कार्यपत्रक-2





बीजीय व्यंजक

दिवस - 47

समय - 40 मिनट

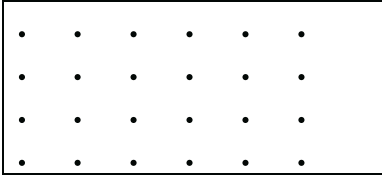
प्रकरण – सर्वसमिका (एकपदीय व बहुपदीय व्यंजकों का गुणा)

लर्निंग आउटकम – बच्चे एकपदीय व बहुपदीय व्यंजकों का गुणा कर सकेंगे।

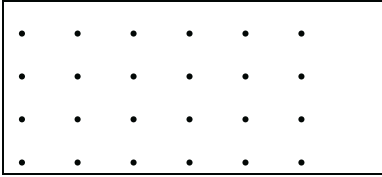
आवश्यक सामग्री – चार्ट पेपर, संदर्भ पुस्तक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

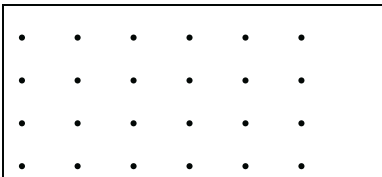
सीता और गीता सितारों की जमावट का खेल खेल रहे हैं।



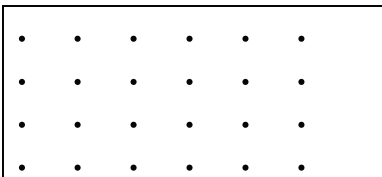
प्रत्येक पंक्ति में 6 सितारे हैं और ऐसी 4 पंक्तियां हैं तो कुल सितारे = $6 \times 4 = 24$



यदि प्रत्येक पंक्ति में 6 सितारे हैं और ऐसी n पंक्ति बनाएँ, तो कुल कितने सितारे = $6 \times n = 6n$



यदि प्रत्येक पंक्ति में m सितारे हैं और कुल n पंक्तियां बनाएं तो कुल सितारे = $m \times n = mn$ सितारे



प्रत्येक पंक्ति में $(m+4)$ सितारे तथा पंक्तियों की संख्या $(n+3)$ हैं

तो कुल सितारे होंगे = $(m+4) (n+3)$

= $(m+4) (n+3)$

शिक्षण के दौरान :—

एकपदीय का एकपदीय से गुणा



एकपदीय को बहुपद से गुणा :-

उदाहरण-1 आइए एकपदीय $4x$ के द्विपद $6y+3$ से गुणा करते हैं, अर्थात् $4x \times (6y+3)$ ज्ञात करते हैं। मान लीजिए कि $4x$ और $(6y+3)$ संख्याओं को निरूपित करते हैं। इसलिए विवरण के नियम का उपयोग करते हुए,

$$\begin{aligned} 4x \times (6y + 3) &= (4x \times 6y) + (4x \times 3) \\ &= 24xy + 12x \end{aligned}$$

उदाहरण-2 $5x \times (3y^2 + 5y + 1)$ लीजिए पहले की तरह हम वितरण नियम का उपयोग कर सकते हैं।

$$\begin{aligned} 5x \times (3y^2 + 5y + 1) &= (5x \times 3y^2) + (5x \times 5y) + (5x \times 1) \\ &= 15xy^2 + 25xy + 5x \end{aligned}$$

उदाहरण-3 $(x - y) \times (3x + 5)$ लीजिए। पहले की तरह हम वितरण नियम का उपयोग कर सकते हैं।

$$\begin{aligned} (x - y) \times (3x + 5) &= (x \times 3x) + (x \times 5) + (-y \times 3x) + (-y \times 5) \\ &= 3x^2 + 5x - 3xy - 5y \\ &= 3x^2 - 3xy + 5x - 5y \end{aligned}$$

समेकन — एकपदीय को एकपदीय से गुणा करने पर हमेशा एकपदी प्राप्त होता है।

- बहुपद को एकपदी से गुणा करने के लिए बहुपद का प्रत्येक पद एक पदों से गुणा किया जाता है।
- बहुपद का द्विपद (अथवा त्रिपद) से गुणन करने के लिए हम एक पद को एक-एक पद से गुणा करते हैं अर्थात् बहुपद का प्रत्येक पद द्विपद (अथवा त्रिपद) के प्रत्येक पद से गुणा किया जाता है ध्यान दीजिए इस प्रकार के गुणन में हमें गुणनफल में समान पर प्राप्त हो सकते हैं।

आकलन

प्रश्न — नीचे एक पदीय व्यंजको का एक पदीय व्यंजको से गुणनफलों की तालिका दी गयी है, जिनको पूरा कीजिए—



तालिका को भरिये—

प्रथम व्यंजक →	एक पदीय	$2x$	$-3y$	$4z$	$3p^2$	$2x^2y$	$-15q$	$3xy$
द्वितीय व्यंजक ↓	एक पदीय							
$2x$		$4x^2$
$-3y$		$-9p^2y$
$4z$	
$3p^2$		$-45p^2q$
$2x^2y$	
$-15q$	
$3xy$		$12xyz$

गृहकार्य— कार्यपत्रक -1

क्रमांक	व्यंजक पहला	व्यंजक दूसरा	व्यंजक पहला x व्यंजक दूसरा	गुणनफल
1	p	$(m \times n)$		
2	$6x$	$(y + z)$		
3	$(m + n)$	$(m - n)$		
4	$a + b + c$	$m - n$		
5	$x^2 - x + 1$	$y^2 + 2y - 3y$		

गृहकार्य— कार्यपत्रक-1





बीजीय व्यंजक

दिवस - 48

समय - 40 मिनट

प्रकरण – बहुपदीय व्यंजकों का गुणनखंड

लर्निंग आउटकम – बच्चे बहुपदीय व्यंजकों का गुणनखंड कर सकते हैं।

सहायक सामग्री – चार्ट पेपर, संदर्भ पुस्तक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

शिक्षक –

हमने एक पदीय व्यंजकों के गुणनखंड ज्ञात करना सीख लिया है। (शिक्षक बच्चों से वार्तालाप करते हुए प्रारम्भ करते हैं) बच्चों क्या हम अपने अनुभवों के आधार पर किसी द्विपदीय व्यंजक (Binomial) के गुणनखंड ज्ञात कर सकते हैं?

शिक्षक छात्रों से प्रश्न करता है कि यदि किसी कक्षा के लड़कों की संख्या चार गुने में लड़कियों की संख्या के चार गुने को जोड़ दिया जाये तो उनका योगफल क्या होगा?

क्या ये योगफल और लड़के और लड़कियों की संख्या में कोई संबंध है?

अपनी इच्छा से लड़के एवं लड़कियों की संख्या रखकर उत्तर की जांच की गयी।

यदि लड़कों की संख्या –15

लड़कियों की संख्या – 10

चार गुना लड़कों की संख्या– $15 \times 4=60$

चार गुना लड़कों की संख्या– $10 \times 4=40$

योगफल $60+40=100$

$4 \times 25=100$ (लड़कों और लड़कियों की संख्या का योगफल)

अगर हम लड़कों तथा लड़कियों दोनों की संख्या एक चर राशि ले लें, तब क्या स्थिति होगी?

विचारात्मक प्रश्न—

यदि लड़कों की संख्या– x है, और लड़कियों की संख्या y है तो ऊपर दी गयी स्थिति में

चार गुना लड़कों की संख्या = $4x$

चार गुना लड़कियों की संख्या = $4y$

\therefore लड़के और लड़कियों की संख्या का योगफल = $4x+4y$

= $4(x+y)$



इस तरह हम बहुपदों का गुणनखंड करेंगे।

उदाहरण— $12+18y$ के गुणनखंड लिखिए—

यहां 12 और 18 का म०स०—6 है, अर्थात् 6 दोनो पदों में उभयनिष्ठ है

$$=12+18y$$

$$=6(2+3y)$$

क्रियाकलाप (गतिविधि)—

नीचे दिये गये द्विपदीय व्यंजकों का सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखण्ड तालिका में लिखिये—

क्र०सं०	द्विपदीय व्यंजक	सबसे बड़ा उभयनिष्ठ	गुणनखण्ड
1	$45x + 36y$	9	$9(5x + 4y)$
2	$44y^2 - 11xy$		
3	$15xz + 90x^2$		
4	$18ab + 9abc$		
5	$3xy^2z + 15x^2yz^2$		

द्विपदीय (Binomial) एवं बहुपदीय व्यंजक (Polynomial) में उभयनिष्ठ गुणनखंड के गुणांक के रूप में लिखने के लिए दिये गये बहुपद के प्रत्येक पद के सबसे बड़े उभयनिष्ठ गुणनखण्ड (H.C.F. म०स०) को कोष्ठक के बाहर रखते हैं।

1. उदाहरण: $3xy + 3xz = 3x(y + z)$

यहां $3x$ सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखंड है।

3. उदाहरण: $2x^2y^3 - 18xy^2$
 $= 3xy^2(xy - 9)$

4. उदाहरण: $6a^2 + 9ab^2 + 12a^2b^2$
 $= 3(2a^2b + 3ab^2 + 4a^2b^2)$
 $= 3ab(2a + 3b + 4ab)$

इसी प्रकार से हम बहुपदों का गुणनखण्ड करने के लिए समूहीकरण (method of grouping) की क्रिया अपनाते हैं।

- व्यंजकों के उपर्युक्त समूह बनाकर, उभयनिष्ठ गुणनखंड ज्ञात करते हैं।
- तत्पश्चात् इन्हें गुणनखण्डों के रूप में लिखा जाता है।



$$\begin{aligned}
 & \boxed{} \\
 \text{उदाहरण- } & ax + by + ay + bx \\
 & \boxed{ } \\
 & = (ax + bx) + (ay + by) \\
 & = (a + b)x + (a + b)y \\
 & = (a + b)(x + y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \boxed{} \\
 \text{उदाहरण- } & 2x^2 - 6y + 4x^2y - 12y^2 \\
 & \boxed{ } \\
 & = 2x^2 + 4x^2y - 6y - 12y^2 \\
 & \boxed{ } \quad \boxed{ } \\
 & = 2x^2(1 + 2y) - 6(y)(1 + 2y) \\
 & \boxed{ } \\
 & = (2x^2 - 6y)(1 + 2y) \\
 & = 2(x^2 - 3y)(1 + 2y)
 \end{aligned}$$

समेकन – आज हमने सीखा कि–

- यदि एक व्यंजक को दो या दो से अधिक गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जाये तो वे व्यंजक दिये हुए व्यंजक के गुणनखंड कहलाते हैं।
- किसी बहुपद का गुणनखण्ड पदों में $m0s0$ को उभयनिष्ठ निकाल कर किया जाता है।
- बीजीय व्यंजकों का $m0s0$ उन बीजीय व्यंजकों का सबसे बड़ा उभयनिष्ठ भाजक होता है।
- तीन से अधिक पदों वाले बीजीय व्यंजकों का गुणनखण्ड समूहन विधि से करते हैं।

आकलन– गुणनखण्ड निकालिये– $2xy+y+4x+2$

रिक्त स्थान की पूर्ति करें–

1. $x^2 + 5x^4) = \text{-----} (1 + 5x^2)$
2. $27ab^2 + 18abc = 9ab (\quad)$
3. $16xz - 9z^2 = z (\quad)$



गुणनखण्ड कीजिए—

(a) $a^4y^2 + a^2b^3$

(b) $5lm^2 - 10l^2mn$

(c) $5m^2 - 5n^2$

(d) $5x^2y - 10xy^2 + 12x - 4y$

(e) $x^4 + 3x + 8x + 2y$

गृहकार्य—

कार्यपत्रक – 1 कक्षा कार्य

कार्यपत्रक – 2 गृह कार्य



क्षेत्रमिति (Mensuration)

दिवस - 49

समय - 40 मिनट

प्रकरण – आयतन की अवधारणा

लर्निंग आउटकम – बच्चे घन घनाभ का आयतन बता लेते हैं।

सहायक सामग्री – परिवेश की ठोस वस्तुएं एवं कार्यपत्रक, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में—

शिक्षक – आप लोग आयत, वर्ग के क्षेत्रफल जानते हैं।

छात्र – हाँ (आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई x चौड़ाई)

शिक्षक – बच्चे अब ठोस वस्तुएं डस्टर, चॉक का डिब्बा, ज्योमेट्री बाक्स आदि को देखें इसमें आपको आयत, वर्ग और इनकी आकृति में क्या अन्तर दिख रहा है।

छात्र – इन ठोस वस्तुओं में लम्बाई, चौड़ाई के साथ-साथ ऊँचाई भी है। (सम्भावित उत्तर)

शिक्षक – ऐसी ठोस वस्तुएं जिसमें लम्बाई चौड़ाई के साथ-साथ ऊँचाई भी होती है। ऐसी ठोस वस्तुओं के द्वारा घेरे गये स्थान को हम आयतन कहते हैं। बच्चे घन व घनाभ आकृति बनायेंगे।

शिक्षण के दौरान— (गतिविधि)

शिक्षक – बच्चों आओ हम ज्योमेट्री बाक्स को देखें सभी बच्चे ज्योमेट्री बाक्स को देखते हैं और बताते हैं।

छात्र – आयताकार है और इसमें लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई भी है।

शिक्षक – बच्चों क्या लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान है?

छात्र – नहीं लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई सभी नाप समान नहीं है।

शिक्षक – इस तरह की आकृति को घनाभ कहते हैं। कुछ ठोस वस्तुएं ऐसी होती हैं जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान होती है। उसे घन कहते हैं। (जैसे चॉक का डिब्बा आदि)

शिक्षक, डस्टर, चॉक का डिब्बा, ज्योमेट्री, पासा आदि की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का नाप करो।
जैसे—ज्योमेट्री बाक्स की नाप

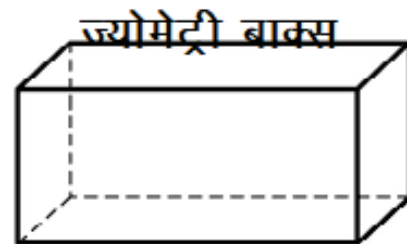
लम्बाई—10 सेमी0

चौड़ाई—5 सेमी0

ऊँचाई—2 सेमी

बच्चों ज्योमेट्री बाक्स में कितना स्थान घेरा हुआ है।

लम्बाई 10 सेमी0, चौड़ाई—5 सेमी0 तथा ऊँचाई 2 सेमी0 में स्थान घेरता है।





इस घेरे गये स्थान की मापों की लम्बाई चौड़ाई और ऊँचाई का आपस में गुणा करके ज्ञात करते हैं। इसी को ज्योमेट्री बाक्स का आयतन कहते हैं।

ज्योमेट्री बाक्स का आयतन— लम्बाई \times चौड़ाई \times ऊँचाई

$$10 \text{ सेमी} \times 5 \text{ सेमी} \times 2 \text{ सेमी} \\ = 100 \text{ घन सेमी}$$

अतः घनाभ का आयतन = लम्बाई \times चौड़ाई \times ऊँचाई = $l \times b \times h = lbh$

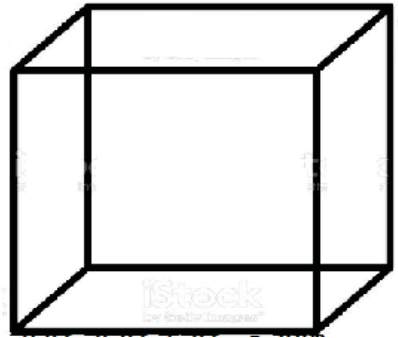
(l) लम्बाई (b) चौड़ाई (h) ऊँचाई

जिस प्रकार लम्बाई की इकाई सेमी या मीटर, क्षेत्रफल की इकाई वर्ग, सेमी या वर्ग मीटर उसी प्रकार आयतन का मात्रक घनसेमी या घनमीटर होता है।

अब चॉक के डिब्बे की नाप ल0—5 सेमी0 चौ0—5 सेमी0 ऊँ0—5 सेमी0

चॉक के डिब्बे द्वारा घेरा गया स्थान

चॉक के डिब्बे द्वारा घेरा गया स्थान आयतन कहलाता है। चूंकि चॉक की डिब्बे की सभी भुजाएं बराबर हैं। इसे

<p>ल0 \times चौ0 \times ऊ0 5 सेमी0 \times 5 सेमी0 \times 5 सेमी0 125 घनसेमी0 (घन का आयतन $a \times a \times a$ जहां $a =$ घन की भुजा है।)</p>	<p>चॉक का डिब्बा</p>  <p>लम्बाई, चौड़ाई, ऊँचाई = 5 सेमी0</p>
---	--

घन कहते हैं।

आकलन — जब बच्चे कार्यपत्रक-3 पर कार्य कर रहे होंगे तब शिक्षक बच्चों के पास जाकर बच्चों का अवलोकन कर रहें होंगे तथा बच्चों द्वारा की जा रही गलतियों समझाकर सुधार करायेंगे।

समेकन — बच्चों आज हमने घन और घनाभ की आयतन की अवधारणा को जाना।

गृहकार्य — कार्यपत्रक-1 को हल करके लायेंगे।



क्षेत्रमिति

दिवस - 50

समय - 40 मिनट

प्रकरण – घन और घनाभ का आयतन

लर्निंग आउटकम – 1. बच्चे घन और घनाभ का आयतन।

सूत्र की सहायता से ज्ञात कर सकेंगे।

सहायक सामग्री – साबुन की टिकिया, चाकू, श्यामपट्ट, गणित किट आदि।

शिक्षण के प्रारम्भ में–

शिक्षक – बच्चों आज हम ठोस वस्तुओं द्वारा घरे जाने वाले स्थान के विषय में जानेंगे।

छात्र – जी गुरुजी

शिक्षक– लूडो का पासा अधिक स्थान घेरता है या डस्टर

छात्र– डस्टर

शिक्षक– डस्टर अधिक स्थान घेरता है या सन्दूक

छात्र– सन्दूक

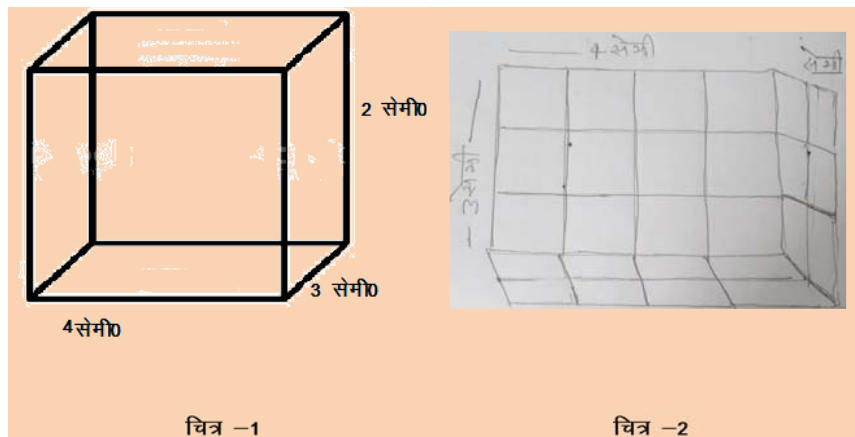
शिक्षक– सन्दूक बड़ा है क्योंकि सन्दूक अधिक स्थान घेरता जबकि लूडो का पासा कम स्थान घेरता है। अतः हम कह सकते हैं कि सन्दूक का आयतन डस्टर, लूडो का पासा के आयतन से अधिक होता है।

छात्र – आयतन क्या होता है?

शिक्षक – सभी ठोस अपने आकार के अनुसार स्थान घेरते हैं। ठोस वस्तु द्वारा घरे गये स्थान को उस वस्तु का आयतन कहते हैं।

शिक्षण के दौरान – किसी भी ठोस वस्तु के द्वारा घेरा गया स्थान के आयतन का सूत्र ज्ञात करते हैं।

क्रियाकलाप – एक साबुन की टिकिया है जिसकी लम्बाई 4 सेमी, चौड़ाई, 3 सेमी और ऊँचाई 2 सेमी है। इसका आकार घनाभाकार है अब हम इस साबुन का आयतन ज्ञात करते हैं। इसका आकार घनाभाकार है अब हम इस साबुन का आयतन ज्ञात करते हैं।





अब हम इस साबुन की टिकिया को तेज चाकू से (1 सेमी0 लम्बाई, 1सेमी0 चौड़ाई, 1 सेमी ऊँचाई) समान टुकड़े काटिए जैसा कि चित्र –2 में दिखाया गया है। इन टुकड़ों को गिनते हैं कुल – 24 टुकड़े प्राप्त होते हैं, जो घनाकार है।

घनाभाकार (साबुन का आयतन)—24 घन सेमी।

= लम्बाई में घनों की संख्या 4	चौड़ाई में घनों की संख्या 3	ऊँचाई में घनों की संख्या 2
लम्बाई = 4 सेमी0	चौड़ाई = 3 सेमी0	ऊँचाई = 2 सेमी0
= 24 घनसेमी		

इस प्रकार हम निष्कर्ष पर पहुंचते हैं कि घनाभ के आयतन का सूत्र = लम्बाई x चौड़ाई x ऊँचाई

$$l \times b \times h = lbh$$

जहाँ l= लम्बाई b= चौड़ाई h= ऊँचाई

इसीप्रकार चूंकि घन की तीनों भुजाएं बराबर होती हैं। अतः घनाकार आकृति आकार का आयतन

$$= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \text{घन की भुजा} \times \text{घन की भुजा} \times \text{घन की भुजा}$$

$$= 9 \text{ सेमी0} \times 9 \text{ सेमी0} \times 9 \text{ सेमी0}$$

$$= 729 (\text{सेमी0})^3 \text{ (यहाँ 9 घन की भुजा कोर की लम्बाई है।) अतः घन के आयतन का सूत्र} = \text{भुजा}^3$$

टिप्पणी — जिस प्रकार लम्बाई की इकाई मीटर या सेमी तथा क्षेत्रफल की इकाई वर्ग सेमी0 या वर्ग मीटर होती है। इसी प्रकार आयतन का मात्रक = घन सेमी या घनमीटर होता है।

आकलन— जब बच्चे कार्यपत्रक-1 पर कार्य कर रहे होंगे तब शिक्षक बच्चों के पास जाकर उनका अवलोकन करेंगे तथा उनके द्वारा की जा रही गलतियों को समझाकर सुधार करायेंगे।

समेकन— शिक्षक पढ़ाये गये प्रकरण की पुनरावृत्ति करायेंगे तथा बीच-बीच में बच्चों से संबंधित प्रकरण से प्रश्न पूछेंगे जो बच्चे सही जवाब दे रहे होंगे उन बच्चों को कक्षा में तालियां बजाकर प्रोत्साहित करेंगे या उनको धन्व्यवाद देकर।

गृहकार्य— कार्यपत्रक-2 को बच्चे हल करके लायेंगे।





राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद उत्तर प्रदेश, लखनऊ

पता : जे.बी.टी.सी. कैम्पस, निशातगंज, लखनऊ
दूरभाष : 0522-2780385, 2780505, फ़ैक्स : 0522-2781125
ई-मेल : dscertup@gmail.com
वेबसाइट : www.scert-up.in
फेसबुक : @dscertup